ENSEIGNEMENT TECHNIQUE

R. BASQUIN

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE

DEUXIÈME LIVRE

CLASSE DE
1re INDUSTRIELLE

LIBRAIRIE DELAGRAVE

LYCÉES TECHNIQUES

Collèges d'enseignement industriel — Cours professionnels

ARITHMÉTIQUE ET GÉOMÉTRIE, cl. de 5e. par R. CLUZEL et J.-P. ROBERT.

ARITHMÉTIQUE ET INITIATION A L'ALGÈBRE, cl. de 4e, 3e, par R. CLUZEL et H. COURT.

ALGÈBRE, cl. de 4e, 3e, 2e, Ire, par R. CLUZEL et H. COURT.

LA GÉOMÉTRIE ET SES APPLICATIONS, cl. de 4e, 3e, 2e, par R. CLUZEL et J.-P. ROBERT.

MATHÉMATIQUES, cl. de 4e, par R. CLUZEL et J.-P. ROBERT.

MATHÉMATIQUES, cl. de 3e, par R. CLUZEL et J.-P. ROBERT.

GÉOMÉTRIE, cl. de 2e T. I. et T. M., par R. CLUZEL et J.-P. ROBERT et P. VISSIO.

GÉOMÉTRIE. cl. de 4e, 3e, 2e, Ire industrielles, par R. CLUZEL et J.-P. ROBERT. Quatre volumes.

LES MATHÉMATIQUES ET LEURS APPLICATIONS, Ire T., M. et T., A. et M., par R. CLUZEL et J.-P. ROBERT.

PHYSIQUE, cl. de 4e, 3e, par L. PASTOURIAUX et A. MOHIER Deux volumes.

CHIMIE, cl. de 4e, 3e, par L. PASTOURIAUX et J. LIGNON. Deux vol.

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE, par R. BASQUIN. Deux volumes

ÉLECTRICITÉ PRATIQUE, par L. PASTOURIAUX et A. VAROQUAUX.

TECHNOLOGIE DES MONTEURS ÉLECTRICIENS, par A. VAROQUAUX et R. FRAYSSE.

MÉCANIQUE, par R. BASQUIN et A. MÉTRAL. Deux volumes.

ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE. Quatre volumes.

I. — **Lois générales,** par L. PASTOURIAUX, A. VAROQUAUX, M. BELLIER et A. GALICHON.

II. — **Machines électriques,** par L. PASTOURIAUX, A. VAROQUAUX, M. BELLIER et A. GALICHON.

III. — **Électronique,** par M. BELLIER et A. GALICHON.

IV. — **Mesures et essais électriques,** par L. PASTOURIAUX et A. VAROQUAUX.

61e Mille

BIBLIOTHEQUE DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE

Directeur

L. PASTOURIAUX, Inspecteur général honoraire de l'Éducation nationale.

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE

2e Livre

(Classe de Première industrielle)

à l'usage des Lycées techniques

(anciens Collèges techniques)

des Sections techniques des Lycées et Collèges et des Cours professionnels

par

R. BASQUIN

Inspecteur général de l'Enseignement Technique.

PARIS

LIBRAIRIE DELAGRAVE

1962

AVERTISSEMENT

Dans le premier livre de MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE, nous avons exposé, d'une façon aussi élémentaire et aussi rationnelle que possible, les principes et les lois de la mécanique générale.

Ce deuxième livre est consacré aux applications industrielles :

Mécanismes de transformation du mouvement;
Résistance des matériaux;
Production de l'énergie mécanique.

Sa présentation sous forme de leçons rédigées avec soin et abondamment illustrées, facilitera la tâche des professeurs et des élèves.

Nous nous sommes limité à l'essentiel, en faisant appel à l'observation ou à l'expérience et en nous attachant à rappeler les connaissances antérieurement acquises qui éclairent et fortifient le raisonnement. Autrement dit, nous avons cherché à donner à la mécanique une valeur culturelle.

Nos collègues reliront avec profit l'avertissement du premier livre. Ils trouveront dans le présent ouvrage toutes les indications utiles pour rendre leur enseignement plus vivant et mieux adapté aux techniques modernes.

Tous droits de reproduction, de traduction et d'adaptation réservés pour tous pays, y compris l'U. R. S. S.
© *Librairie Delagrave, 1949.*

UNITÉS DE MESURE ET SYSTÈME D'UNITÉS

Dans le présent ouvrage nous avons fait usage du ***système pratique des mécaniciens*** dans lequel on distingue ***trois unités fondamentales :***

unité de longueur : le mètre (symbole ***m***)

unité de force : le kilogramme-poids ou kilogramme-force (symbole ***kgp*** ou ***kgf***).

unité de temps : la seconde (symbole ***s***).

Ce sont les unités du système Mètre, Kilogramme-poids (ou Kilogramme-force), seconde que l'on désigne par les initiales

$$M\ K_p\ S \text{ ou } M\ K_f\ S$$

Au moyen de ces unités fondamentales nous avons, au fur et à mesure des besoins, défini des *unités dérivées* correspondant à des grandeurs cinématiques ou dynamiques.

Or, le décret du 3 mai 1961 (*Journal Officiel* du 20 mai 1961) relatif aux unités de mesure et au contrôle des instruments de mesure donne la définition ***d'unités légales*** dont il prescrit l'emploi et l'enseignement à dater du 1er janvier 1962. Les unités légales de base appartiennent au Système international d'unités S I appelé ainsi par la Conférence générale des Poids et Mesures. Ce sont :

	Symbole
le ***mètre,*** unité de longueur	***m***
le ***kilogramme,*** unité de masse	***kg***
la ***seconde,*** unité de temps	***s***
l'***ampère,*** unité d'intensité de courant électrique	***A***
le ***degré Kelvin,*** unité de température	***°K***
la ***candela,*** unité d'intensité lumineuse	***cd***

Dans le présent manuel, seules les trois premières unités nous intéressent. Elles ont des multiples et des sous-multiples. Elles donnent lieu à la définition d'unités cinématiques et dynamiques dont certaines devront être substituées à celles que nous avons utilisées au moment où l'ouvrage fut composé. Ainsi :

— *L'unité de force* devient le ***Newton*** (symbole : ***N***). C'est la force qui communique à un corps ayant une masse de 1 *kilogramme* une accélération de 1 *mètre par seconde. par seconde.*

Par exemple, le poids, à Paris, d'une masse de *1 kilogramme* équivaut à 9,81 *Newton* puisque, sous l'action de ce poids, la masse du kilogramme abandonnée en chute libre prend une accélération de 9,81 m/s^2.

— L'*unité de moment* devient le ***mètre-Newton*** (symbole ***m.N***).

— L'*unité de travail* est le ***Joule*** (symbole : ***J***). C'est le travail produit par une force de 1 *Newton* dont le point d'application se déplace de 1 *mètre* dans la direction de la force. On établira aisément que 1 kilogrammètre = 9,81 J.

— L'*unité de puissance* est le ***Watt*** (symbole : *W*) : puissance de 1 *joule par seconde*.

— L'*unité de contrainte et de pression* est le ***Pascal*** (symbole : ***Pa***) : contrainte (ou pression uniforme) qui, agissant sur une surface plane de 1 *mètre carré*, exerce sur cette aire une force totale de 1 *Newton*.

Nous comptons sur les professeurs et sur les lecteurs pour effectuer les rectifications opportunes en attendant une nouvelle édition, tenant compte des modifications susceptibles d'être apportées au programme.

SYMBOLES DE GRANDEURS ET D'UNITÉS

L'*Association française de normalisation*[1] *(AFNOR)* a publié un certain nombre de *normes*, c'est-à-dire de *règles*, qui s'appliquent à des domaines industriels et scientifiques très divers et qui ont pour but d'*unifier* et de *simplifier*.

Parmi ces normes, il en est qui ont trait aux symboles de grandeurs et d'unités. Nous nous limiterons à l'essentiel de ce que vous devez connaître. Par la suite, vous devrez observer leur emploi en toutes circonstances, et abandonner les anciennes notations dont vous vous êtes servis jusqu'ici, si elles ne sont pas conformes aux normes AFNOR.

1. Manière d'écrire les nombres.

1° NOMBRES ENTIERS : Séparer les tranches de 3 chiffres, *à partir de la droite*, par un espace blanc et non par un point.
*Exemple : **18 752*** et non 18.752.

2° NOMBRES FRACTIONNAIRES : Séparer la partie décimale de la partie entière par une virgule; séparer les tranches de 3 chiffres, à partir de la virgule, par un espace blanc et non par un point.
*Exemple : **0,542 17*** et non 0,542.17
4 683,25 et non 4.683,25

3° *Écrire sur la même ligne* et avec des caractères identiques tous les chiffres d'un nombre entier ou fractionnaire.
*Exemples : **39,25*** et non $39,^{25}$ (car les nombres décalés vers le haut représentent des exposants.)

4° Éviter d'écrire les parties fractionnaires sous forme de fraction ordinaire.
*Exemple : **0,75*** et non $\frac{3}{4}$; ***3,50*** et non $3\,^1/_2$

2. Symboles mathématiques.

$\simeq$ égale environ	% pour cent
$\neq$ différent de	‰ pour mille

Le *signe de la multiplication* est représenté par un point ou par $\times$.
Exemple : $S = B \times h$ ou $S = B.h$
$e = 10 \times 3$

Le *signe de la division* est représenté par deux points, ou une barre de fraction, ou une barre inclinée.

Exemple : $v = e : t$ ou $v = \frac{e}{t}$ ou $v = e/t$

La dernière façon d'écrire convient particulièrement dans les textes dactylographiés ou imprimés, car elle permet d'éviter des interlignes trop larges, et, par suite, des *blancs* dont l'effet n'est pas toujours des plus agréables.

---

1. Siège de l'Association : 23, rue Notre-Dame-des-Victoires, Paris, 2e.

3. Symboles de grandeurs mécaniques.

temps	*t*	moment d'une force ou d'un couple	$\mathcal{M}$
vitesse linéaire	*v*	moment d'inertie	*I*
vitesse angulaire	ω ou Ω	travail	*A*
accélération	γ	énergie	*W*
masse	*m* ou *M*	puissance	*P*
force	*F*	rendement	η
pression	*p*		

4. Symboles d'unités principales.

Unité de longueur : le mètre ..... ***m***
Unité de surface : le mètre carré ..... m^2
Unités de volumes : le mètre cube ..... m^3
le litre (1 décimètre cube) ..... *l*

(Pour former le nom des multiples et sous-multiples de ces unités, consulter le paragraphe suivant : *Symboles des préfixes.*)

Unités de temps : l'heure ..... ***h***
la minute de temps ..... ***mn***
la seconde de temps ..... ***s***

On écrira : ***9 h 18 mn 5 s*** pour 9 heures 18 minutes 5 secondes.

Unités d'angles :

Angle droit	*D*	Minute d'angle	′
Grade	*gr*	Seconde d'angle	″
degré	*d* ou °	Tour	*tr* ou *t*
Radian	*rd*		

Unités de masse : le gramme-masse ..... ***g***
le kilogramme-masse ..... ***kg***
la tonne-masse ..... ***t***

Unité de force : le kilogramme poids ou kilogramme-force. Aucun symbole n'étant prévu par l'AFNOR, nous adoptons ..... ***kgp*** ou ***kgf***

Remarque. — Nous arrêtons ici cette énumération. Au cours des leçons qui vont suivre, nous indiquerons, lorsqu'il y aura lieu, les symboles des autres unités à mesure que nous les définirons.

5. Symboles des préfixes.

Les préfixes s'écrivent immédiatement avant le nom de l'unité, sans espace ni séparation.

MULTIPLES				SOUS-MULTIPLES			
Valeurs		Noms	Symb.	Valeurs		Noms	Symb.
10^1	 10	déca	*da*	10^{-1}	0,1	déci	*d*
10^2	 100	hecto	*h*	10^{-2}	0,01	centi	*c*
10^3	..... 1 000	kilo	*k*	10^{-3}	0,001	milli	*m*
10^4	..... 10 000	myria	*ma*	10^{-4}	0,000 1.....	décimilli	*dm*
10^5	.... 100 000	hectokilo	*hk*	10^{-5}	0,000 01.....	centimilli	*cm*
10^6	... 1 000 000	méga	*M*	10^{-6}	0,000 001....	micro	μ

Exemples : ***dam, hm, km, dg, cg, mg...***

6. Règles pour l'emploi et la formation des symboles.

1re Règle. — Écrire les symboles sans point final (sauf lorsque le symbole termine une phrase, et sans *s* au pluriel, la lettre *s* étant réservée) pour les secondes de temps.

Exemple : Écrire ***12 kg*** et non 12 *kg.* ou 12 *kgs.*

2e Règle. — Ne pas séparer le symbole du préfixe de celui de l'unité.

Exemple : Écrire ***8 mm*** et non 8 *m.m* ou 8 *m/m.*

3e Règle. — Lorsqu'une grandeur est le ***produit*** de deux autres grandeurs :

1° *Pour former son nom* : on accole ou on réunit par un tiret les noms des unités composantes;

2° *Pour former son symbole* : on accole les symboles de chaque unité composante, soit sans séparation, soit séparés par un point.

Exemples : Le *moment* d'une force, produit d'une longueur par une force, s'exprime en ***mètre=kilogramme=force*** (symbole : ***m.kgf***).

Le *travail* d'une force, produit d'une force par la longueur d'un déplacement, s'exprime en ***kilogramme=mètre*** (symbole : ***kg.m***). Mais on écrit aussi, dans ce cas particulier, ***kilogrammètre*** (symbole ***kgm***), conformément à un usage depuis longtemps établi.

4e Règle. — Lorsqu'une grandeur est le ***quotient*** de deux autres grandeurs, on sépare les deux symboles par une barre inclinée, signe de la division.

Exemples : vitesse en ***km/h*** : pression en ***kgp/cm²*** ou ***kgf/cm²***.

5e Règle. — Lorsqu'une grandeur est à la fois le produit et le quotient d'autres grandeurs, on applique les deux règles précédentes.

Exemple : puissance d'un moteur en ***kg.m/s.***

6e Règle. — Inscrire les symboles ***après*** les nombres.

Exemples : Écrire ***2,50 m*** et non 2, *m* 50.
3,750 kgp et non 3, *kgp* 750.

Alphabet grec.

Nous donnons ci-dessous quelques-unes des lettres grecques couramment employées. Apprenez à les écrire et à les prononcer.

Figure.	Nom.	Valeur.	Figure.	Nom.	Valeur.
Α α,	Alpha,	a.	Λ λ,	Lambda,	l.
Β β 6,	Bêta,	b, v.	Μ μ,	Mu,	m.
Γ γ,	Gamma,	g.	Π π ϖ,	Pi,	p.
Δ δ,	Delta,	d.	Ρ ρ,	Rho,	r.
Ε ε,	Epsilon,	e *bref*,	Σ σ ς,	Sigma,	s.
Η η,	Éta,	ê *long.*	Φ φ,	Phi,	ph.
Θ θ	Thêta,	th.	Ω ω,	Oméga,	ô *long.*

I. LES MÉCANISMES DE TRANSFORMATION DE MOUVEMENT

A. Objet de la Cinématique appliquée.

Vous souvenez-vous de l'impression que vous avez éprouvée lorsque, pour la première fois, vous êtes entré dans un grand atelier de machines-outils? Au bruit et à la vue de toutes ces machines en action, un sentiment de surprise, mêlé de crainte et de curiosité, ne s'est-il pas emparé de vous? Vous avez cru pénétrer dans le temple du mouvement, du mouvement quelque peu désordonné.

Mais, aujourd'hui que vous savez travailler sur ces machines, le bruit vous ne l'entendez plus et les mouvements vous paraissent simples.

Un **tour**, par exemple, fait *tourner* la pièce à usiner et déplacer l'outil d'un *mouvement de translation rectiligne*; et ces mouvements sont commandés par la rotation d'un cône de poulies, actionné lui-même par une courroie.

De même, un **étau-limeur** transforme le mouvement de rotation de la poulie fixée sur l'arbre d'attaque en mouvement rectiligne alternatif de l'outil et mouvement rectiligne avec périodes de repos de la pièce travaillée.

Et ainsi des autres machines : **fraiseuses, perceuses, raboteuses,** etc.

Les mouvements les plus fréquents imposés aux pièces de ces machines sont :

le mouvement circulaire continu	:	**M.C.C.**
— — *alternatif*	:	**M.C.A.**
— *rectiligne continu*	:	**M.R.C.**
— — *alternatif*	:	**M.R.A.**

La cinématique appliquée a pour objet l'étude des mécanismes qui permettent de transformer l'un de ces mouvements en un autre, semblable ou différent.

B. Plan d'étude de la cinématique appliquée : classification des principaux mécanismes.

Extrêmement nombreux sont les mécanismes de transformation de mouvements. Nous n'étudierons que les plus utilisés, qui sont les plus importants. Une fois ceux-ci connus, vous serez à même de comprendre et d'étudier vous-même les autres sans qu'il soit nécessaire de vous les expliquer.

Nous classerons les mécanismes d'après les transformations de mouvement qu'ils produisent.

TRANSFORMATIONS	MÉCANISMES	OBSERVATIONS
MRC en MRC	Poulie simple. Moufle. Palan.	Déjà étudié[1]. *id.* *id.*
MCC en MCC	Poulies et courroie. Roues de friction. Roues dentées ou engrenages.	
MCC en MRC	Treuil. Pignon et crémaillère. Vis et écrou.	Déjà étudié[1].
MCC en MRA	Bielle et manivelle. Excentrique à collier. Balancier à coulisse. Came.	

C. Les guides des mouvements.

Un tiroir bien ajusté, le traînard d'un tour, le coulisseau porte-outil d'un étau-limeur, le piston et sa tige dans une machine à vapeur, etc., ne peuvent prendre qu'un mouvement de translation. Ils sont *guidés* par des glissières, surfaces prismatiques ou cylindriques fixes, sur lesquelles glissent des surfaces de même forme de l'organe mobile.

Un volant, un arbre de transmission, beaucoup de pièces de machines sont assujettis à tourner autour d'un axe géométrique, c'est-à-dire d'une droite fixe. Ils sont guidés par des paliers et des butées.

Un écrou ne peut prendre qu'un mouvement hélicoïdal par rapport à la vis qui lui sert de guide, et inversement.

Les guides de mouvement sont donc des organes fixes, faisant partie de la partie fixe ou bâti de la machine. Leur rôle est de ne permettre aux organes mobiles que les seuls mouvements prévus pour le fonctionnement normal.

Leur étude détaillée fait partie du cours de technologie de constructions[2]. Vous en dessinerez quelques-uns en dessin de machines; vous en observerez à l'atelier. Nous les supposerons donc suffisamment connus.

1. MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE. *1er Livre* par R. Basquin. Delagrave, éditeur.
2. Ce cours se place en 3e Industrielle des Collèges Techniques.

Poulies et courroies.

I. — TRANSMISSION D'UN MOUVEMENT CONTINU DE ROTATION

1. Le mouvement circulaire continu peut être transmis d'un arbre à un autre à l'aide de poulies et courroie.

Vous en avez de nombreux exemples à l'atelier. Examinez la figure 1. Quand le moteur tourne, sa poulie entraîne la courroie qui entraîne à son tour la poulie calée sur l'arbre récepteur et cet arbre lui-même.

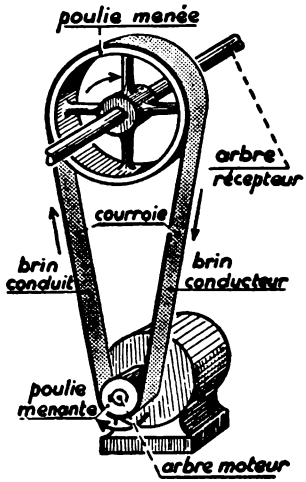


Fig. 1. — Transmission du mouvement par ***poulies*** et ***courroie.***

2. Pour que la courroie ne tombe pas il faut que les poulies soient convenablement disposées.

En règle générale, *la ligne médiane de chaque brin doit être dans le plan médian de la poulie sur laquelle ce brin va s'enrouler.* Trois cas sont à considérer.

1° **Les arbres sont parallèles** : *les plans moyens des poulies doivent coïncider.* Si la courroie est droite, les arbres ont même sens de rotation (fig. 2). Si elle est croisée les arbres tournent en sens contraires (fig. 3).

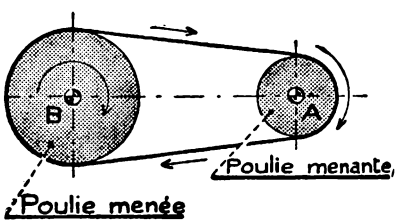


Fig. 2. — Quand la courroie est ***droite,*** les deux poulies tournent dans le ***même sens.***

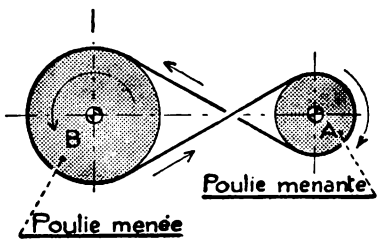


Fig. 3. — Quand la courroie est ***croisée,*** les deux poulies tournent en ***sens contraires.***

2° **Les arbres sont perpendiculaires** : *le plan moyen de chaque poulie est tangent à la jante de l'autre poulie*, (fig. 4). La courroie est semi-croisée et il n'y a, pour chaque poulie, qu'un seul sens possible de rotation. Veut-on inverser la rotation de l'une d'elles? Il faut déplacer l'une ou l'autre poulie.

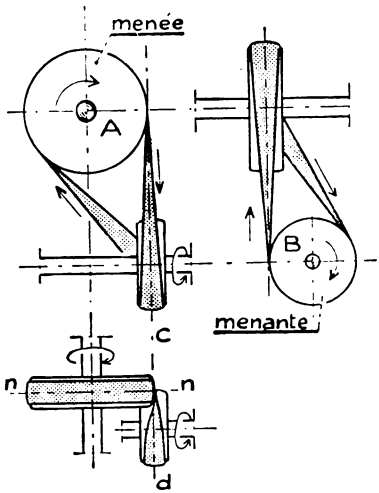


Fig. 4.

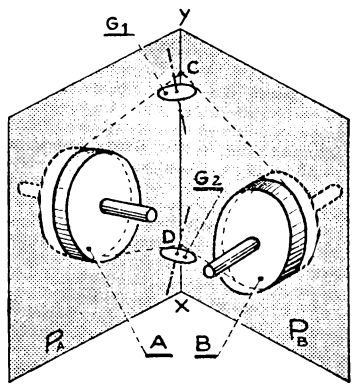


Fig. 5.

Fig. 4. — Deux arbres perpendiculaires peuvent être reliés par une courroie ***demi-croisée***. Quelles précautions faut-il prendre pour qu'elle ne tombe pas?

Fig. 5. — Les axes des arbres sont quelconques. Les ***plans moyens*** P_A et P_B se coupent suivant ***xy***.

C et D étant deux points *quelconques* de *xy*, on mène par chacun d'eux les tangentes aux circonférences moyennes des poulies. Les deux tangentes issues de C et les deux tangentes issues de D définissent les plans moyens des galets de renvoi G_1 et G_2.

3° **Les arbres ont des directions quelconques** : la transmission est toujours possible à l'aide de galets de renvoi portés par des arbres intermédiaires (fig. 5).

3. Pour qu'une courroie fonctionne bien, il ne faut pas qu'elle glisse sur les poulies qu'elle entraîne.

Vous avez tous constaté que si une courroie n'est pas assez tendue, elle ne s'applique pas sur les jantes des poulies, et la *menante* glisse sur elle sans l'entraîner. Même bien tendue, il arrive qu'elle glisse sur la poulie menée, qui reste immobile : c'est alors que l'arbre récepteur est *trop chargé* comme disent les mécaniciens.

En fonctionnement normal, une courroie ne glisse ni sur l'une, ni sur l'autre des poulies; autrement dit : *les points de contact courroie-jante des poulies ont même vitesse linéaire* (fig. 6), ou encore : **la vitesse linéaire d'une courroie est égale à la vitesse circonférentielle de chaque poulie à sa jante.**

Cette vitesse linéaire ne doit être ni trop grande, ni trop petite. Si elle est *trop grande*, la *force centrifuge* intervient, sur les portions enroulées sur les jantes, pour les en écarter, ce qui diminue l'adhérence et nuit à l'entraînement. Si elle est *trop petite*, la courroie est mal utilisée en ce sens qu'on pourrait la faire aller plus vite et transmettre une plus grande puissance mécanique.

Une bonne vitesse linéaire pour une courroie est comprise entre 12 *et* 20 *mètres par seconde.*

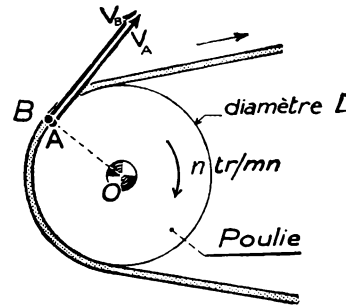


Fig. 6. — Si la courroie ne glisse pas sur la poulie, le point A de la jante et le point B de la courroie en contact avec A ont même vitesse circonférentielle $V_A = V_B$.

EXERCICE. — *Un arbre tournant à* 200 tr/mn *porte une poulie de* 0,90 m *de diamètre. Quelle est la vitesse linéaire V de la courroie?*

Circonférence extérieure de la jante $3{,}14 \times 0{,}9 = 2{,}826$ *m.*
Nombre de tours par seconde de la poulie : $300 : 60 = 5$ *tr/s.*
Vitesse circonférentielle de la jante : $2{,}826 \times 5 = 14{,}13$ *m/s.*
C'est la vitesse linéaire de la courroie : ***14,13 m/s.***

Généralisons : *si une poulie de diamètre* ***D*** *mètres a une vitesse de rotation* ***n*** *tr/mn, la vitesse linéaire de la courroie qui chausse cette poulie est :*

$$V = \frac{\pi . D . n}{60} \quad \text{(1)}$$

(V en m/s, D en m, n en tr/mn)

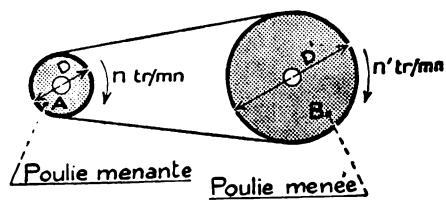


Fig. 7. — Montrez, à l'aide de cette figure, que le rapport des vitesses de rotation est égal au rapport inverse des diamètres.

4. Les vitesses de rotation de deux poulies reliées par une courroie sont en raison inverse des diamètres.

Soient : une poulie menante de diamètre *D*, tournant à *n tr/mn* (fig. 7); la poulie menée de diamètre *D'*, tournant à *n' tr/mn*.

Les vitesses circonférentielles de ces poulies, à leurs jantes, sont respectivement $\frac{\pi.D.n}{60}$ et $\frac{\pi.D'.n'}{60}$; elles sont toutes deux égales à la vitesse linéaire de la courroie, d'où :

$$\frac{\pi.D.n}{60} = \frac{\pi.D'.n'}{60} \quad \text{ou} \quad D.n = D'.n' \quad \text{ou} \quad \frac{n}{n'} = \frac{D'}{D} \qquad (2)$$

EXERCICE. — *L'arbre d'un moteur électrique tourne à la vitesse de* 1 500 tr/mn *et porte une poulie de* 120 mm *de diamètre. Il doit commander une machine-outil dont l'arbre d'attaque a une vitesse de* 300 tr/mn. *Quel doit être le diamètre de la poulie menée?*

Appliquons la formule (2). Ici $D = 0{,}12\ m$; $n = 1\,500$; $n' = 300$; D' est le diamètre cherché, inconnu :

$$\frac{1\,500}{300} = \frac{D'}{0{,}12} \qquad \text{d'où} \qquad \boldsymbol{D' = 0{,}60 \text{ mètre}}$$

5. Par l'emploi de poulies étagées ou cônes de poulies, on peut transmettre plusieurs vitesses à l'arbre récepteur.

Lorsque vous travaillez sur un tour, vous faites tourner la pièce plus ou moins vite, selon son diamètre, afin que la vitesse de coupe de l'outil soit convenable. Divers moyens s'offrent à vous pour changer la vitesse

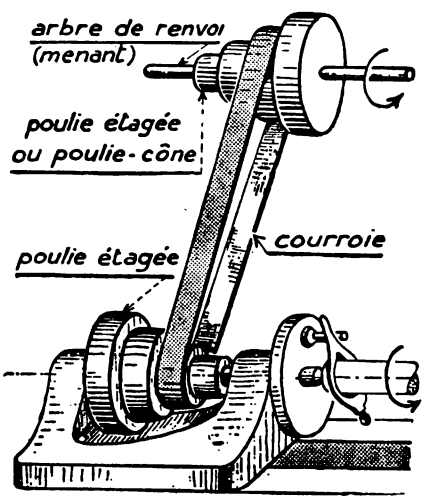


Fig. 8. — ***Réalité.*** Voici comment se présente une transmission du mouvement par ***poulies étagées.***

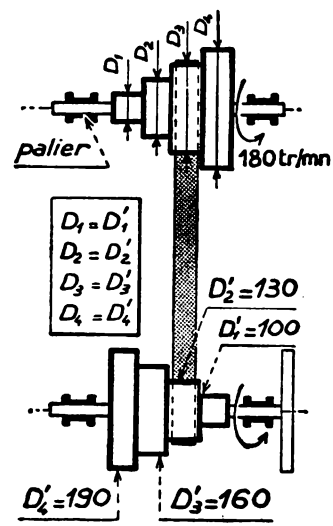


Fig. 9. — ***Schéma.*** Cette figure représente le schéma de la figure précédente.

de rotation de la pièce : l'un d'eux est représenté par la figure 8. Il consiste dans l'emploi de poulies étagées.

L'arbre d'attaque du tour porte l'une d'elles ; l'arbre de renvoi en porte une autre, *identique*, lui faisant vis-à-vis. Le renvoi tourne à vitesse constante, par exemple 180 *tr/mn* ; suivant la position de la courroie, l'arbre du tour peut prendre 4 vitesses différentes : 95, 146, 221, 342 *tr/mn* par exemple.

Pour passer de l'une à l'autre, on arrête la machine et on change la courroie d'étage. Comme cette courroie a une longueur constante, pour que sa tension soit la même dans toutes les positions, il faut que les diamètres des étages soient calculés en conséquence. En pratique on admet que *la somme des diamètres de deux étages conjugués est constante* (fig. 9).

6. Même convenablement tendue, la courroie glisse un peu sur les jantes des poulies lorsque celles-ci tournent.

Ce phénomène, appelé *glissement fonctionnel*, est dû au fait que les brins de la courroie sont inégalement tendus[1]. La courroie rampe un peu sur les jantes à la façon d'un ver ou d'une chenille.

En général, le glissement en marche ne dépasse pas 2 %, c'est-à-dire que la vitesse réelle de rotation de la poulie menée est au plus de 2 % inférieure à la vitesse théorique.

Pour corriger l'erreur due au glissement fonctionnel, on augmente le diamètre de la poulie menante ou l'on diminue celui de la poulie menée de 2 % de sa valeur.

Résumé.

1. Pour transmettre le mouvement circulaire continu d'un arbre à un autre, on peut utiliser un système de poulies réunies par une courroie suffisamment tendue.

2. Les poulies sont disposées pour que la courroie ne tombe pas : *la ligne médiane de chaque brin doit être située dans le plan médian de la poulie sur laquelle ce brin va s'enrouler.*
Dans le cas le plus fréquent, les arbres des poulies sont parallèles et la courroie est *droite* ou *croisée*.

3. *La vitesse linéaire d'une courroie bien tendue est égale à la vitesse circonférentielle de chaque poulie à sa jante.*

$$\underset{m/s}{V} = \frac{\pi . \underset{m}{D} . \underset{tr/mn}{n}}{60}$$

1. Ce qui sera démontré dans la leçon suivante.

4. De cette propriété il résulte que les vitesses de rotation de deux poulies réunies par une courroie sont en raison inverse des diamètres.

$$\frac{n}{n'} = \frac{D'}{D}$$

5. Les poulies étagées permettent, avec un même arbre moteur tournant à vitesse constante, de faire varier la vitesse de l'arbre récepteur. Un tel dispositif est employé sur la plupart des machines-outils.

6. Quel que soit le soin apporté pour tendre convenablement la courroie, un *glissement fonctionnel* se produit toujours pendant la marche : la courroie rampe un peu sur les jantes des poulies par suite des tensions inégales de ses brins.

Exercices.

1. Indiquez par des flèches, dans chacun des cas de la figure 10, le seul sens possible de rotation de chacune des poulies.

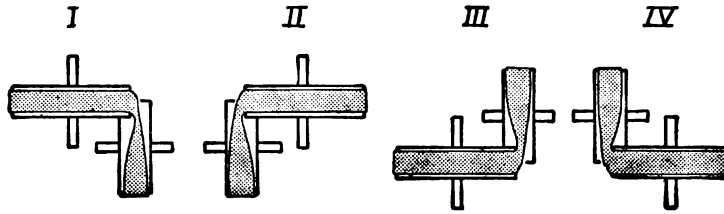


Fig. 10.

2. Une poulie de 1,70 *m* de diamètre est calée sur l'arbre d'un moteur à gaz d'une puissance de 100 *ch* et tourne à la vitesse de 190 *tr/mn*. Elle commande l'arbre d'une génératrice qui doit tourner à 700 *tr/mn*.

Calculer le diamètre de la poulie menée en tenant compte d'un glissement de 2 %. *(Faites d'abord un schéma de l'installation.)*

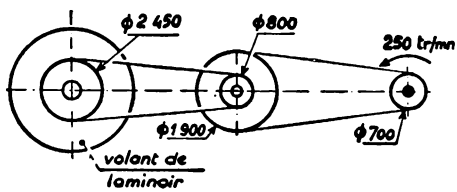


Fig. 11.

3. Un volant de laminoir est commandé par un équipage de poulies représenté par la figure 11. Calculer la vitesse de rotation du volant en tenant compte d'un glissement de 1 % sur chaque couple de poulies.

N. B — ***Dans les problèmes suivants, on ne tiendra pas compte du glissement fonctionnel.***

4. On considère la transmission de la figure 12. Calculer :

1° la vitesse de rotation de la poulie D;

2° la vitesse linéaire de la courroie qui chausse les poulies C et D;

3° les vitesses de rotation d'une poulie E′ — H′ identique à la poulie E — H et commandée par celle-ci. (***Compléter la figure en inversant la position de E′ — H′ par rapport à E — H.***)

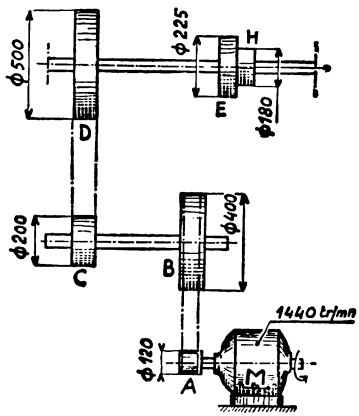


Fig. 12.

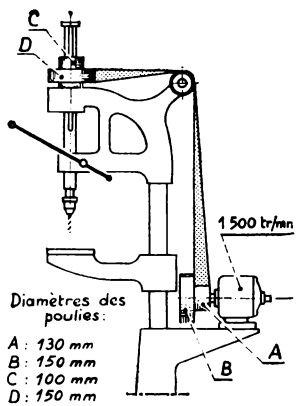


Fig. 13.

5. Établir la gamme des vitesses de la broche d'une perceuse sensitive (fig. 13). Les combinaisons possibles sont : A — C, A — D, B — C, B — D. Dresser le tableau des positions pour les vitesses différentes.

Quelle doit être la position de la courroie pour percer un trou de 2,5 *mm* de diamètre avec un foret dont la vitesse de coupe est de 15 *m/mn?*

6. Une transmission d'atelier est établie conformément au schéma de la figure 14. Le moteur tourne à la vitesse de 1 200 *tr/mn.* Déterminer :

1° les nombres de tours par minute de la transmission principale et de l'arbre de renvoi;

2° les nombres de tours par minute de la broche du tour pour chacune des positions de la courroie sur la poulie étagée. (*Les deux poulies étagées en vis-à-vis sont identiques*);

3° l'étage sur lequel il faudra placer la courroie pour charioter un cylindre de 120 *mn* de diamètre avec un outil en acier rapide permettant une vitesse de coupe de 36 *m/mn.*

(*On ne tiendra pas compte du glissement dans ces calculs.*)

7. La broche d'un tour est commandée par une poulie à 4 étages dont le plus petit H, a un diamètre de 100 *mm* (fig. 15). Les vitesses extrêmes de la broche sont respectivement de 125 à 500 *tr/mn.* Déterminer :

1° la vitesse *N* de l'arbre de renvoi;

2° les diamètres des différents étages des deux poulies associées sachant que les valeurs de ces diamètres forment une progression arithmétique;

3° les vitesses de rotation de la broche;

4° le diamètre de la poulie B sachant que celui de la poulie A est de 200 *mm*;

5° le diamètre de la poulie E sachant que le diamètre du tambour C est de 160 *mm*.

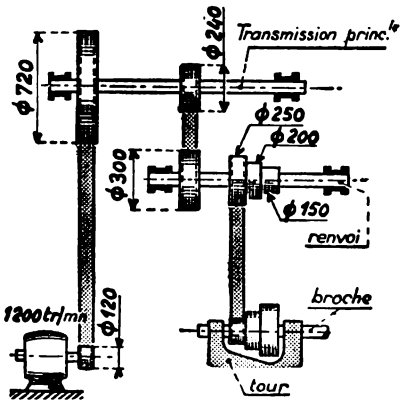


Fig. 14.

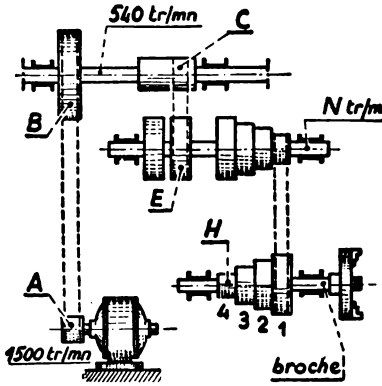


Fig. 15.

8. La figure 16 représente le schéma d'un variateur de vitesse *Lisse*. La courroie est remplacée par un anneau métallique. Expliquez le fonctionnement de ce mécanisme.

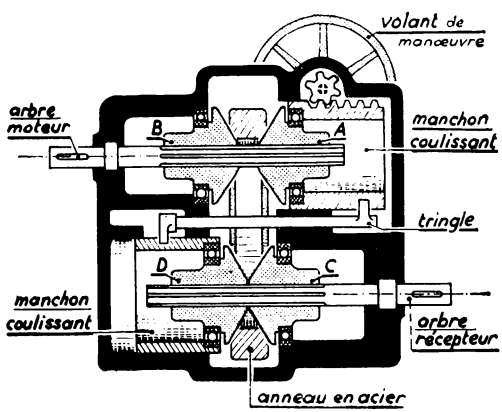


Fig. 16. — Schéma d'un variateur de vitesse « *Lisse* ».

9. Reportez-vous au schéma de la figure 11 sur lequel vous remplacerez les nombres inscrits par des lettres appropriées. L'ensemble ainsi représenté constitue un *équipage de poulies* dont la *raison* est, par définition, le rapport des nombres de tours de la *dernière* poulie menée et de la *première* poulie menante. Démontrez que la raison d'un tel équipage est égale au *produit des diamètres des poulies menantes* divisé par le *produit des diamètres des poulies menées*.

Poulies et courroies.

II. — TRANSMISSION DU TRAVAIL MÉCANIQUE PAR LE MÉCANISME POULIES-COURROIE

Pour mettre une machine-outil en mouvement, il faut lui fournir du travail mécanique. Quand elle est commandée par une courroie, c'est évidemment cette courroie qui le lui apporte. Elle le reçoit de la poulie menante et le transmet à la poulie menée : c'est là son rôle essentiel.

Comment cette transmission de travail mécanique a-t-elle lieu? Nous allons le voir en étudiant les forces mises en jeu dans le fonctionnement d'une courroie.

1. Action de la poulie motrice sur la courroie.

Considérez la portion de courroie ABC enroulée sur la poulie menante (fig. 1). Qu'elle soit immobile ou en mouvement les forces qui la sollicitent sont :

1° Son *poids*, qui est négligeable;

2° Les *forces de contact* exercées par la jante, sur la face intérieure de la courroie;

3° Les *tensions des brins* appliquées en A et C.

Soit R le rayon de la poulie.

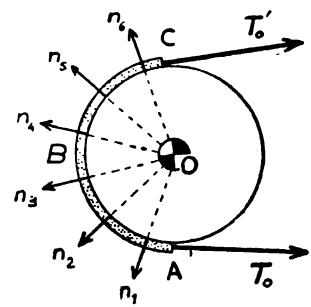


Fig. 1. — ***Au repos***, les tensions T_0 et T'_0 de la courroie ont même intensité.

a) **L'arbre moteur est immobile.** — Les forces de contact n_1, n_2, n_3.... sont alors normales à la jante, donc concourantes en O. Les tensions T_0 et T'_0 sont tangentes à cette même jante (fig. 1). Puisque cette portion de courroie est en équilibre, *la somme des moments de toutes ces forces par rapport à un point quelconque, le point O par exemple, est nulle.*

$$\mathcal{M}_{(0)} T_0 + \mathcal{M}_{(0)} T'_0 + \mathcal{M}_{(0)} n_1 + \mathcal{M}_{(0)} n_2 + \ldots = 0$$

$$R.T_0 - R.T'_0 + 0 + 0 + \ldots = 0$$

d'où l'on tire : $T_0 = T'_0$

Les deux brins de la courroie sont également tendus. Leur tension est dite **tension initiale.** Elle est indispensable, elle a pour effet d'appliquer

la courroie sur la jante. Plus elle est grande, plus grandes sont les forces normales[1]; et il faut qu'elles le soient suffisamment pour que la courroie ne glisse pas lorsque la poulie se met en route. Si ce glissement se produit, on tend la courroie en la raccourcissant de quelques centimètres, ce que vous avez tous vu faire à l'atelier.

b) **L'arbre moteur tourne à vitesse constante.** — Les forces appliquées sur la portion de courroie en contact avec la poulie motrice sont toujours les actions de contact exercées par la jante et les tensions des brins; mais elles n'ont plus les mêmes valeurs que précédemment (fig. 2).

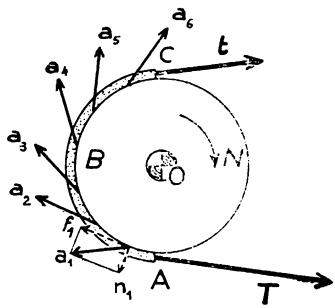


Fig. 2. — En *mouvement*, la poulie entraîne la courroie grâce à l'adhérence de celle-ci sur la jante. Un des brins de la courroie est moins tendu que l'autre brin : $t < T$.

1° Les actions de la jante ne sont plus normales aux surfaces en contact à cause du frottement; elles s'opposent maintenant au glissement de la courroie sur son support; elles sont donc inclinées comme l'indique la figure 2, dans le sens de rotation de la poulie; de sorte qu'en chaque point de contact l'action a est équivalente à une force normale n et à une force tangentielle f.

2° Du fait de l'existence des forces tangentielles f les tensions des brins ne sont plus égales comme nous allons le démontrer. Désignons-les par T et t.

Puisque la portion de courroie considérée tourne d'un mouvement circulaire uniforme, nous pouvons lui appliquer les équations relatives à l'équilibre d'un solide à condition d'ajouter aux forces précédentes (forces directement appliquées) une force f' égale à la force centrifuge sur chaque élément de la courroie[1]. Cette force a même direction et même sens que l'action normale n.

Écrivons donc que la somme des moments de toutes ces forces par rapport au point O est nulle :

$$\mathcal{M}_{(0)}T + \mathcal{M}_{(0)}t + \mathcal{M}_{(0)}n_1 + \mathcal{M}_{(0)}n_2 \ldots . \mathcal{M}_{(0)}f_1 + \mathcal{M}_{(0)}f_2 \ldots . + \mathcal{M}_{(0)}f'_1 + \mathcal{M}_{(0)}f'_2 \ldots . = 0$$

$$\mathrm{R}.T - \mathrm{R}.t + 0 + 0 - \mathrm{R}.f_1 - \mathrm{R}.f_2 \ldots . + 0 + 0 \ldots . = 0$$

d'où :
$$T - t = f_1 + f_2 + \ldots .$$

Désignons par F la somme des intensités des forces tangentielles :

$$F = f_1 + f_2 + \ldots .$$

F est dit **effort tangentiel de la poulie sur la courroie.**

1. Ce que l'on montrerait facilement en écrivant les autres conditions d'équilibre du segment de courroie.

2. Les forces telles que f' ne sont pas représentées sur la figure 2.

Il vient en définitive :

$$T - t = F$$

Les deux brins de la courroie en marche sont donc inégalement tendus. Le plus tendu est celui qui s'enroule sur la poulie menante, c'est-à-dire le brin conducteur.C'est pourquoi ce brin fléchit moins que l'autre sous l'action de la pesanteur (fig. 3).

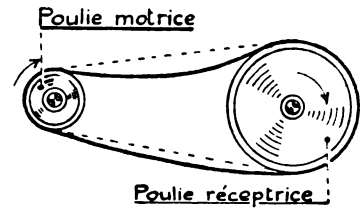


Fig. 3. — Par suite de la différence des tensions des brins, la courroie prend la forme indiquée ci-dessus.

2. Puissance transmise par la poulie motrice à la courroie.

Le travail fourni par la poulie à la courroie est évidemment la somme des travaux de toutes les forces de contact *a* exercées par la jante sur la courroie (fig. 2).

Le travail de l'une de ces forces, a_1 par exemple, est la somme des travaux de la composante normale n_1 et de la composante tangentielle f_1. Mais le travail de n_1 est nul, car cette force est constamment normale à la trajectoire de son point d'application. Le travail de f_1 pendant un intervalle de temps Δt a pour mesure le produit de l'intensité f_1 par le chemin parcouru qui est $V \times \Delta t$, V étant la vitesse linéaire de la courroie. Nous avons donc :

Pendant l'intervalle de temps Δt :

$$\begin{aligned} &\textit{Travail de } a_1 = f_1 \times V \times \Delta t \\ &\quad\text{—}\quad\quad a_2 = f_2 \times V \times \Delta t \\ &\quad\text{—}\quad\quad a_3 = f_3 \times V \times \Delta t \\ &\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

A, somme des travaux des actions $a = f_1.V.\Delta t + f_2.V.\Delta t + f_3.V.\Delta t + \ldots.$

$$\begin{aligned} A &= (f_1 + f_2 + f_3 + \ldots.) \times V \times \Delta t \\ &= F \times V \times \Delta t \end{aligned}$$

La puissance mécanique transmise, qui est le quotient du travail par le temps correspondant, est alors :

$$P = \frac{A}{\Delta t} = F \times V$$

La puissance transmise par la poulie motrice à la courroie a pour mesure le produit de l'effort tangentiel par la vitesse linéaire.

$$\boxed{P = F \times V} \quad \text{ou} \quad \boxed{P = \frac{F \times V}{75}}$$

kgm/s kgp m/s — kgp m/s — ch

REMARQUE. — Un raisonnement analogue au précédent montre que la courroie fournit à la poulie menée une puissance mécanique égale à la précédente.

EXERCICE. — *Un moteur électrique a une puissance de* 10 chevaux. *Il tourne à la vitesse de* 1 500 tr/mn *et porte une poulie de* 0,20 m *de diamètre. Quel est l'effort tangentiel sur la courroie en régime normal?*

Nous prenons comme unités : le *mètre*, le *kilogramme-poids*, la *seconde* (unités M. K. S.)

Puissance fournie à la courroie : $P = 75 \times 10 = 750$ *kgm/s.*

Vitesse linéaire de la courroie = Vitesse circonférentielle de la jante de la poulie

$$= \frac{3{,}14 \times 0{,}2 \times 1\,500}{60} = 15{,}7 \text{ m/s.}$$

Effort tangentiel exercé par la poulie sur la courroie :

$$F = \frac{P}{V} = \frac{750}{15{,}7} \simeq \textbf{48 kilogramme-poids.}$$

3. Calcul de la section d'une courroie.

Pratiquement, on peut admettre :

1° que la tension du brin conducteur est double de l'effort tangentiel :

$$T = 2\,F$$

2° qu'une courroie (cuir, coton ou caoutchouc) résiste sans danger de rupture à une tension inférieure ou égale à 35 *kgp/cm²*.

Ces données permettent de calculer la section à donner à une courroie quand on a déterminé l'effort tangentiel qu'elle doit supporter.

Par exemple, pour le moteur électrique de l'exercice précédent, la tension du brin conducteur est voisine de $48 \times 2 = 96$ *kgp*. La courroie doit donc avoir une section au moins égale à $96 : 35 = 2{,}74$ *cm²*.

On prendra donc une courroie de section 3 *cm²* et, si elle a 0,5 *cm* d'épaisseur, sa largeur sera de $3 : 0{,}5 = 6$ *centimètres.*

Résumé.

1. Dans un système de deux poulies réunies par une courroie :

1° *au repos*, les tensions des deux brins sont égales ;

2° *en mouvement*, les deux brins sont inégalement tendus ; le plus tendu est celui qui s'enroule sur la poulie menante.

2. Si l'on désigne par T et t les tensions des brins de la courroie en marche, la différence $F = T - t$ est dite *effort tangentiel* de la poulie motrice sur la courroie.

3. La puissance transmise par la poulie motrice à la courroie a pour mesure le produit de l'effort tangentiel par la vitesse linéaire

$$\underset{\text{kgm/s}}{P} = \underset{\text{kgp}}{F} \times \underset{\text{m/s}}{V} \qquad \text{ou} \qquad \underset{\text{ch}}{P} = \frac{\overset{\text{kgp}}{F} \times \overset{\text{m/s}}{V}}{75}$$

4. La courroie doit résister en toute sécurité à la plus grande des tensions de ses brins.

Pratiquement on peut admettre que $T = 2F$ et que la courroie (cuir, coton ou caoutchouc) résiste sans danger de rupture à une tension inférieure ou égale à 35 *kgp/cm²*.

Exercices.

1. **Sur un moteur électrique** on relève les indications suivantes :

Puissance : 6 *ch.*
Vitesse de rotation : 1 440 *tr/mn.*

L'arbre de ce moteur porte une poulie dont le diamètre est de 150 *mm.* **Calculer :**
1° Le moment du couple moteur;
2° La vitesse circonférentielle d'une courroie chaussant la poulie motrice;
3° L'effort tangentiel de la poulie sur la courroie. Montrer qu'il est égal au quotient du couple moteur par le rayon de la poulie;
4° Les tensions T et t de la courroie en marche si l'on admet que $T = 2F$.

2. **Une poulie motrice** (*diamètre* 400 *mm, vitesse de rotation* 200 *tr/mn*) **transmet, par l'intermédiaire d'une courroie, une puissance de 10** *ch* **à une poulie réceptrice de diamètre 800** *mm.* **On admet que la tension** T **du brin de la courroie le plus tendu est deux fois plus grande que la tension** t **du brin le moins tendu. Calculer :**
1° Le moment $\mathcal{M}_b$ du couple moteur;
2° L'effort tangentiel fictif F qui est censé agir à la périphérie de la poulie motrice;
3° Les valeurs des tensions T et t;
4° La section de la courroie (résistance pratique du cuir 30 kgp/cm^2);
5° L'épaisseur de la courroie sachant que celle-ci a une largeur de 200 *mm*;
6° La vitesse de rotation de la poulie réceptrice.

3. **Un moteur M de 3** *ch* **tournant à raison de 1 500** *tr/mn* **entraîne la poulie H (fig. 4). Une seconde poulie J donne le mouvement à l'arbre E. Les trois arbres C, D, E, sont dans un même plan et tournent dans le même sens. Calculer :**
1° la vitesse de rotation de l'arbre D (glissement 5%);
2° la vitesse linéaire de la courroie reliant C et H (glissement 2%);
3° la longueur de cette courroie;
4° le moment du couple moteur;
5° l'effort tangentiel sur la poulie H;
6° les tensions dans les brins des courroies, sachant que pour chacune d'elles la tension du brin tendu est le double de celle du brin mou;
7° les réactions des paliers A et B, sans tenir compte du poids propre des organes;
8° la section de la courroie motrice en prenant pour résistance pratique du cuir $R_p = 0{,}3\ kg/mm^2$.

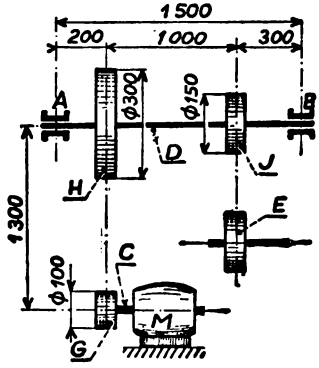


Fig. 4.

(C. A. P. Dessinateurs-calqueurs, Seine-et-Oise.)

Roues de friction.

Pour transmettre le mouvement de rotation d'un arbre à un autre parallèle *très voisin*, le mécanisme poulies et courroie n'est pas utilisable; les poulies seraient trop petites et la courroie s'appliquerait mal sur leurs jantes à cause de sa raideur. On emploie alors, soit des roues de friction, soit des roues dentées.

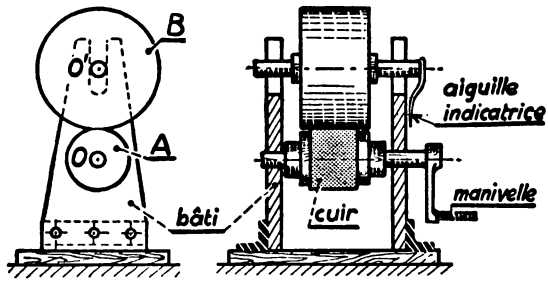


Fig. 1. — ***Cylindres de friction.*** Le cylindre ***B*** est en fonte; il appuie librement sur le cylindre ***A***. Lorsque celui-ci tourne il entraîne ***B*** par ***adhérence.***

1. Description des roues de friction.

Expérience. — Le cylindre A (fig. 1) porte à sa périphérie une bande de cuir; son arbre est solidaire d'une manivelle. Un autre cylindre B, de diamètre deux fois plus grand, s'appuie sur lui.

Faites tourner A. Vous constaterez :

1° que B tourne en sens contraire;

2° qu'il fait 1 tour lorsque A en fait 2, ce qui prouve que les deux cylindres ont *même vitesse linéaire à leur périphérie*; autrement dit, il n'y a pas glissement de A sur B.

L'entraînement de B résulte de forces développées par le frottement de A sur B; d'où le nom de cylindres ou de roues de friction donné à ce mécanisme.

2. Les vitesses de rotation des arbres sont inversement proportionnelles aux diamètres des cylindres de friction.

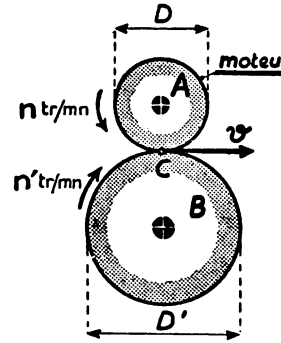


Fig. 2. — S'il n'y a pas de glissement au contact des deux cylindres de friction, le point C du cylindre ***A*** et le point C du cylindre ***B*** ont *même vitesse circonférentielle* ***v***.

Comme pour les poulies reliées par une courroie, écrivons que les vitesses circonférentielles des cylindres sont égales (fig. 2).

$$v = \frac{\pi . D . n}{60} = \frac{\pi . D' . n'}{60}$$

d'où : $D.n = D'.n'$

$$\boxed{\frac{n}{n'} = \frac{D'}{D}} \qquad (1)$$

APPLICATION. — *On veut établir une transmission par cylindres de friction entre deux arbres parallèles dont les axes sont distants de* 310 *mm. L'arbre moteur tourne à raison de* 300 tr/mn, *et l'arbre récepteur doit tourner à la vitesse de* 100 tr/mn. *Calculer les diamètres* D *du cylindre moteur et* D' *du cylindre récepteur.*

1° La distance des axes est égale à la somme des rayons des deux cylindres :

$$\frac{D}{2} + \frac{D'}{2} = 310 \text{ mm} \quad \text{d'où} \quad D + D' = 620 \text{ mm}$$

2° Les diamètres D et D' sont inversement proportionnels aux vitesses de rotation

$$\frac{D}{D'} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3} \quad \text{d'où} \quad D' = 3D$$

Des équations $D + D' = 620$ *mm* et $D' = 3D$ on tire facilement $D = 155$ *mm* et $D' = 465$ *mm*.

3. Quelles sont les forces exercées par le cylindre A sur le cylindre récepteur B?

Lorsque A *est en repos*, il exerce contre B une force normale F_n (fig. 3) et réciproquement, B exerce sur lui une force opposée F'_n de même intensité :

$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F'_n}$ (*principe de l'action et de la réaction*).

Lorsque A *tourne*, deux cas sont possibles : ou bien B reste immobile; ou bien B est entraîné.

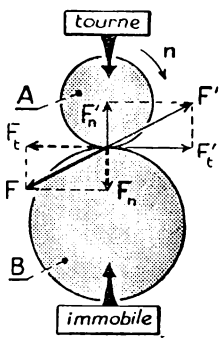


Fig. 4. — *A* tourne; *B* reste ***immobile.*** Le cylindre B exerce sur A une force normale F'_n et une force tangentielle F'_t (*résultante* : F'). Quelles sont les actions de A sur B? Que vaut la force F_t?

1° B reste immobile. — Alors A frotte sur B (fig. 4). A l'action normale F'_n exercée par B sur A, s'ajoute une force tangentielle F'_t qui est la résistance due au frottement. De sorte que l'action de B sur A est une force F' telle que $\overrightarrow{F'} = \overrightarrow{F'_n} + \overrightarrow{F'_t}$. La force F'_t a pour mesure : $F'_t = F'_n \times f$, en désignant par f le coefficient de frottement des surfaces en contact.

Réciproquement, l'action F du cylindre A sur le cylindre B est opposée à la force F' (principe de l'action et de la réaction); c'est une force F ayant des compo-

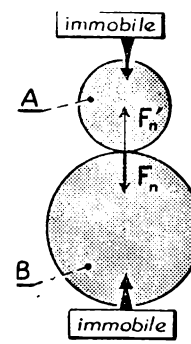


Fig. 3. — *A* et ***B*** sont ***immobiles*** et pressent l'un sur l'autre. F_n représente l'action de A sur B et F'_n l'action de B sur A.

santes F_n et F_t respectivement opposées aux composantes F'_n et F'_t.

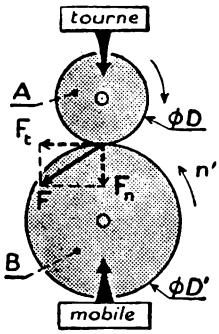


Fig. 5. — *A* tourne et *B* tourne ***sans glisser*** sur A. Que dire de l'effort tangentiel F_t exercé par A sur B?

F_t est l'effort tangentiel exercée par A sur B; son intensité est $F_t = F_n \times f$; elle est insuffisante pour entraîner le cylindre B.

2° **B est entraîné et tourne sans glisser sur A.** — C'est alors que l'effort tangentiel nécessaire pour entretenir le mouvement de B est inférieur à $F_n \times f$ (fig. 5).

Concluons : *l'effort tangentiel maximum que le cylindre moteur exerce sur le cylindre récepteur a pour intensité $F_n \times f$, en désignant par F_n la pression normale que l'un des cylindres exerce sur l'autre et f le coefficient de frottement des surfaces en contact.*

APPLICATION. — Si $F_n = 500$ *kgp* et $f = 0{,}3$, l'effort tangentiel exercé par le cylindre moteur sur le cylindre récepteur peut atteindre une intensité de

$$500 \times 0{,}3 = 150 \text{ kgp}$$

Le cylindre récepteur reste immobile si l'effort tangentiel nécessaire pour le mettre en mouvement est supérieur à 150 *kgp*. Il tourne, sans glisser sur le cylindre moteur, si l'effort tangentiel nécessaire est inférieur à 150 *kgp*.

4. Calcul de la puissance mécanique transmise par le cylindre moteur au cylindre récepteur.

Rappelons que cette puissance P a pour mesure le travail de la force F (fig. 5) pendant 1 seconde.

Mais le travail de F est égal à la somme des travaux de ses composantes F_n et F_t.

D'autre part, *le travail d'une force appliquée sur un solide mobile autour d'un axe est égal au moment de la force par rapport à l'axe de rotation multiplié par l'angle exprimé en radians dont le cylindre tourne.* Or, en 1 seconde, le cylindre B tourne d'un angle égal à $\frac{2\pi n'}{60}$.

Travail de F en 1 seconde = Travail de F_n en 1 seconde + travail de F_t en 1 seconde.

$$P = \mathcal{M}_{(0)} F_n \times \frac{2\pi n'}{60} + \mathcal{M}_{(0)} F_t \times \frac{2\pi n'}{60}$$

$$= \quad 0 \quad + \frac{D'}{2} . F_t \frac{2\pi n'}{60}$$

kgm/s *m* *tr/mn* *kgp*

$$\boxed{P = \frac{\pi . D' . n' . F_t}{60} = \frac{\pi . D . n . F_t}{60}}$$

REMARQUE. — La valeur maximum de F_t est égale à $F_n \times f$. La *puissance maximum* P_m que le mécanisme peut transmettre est donc, avec les notations employées :

$$P_m = \frac{\pi . D . n . F_n . f}{60}$$

Pour une roue motrice donnée (*D* et *n donnés*), la puissance maximum qui peut être transmise est d'autant plus grande que F_n et f sont plus grands.

a) On ne peut accroître exagérément F_n sous peine de perdre dans les paliers qui supportent l'arbre une grande partie de la puissance mécanique;

b) Il y a intérêt à prendre f aussi grand que possible; sa valeur dépend de la nature de la garniture (cuir, fibre, liège aggloméré).

Pour ces raisons l'emploi des roues de friction est limité aux faibles puissances.

APPLICATION NUMÉRIQUE. — Un cylindre de friction de diamètre D = 0,18 *m* tournant à raison de *n* = 300 *tr/mn* exerce une poussée normale F_n = 500 *kgp* contre le cylindre conjugué.

Le coefficient de frottement des surfaces en contact est f = 0,3. Quelle est la puissance maximum qui peut être ainsi transmise?

Prenons les unités M. K. S.

$$P_m = \frac{3{,}14 \times 0{,}18 \times 300 \times 500 \times 0{,}3}{60}$$

$$= 424\ kgm/s$$

ou $$P_m = \frac{424}{75} \simeq 5{,}7\ \textit{chevaux}.$$

5. Exemples d'application.

1. La figure 6 représente une machine employée pour dérouler le papier, le carton ou la tôle mince dans les ateliers qui mettent en œuvre ces matières premières. Vous observerez le dispositif permettant de presser les deux cylindres l'un sur l'autre. Ici les deux cylindres ont même diamètre; la bande qu'ils déroulent joue le rôle de garniture.

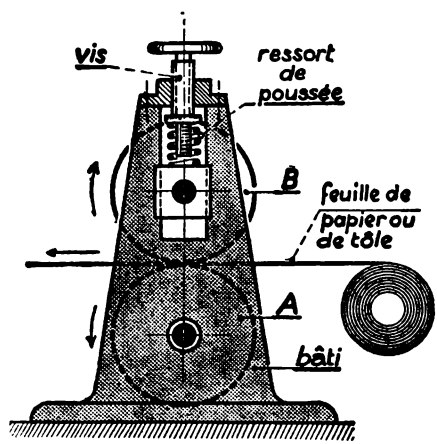


Fig. 6. — Le cylindre A est moteur. La feuille de papier ou de tôle est entraînée par adhérence.

2. La figure 7 n'est autre que le schéma d'une transmission par roues de friction où la vitesse de l'arbre commandé peut varier et même changer de sens. L'arbre moteur et l'arbre récepteur sont perpendiculaires. Ce dispositif est employé sur les tours spéciaux de l'industrie céramique, les machines à bobiner. On le retrouve sur certaines presses à emboutir ou à fabriquer les tuiles (fig. 8). Son fonctionnement s'explique sans difficulté.

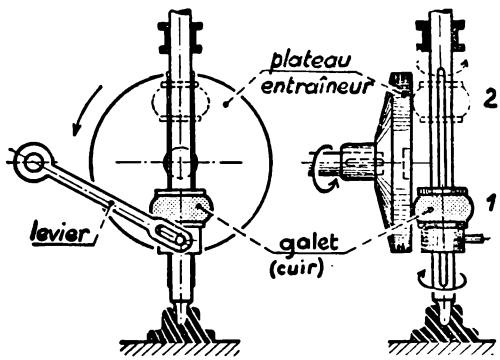


Fig. 7. — Le plateau tourne à vitesse constante. La vitesse de rotation du galet varie selon sa distance à l'axe de rotation du plateau. Pour les positions 1 et 2 du galet les sens de rotation sont inversés

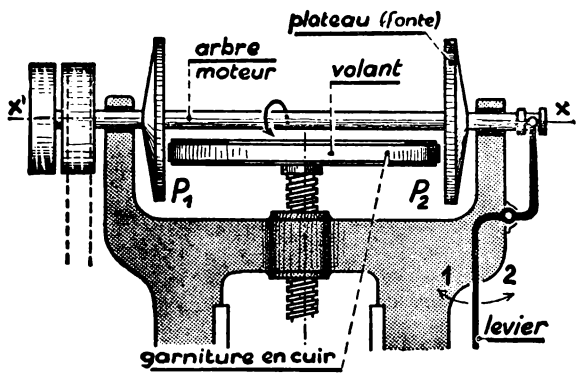


Fig. 8. — Dispositif de commande du poinçon d'une *presse à emboutir*. Expliquez-en le fonctionnement.

3. Le *variateur de vitesse* de la figure 9 montre une autre application.

L'arbre moteur commande la rotation de deux plateaux entraîneurs par l'intermédiaire de roues d'engrenage. Deux galets biconiques sont en contact avec ces plateaux ; chacun d'eux est monté sur un écrou dont le déplacement est assuré par une vis à pas contraires. Le plateau récepteur s'appuie sur les galets, ce qui assure la poussée à l'entraînement.

Selon que les galets se rapprochent ou s'éloignent, la vitesse de rotation de l'arbre récepteur augmente ou diminue.

Un tel appareil peut être intercalé entre une machine-outil et le moteur qui la commande.

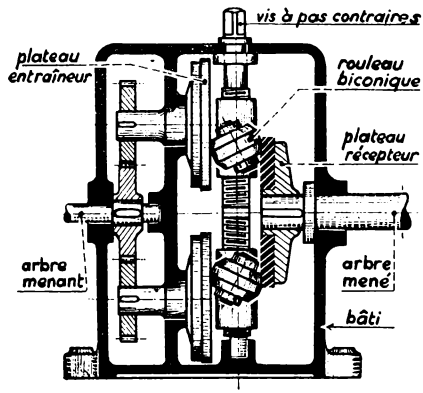


Fig. 9. — ***Variateur de vitesse F. U.*** *(Un dispositif non figuré permet d'appuyer automatiquement le plateau récepteur sur les rouleaux biconiques).*

6. Avantages et inconvénients des roues de friction.

AVANTAGES. — Au démarrage l'entraînement est progressif ; pendant la marche la commande est silencieuse. Si l'arbre récepteur éprouve une résistance anormale, les roues glissent l'une sur l'autre sans occasionner de rupture. Ce mode de transmission convient aux grandes vitesses de rotation et aux faibles efforts à transmettre.

INCONVÉNIENTS. — Les deux cylindres glissent toujours un peu l'un par rapport à l'autre, aussi ce mode de transmission est-il à rejeter si le rapport des vitesses de l'arbre moteur et de l'arbre récepteur doit être rigoureusement constant.

En outre la pression qui s'exerce sur la garniture altère sa résistance et provoque son usure.

Résumé.

1. Les roues de friction peuvent être employées pour transmettre le mouvement de rotation d'un arbre à un autre parallèle très voisin.

L'une des roues a une jante lisse, l'autre est entourée d'une garniture ayant un grand coefficient de frottement. L'entraînement se fait par adhérence, grâce à la pression qui s'exerce sur les surfaces de contact.

2. Les vitesses de rotation des arbres sont inversement porportionnelles aux diamètres des roues de friction :

$$\boxed{\frac{n}{n'} = \frac{D'}{D}}$$

3. La puissance mécanique maximum transmise par la roue motrice à la roue réceptrice a pour expression :

$$\boxed{P_m = \frac{\pi \,.\, D \,.\, n \,.\, F_n \,.\, f}{60}} \quad \begin{matrix} m\ tr/mn\ kgp \\ kgm/s \end{matrix}$$

formule dans laquelle F_n représente la poussée normale exercée par les roues l'une sur l'autre et f le coefficient de frottement des surfaces en contact.

4. L'emploi des roues de friction est limité : puissances à transmettre faibles, rapport des vitesses non rigoureusement constant (glissement).

Exercices.

1. Deux arbres parallèles ont leurs axes distants de 300 *mm*.

1° Déterminer les diamètres des roues de friction à employer pour que le rapport des vitesses soit de 1/3.

2° La roue motrice tourne à la vitesse de 600 *tr/mn* et c'est elle qui tourne le plus vite. Quelle sera la puissance maximum qui pourra être transmise sachant que la poussée des roues l'une sur l'autre $F_n = 80$ *kgp* et que $f = 0{,}20$?

2. Reportez-vous à la figure 7. *Pour un même sens de rotation* les positions extrêmes du galet sont à des distances de 35 *mm* et 190 *mm* de l'axe de rotation du plateau.

1° Calculer les vitesses correspondantes de l'arbre récepteur sachant que le galet a un diamètre de 180 *mm* et que le plateau tourne à la vitesse de 250 *tr/mn*.

2° La puissance reçue par l'arbre du plateau est de 0,5 *ch*. La galet étant à 35 *mm* de l'axe de rotation du plateau calculer l'effort de poussée minimum qui doit appuyer le plateau sur le galet sachant que $f = 0{,}25$.

Roues dentées cylindriques droites.

Vous avez vu que les roues de friction ne peuvent assurer un rapport constant entre les vitesses de rotation de l'arbre moteur et celle de l'arbre récepteur. Cette condition, *rapport des vitesses constant*, est cependant indispensable dans beaucoup de machines. Pour l'obtenir, on arme les

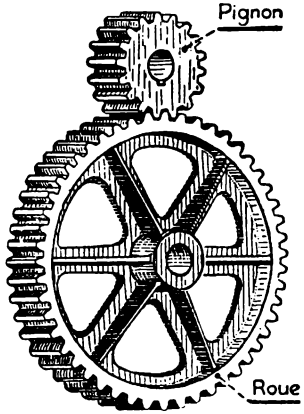


Fig. 1.
Roue et pignon** à **denture droite.

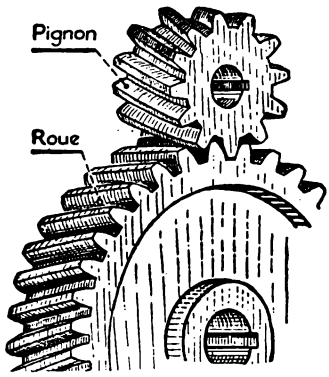


Fig. 2.
Roue et pignon** à denture **hélicoïdale.

cylindres de friction de dents qui engrènent les unes avec les autres; on réalise ainsi des **roues dentées** ou **engrenages.**

La denture est *droite* si les arêtes des dents sont parallèles aux axes des roues (fig. 1). Elle est *hélicoïdale*, si les arêtes sont des portions d'hélices (fig. 2).

De deux roues **en prise**, la petite est appelée *pignon*; l'autre garde le nom de roue.

I. — DÉFINITIONS RELATIVES AUX ENGRENAGES CYLINDRIQUES DROITS. DIMENSIONS DE LA ROUE ET DE LA DENTURE EN FONCTION DU MODULE

1. Définitions relatives aux engrenages cylindriques.

Cylindres primitifs. — Soient deux arbres parallèles A et B (fig. 3). Pour transmettre le mouvement de rotation du premier au second, avec un rapport donné des vitesses, nous pouvons essayer des cylindres de

friction ; nous avons appris à calculer leurs diamètres. Nous les appellerons *cylindres primitifs.*

Si nous voulons leur substituer des roues dentées, il faudra prendre des cylindres de diamètres un peu plus grands (fig. 4) et les tailler de

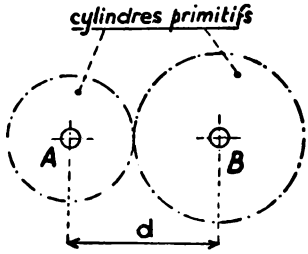


Fig. 3.

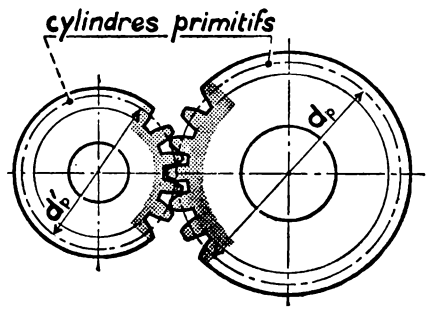


Fig. 4.

telle sorte que les dents de l'un puissent pénétrer dans les creux de l'autre. Comme la taille s'opère avec la même fraise, *toutes les dents d'une même roue sont identiques, ainsi que les évidements.* Il suffit donc d'étudier les dimensions d'une dent. Mais auparavant quelques définitions sont indispensables.

Cercle primitif : c'est la section droite d'un cylindre primitif. Son diamètre est le *diamètre primitif* d_p (fig. 4 et 5).

Cylindre de tête : cylindre dont la surface active passe par les sommets des dents. Sa section droite est le *cercle de tête.* Son diamètre est le *diamètre de tête* : d_e (fig. 6)

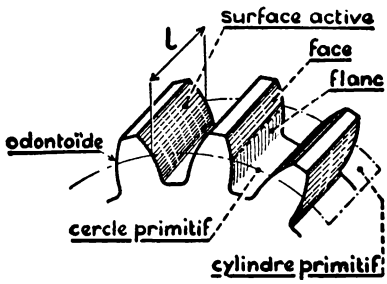


Fig. 5.

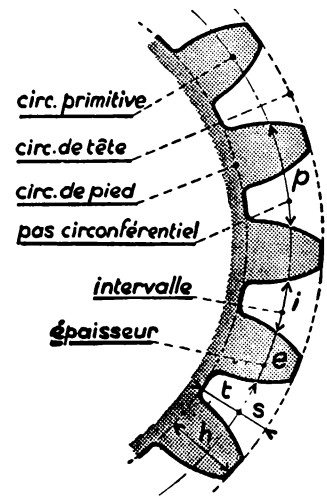


Fig. 6.

Cylindre de pied : cylindre passant par les pieds des dents. Sa section droite est le *cercle de pied.* Son diamètre est le *diamètre de pied* : d_i

Surface active : portion de la surface d'une dent sur laquelle s'effectuent les contacts successifs de cette dent avec une dent de l'autre roue. Elle comprend à l'extérieur du cylindre primitif, la *face*, et à l'intérieur le *flanc* (fig. 5).

Profil : intersection de la surface active et d'un plan perpendiculaire à l'axe de la roue.

Épaisseur curviligne d'une dent, *e* : elle se mesure sur le cercle primitif; c'est la longueur de l'arc de cercle primitif comprise à l'intérieur d'une dent.

Intervalle curviligne de deux dents, *i* : longueur de l'arc de cercle primitif comprise dans l'intervalle de deux dents.

Pas circonférentiel, *p* : longueur de l'arc de cercle primitif égale à une épaisseur et un intervalle : $p = e + i$

Si d_p est le diamètre primitif d'une roue, z le nombre de dents de cette roue, $p = \frac{3{,}14\ d_p}{z}$

Module M : quotient du pas circonférentiel par le nombre $\pi = 3{,}14$, ou encore quotient du diamètre primitif par le nombre de dents

$$M = \frac{p}{3{,}14} = \frac{d_p}{z}$$

Hauteur de la dent : différence h entre le rayon du cercle de tête et le rayon du cercle de pied.

Elle comprend : à l'extérieur du cercle primitif la *saillie* s et à l'intérieur le *creux* t. Donc $h = s + t$

Largeur de denture, *l* : longueur d'une dent mesurée sur une génératrice du cylindre primitif.

2. Dimensions d'une roue dentée et de sa denture en fonction du module.

Le Comité de Normalisation a fixé comme il suit les dimensions d'une roue dentée en fonction du module de la denture dite *denture normale* :

saillie : $s = M$
creux : $t = 1{,}25\ M$
hauteur : $h = 2{,}25\ M$
épaisseur : $e = 1{,}57\ M$ } 1/2 *du pas circonférentiel*
intervalle : $i = 1{,}57\ M$ }
longueur des dents ou *largeur de denture* :
peut varier de 6 à 16 M; valeur recommandée : $l = 10\ M$

Épaisseur = intervalle = 1/2 *pas circonférentiel* = 1,57 M

Longueur des dents: peut varier de 6 à 16 M; valeur recommandée : 10 M.

APPLICATIONS. — *Calculer les dimensions d'une roue dentée de* 20 ***dents, module*** 2 (soit 2 *millimètres*).

Diamètre primitif : $d_p = M \times z = 2 \times 20 =$ ..... ***40 mm***
Diamètre de tête : $d_c = d_p + 2s = d_p + 2M = 40 + 4 =$ ..... ***44 mm***
Diamètre de pied : $d_i = d_p - 2t = d_p - 2{,}5M = 40 - 5 =$ ..... ***35 mm***
Pas circonférentiel : $p = 3{,}14 \times M = 3{,}14 \times 2 =$ ..... ***6,28 mm***
Epaisseur d'une dent = intervalle de deux dents = $1/2\ p =$ ..... ***3,14 mm***
Longueur $l = 10M =$ ..... ***20 mm***

Il résulte de ces dimensions que la roue précédente est taillée dans un galet cylindrique de 44 *mm* de diamètre et 20 *mm* d'épaisseur.

REMARQUE.. — *Le module M s'exprime en millimètres.* Afin de réduire l'outillage nécessaire à la taille des engrenages, la série des modules normaux a été établie comme suit (norme E 23 011):

VALEURS DU MODULE *M* (en *mm*).

Valeurs Principales				*Valeurs Secondaires*			
0,5	***1,5***	***5***	***16***	*0,55*	*1,75*	*5,5*	*18*
0,6	***2***	***6***	***20***	*0,7*	*2,25*	*7*	*22*
0,8	***2,5***	***8***	***25***	*0,9*	*2,75*	*9*	
1	***3***	***10***		*1,125*	*3,5*	*11*	
1,25	***4***	***12***		*1,375*	*4,5*	*14*	

II. — PROFILS DES ROUES D'ENGRENAGES

3. Le profil des dents ne peut être une courbe quelconque.

Il ne suffit pas qu'il permette aux dents d'engrener sans coincement des saillies dans les creux. Des profils pourraient réunir ces conditions et cependant être inacceptables. Il faut en outre, que l'arbre moteur tournant à vitesse constante, l'arbre récepteur tourne aussi à vitesse constante. Autrement dit, **le rapport des vitesses de rotation des deux arbres doit être constant.**

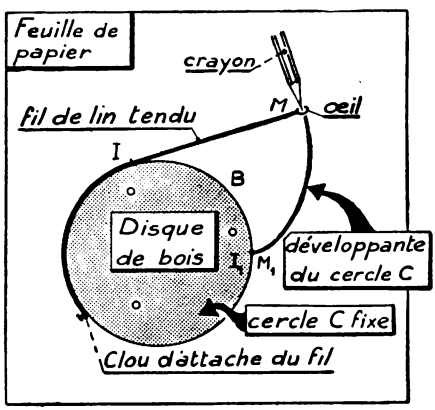


Fig. 7. — Voici comment vous pouvez tracer une ***développante de cercle*** d'un mouvement continu.

4. Les profils à développantes de cercles sont les plus utilisés.

a) **Expérience.** — Faites celle qui est représentée par la figure 7. *La courbe* M_1M, *tracée par la pointe du crayon lorsque le fil reste*

constamment tendu pendant qu'il se déroule, est la développante du cercle C.

Cette courbe peut aussi être considérée comme la *courbe décrite par un point d'une droite qui roule sans glisser sur une circonférence fixe* (fig. 8).

Elle possède des propriétés remarquables :

1° La longueur de l'arc de cercle $I_1I_2I_3I$ est égale à la longueur du segment de droite IM.

2° La droite IM est perpendiculaire à la tangente à la développante au point M.

Grâce à ces deux propriétés, les développantes de cercle peuvent être utilisées comme profils des dents d'engrenages.

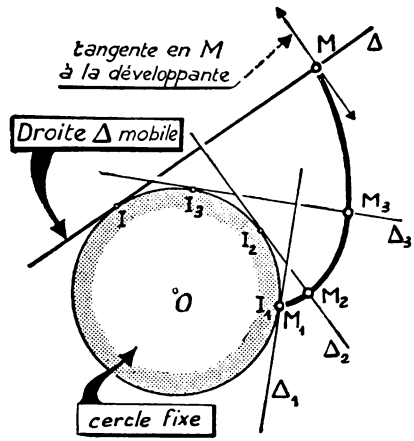


Fig. 8. — La droite Δ roule ***sans glisser*** sur le cercle fixe. Le point M de cette droite décrit une ***développante de cercle.***

b) **Tracé du profil des dents d'une roue.**

1° Tracer le cercle primitif C_p, le cercle de tête C_e et le cercle de pied C_i de la roue (fig. 9).

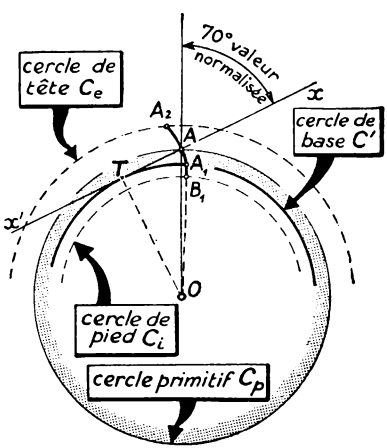


Fig. 9. — Tracé d'un ***profil de dent*** d'engrenage.

2° Par un point A du cercle primitif, mener une sécante $x'Ax$ faisant un angle de 70° avec le rayon OA. Abaisser du centre O la perpendiculaire OT sur cette sécante, et tracer le cercle C′ de rayon OT; c'est le **cercle de base.**

3° Si l'on fait rouler la droite $x'Ax$ sur le cercle C′ (roulement sans glissement), le point A décrit une développante du cercle C′. La partie A_1A_2 de cette développante comprise entre le cercle de pied et le cercle de tête donne le profil de la dent.

Si le cercle de pied est à l'intérieur du cercle de base, on achève le profil du pied de la dent par une portion de rayon A_1B_1.

REMARQUE. — Le profil d'une dent ne dépend que de la grandeur du cercle de base, car la courbure d'une développante de cercle dépend du

rayon de ce cercle[1]. Bref, *le profil varie avec le nombre de dents.*

Néanmoins, on démontre qu'une roue engrène correctement avec toute autre roue de *même module* et dont le profil est aussi à développante de cercle.

5. Rapport des vitesses de rotation de deux roues dentées.

a) Soient z et z' leurs nombres de dents;
n et n' les vitesses de rotation des deux roues associées.

Au point de contact A des cercles primitifs, une dent de l'une succède à une dent de l'autre roue. Pendant chaque minute, il passe donc en ce point autant de dents de l'une et l'autre roue. Or, il passe $n.z$ dents de l'une, $n'.z'$ de l'autre. Donc

$$\boxed{n.z = n'.z'} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{\frac{n}{n'} = \frac{z'}{z}}$$

tr/mn *nb. de dents*

b) Soient : d_p et d'_p les diamètres primitifs, M le module (le même pour les deux roues).

$$M = \frac{d_p}{z} = \frac{d'_p}{z'} \qquad \text{Donc} \qquad \frac{z'}{z} = \frac{d'_p}{d_p} \qquad \text{et par suite}$$

$$\boxed{\frac{n}{n'} = \frac{d'_p}{d_p}}$$

Le rapport des vitesses de rotation de deux roues dentées est égal au rapport inverse de leurs nombres de dents ou au rapport inverse de leurs diamètres primitifs.

REMARQUE. — Le pignon tourne toujours plus vite que la roue. *S'il est calé sur l'arbre moteur*, l'arbre récepteur tourne plus lentement que l'autre : la transmission du mouvement se fait avec *réduction de la vitesse.*

Si le pignon est calé sur l'arbre récepteur, il y a au contraire transmission avec *multiplication de la vitesse.*

---

1. Les Élèves traceront des développantes en leçon de dessin et vérifieront qu'une développante est d'autant plus courbée qu'elle correspond à un cercle de plus petit diamètre.

6. Effort tangentiel de la roue menante sur la roue menée. Puissance transmise.

Observez le fonctionnement de deux roues associées. Une, deux, parfois même trois dents de la roue menante sont au contact avec des dents de la roue menée et les poussent devant elles. Ces poussées (si l'on néglige les frottements) sont dirigées suivant la droite xAx' (fig. 10) tangente aux cercles de base des roues en prise. Elles sont équivalentes :

1° à un effort tangentiel F_t
2° à une poussée normale (ou radiale) F_n
} exercés par la roue menante sur la roue menée[1]

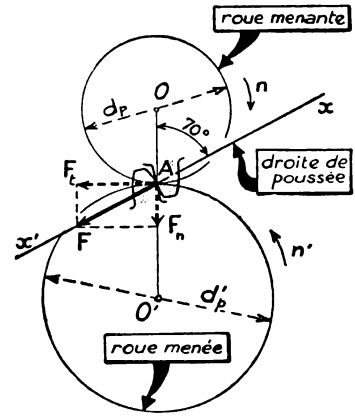


Fig. 10. — L'action de contact F, exercée par la dent de la roue menante sur la dent de la roue menée, se déplace le long de la ***droite de poussée x'x***. Cette droite passe par le point de tangence des cylindres primitifs.

On retrouve donc ici les mêmes actions que dans le cas des cylindres de friction. On démontre, comme il a été fait pour ces cylindres, que la puissance mécanique P transmise par l'arbre moteur à l'arbre récepteur a pour mesure :

$$\boxed{P = \frac{\overset{m\ tr/mn\ kgp}{\pi \cdot d_p \cdot n \cdot F_t}}{60}}_{kgm/s} \quad \text{ou} \quad \boxed{P = \frac{\overset{m\ tr/mn\ kgp}{\pi \cdot d_p \cdot n \cdot F_t}}{60 \times 75}}_{ch}$$

Résumé.

1. Les *roues dentées* ou *engrenages* jouent le même rôle que les roues de friction : transmission du mouvement circulaire continu d'un arbre à un autre; mais elles ont l'avantage de réaliser un *rapport des vitesses constant* entre ces deux arbres.

2. Les éléments caractéristiques d'une roue d'engrenage sont :
le *diamètre primitif* d_p;
le *nombre de dents* z;
le *module* M.
Le module est égal au quotient, du *pas circonférentiel* p par le nombre π, ou encore au quotient du diamètre primitif par le nombre de dents.

$$\boxed{M = \frac{p}{\pi} = \frac{d_p}{z}}$$

1. Bien entendu, en vertu du principe de l'action et de la réaction, la roue menée exerce sur la roue menante des actions opposées de même intensité.

Les valeurs du module sont normalisées. Toutes les dimensions d'une roue sont établies en fonction du module.

3. Deux roues qui engrènent ensemble ont même pas circonférentiel, donc même module. Leurs dents sont limitées par un profil à *développante de cercle.*

4. Le *rapport des vitesses de rotation* de deux roues dentées est égal au rapport inverse de leur nombre de dents ou au rapport inverse de leurs diamètres primitifs.

$$\frac{n}{N} = \frac{z'}{z} = \frac{d'_p}{d_p}$$

5. Une dent de la roue menante en prise avec une dent de la roue menée exerce sur celle-ci un effort F dirigé suivant une *droite de poussée* faisant avec la ligne des centres des roues un angle dont la valeur normalisée est de 70°.

Cet effort F se décompose en un *effort tangentiel* F_t et un *effort radial* F_n.

6. La *puissance transmise* par la roue menante a pour expression :

$$P = \frac{\pi \cdot d_p \cdot n \cdot F_t}{60}$$

m tr/mn kgp

kgm/s

Exercices.

1. Une roue dentée à denture droite normale a un *diamètre extérieur* de 104 *mm* et possède 24 dents.

1° Complétez le tableau ci-dessous des éléments de taillage de cette roue.

Nombre de dents	*Pas circonférentiel p* .....
Module M	*Épaisseur et intervalle e = i* .....
Diamètre primitif d_p	*Saillie s* .....
Diamètre de tête d_e	*Creux t* .....
Diamètre de pied d_i	*Hauteur des dents h* .....
Longueur de denture l = 10 M. ...	

2° Quelle est la puissance en *chevaux* qu'elle pourrait transmettre en tournant à la vitesse de 240 *tr/mn* sachant que chaque dent est capable de résister en toute sécurité à un effort tangentiel de 150 *kgp.*

2. Entre deux arbres parallèles distants de 240 *mm* on veut établir une transmission par engrenages. L'arbre moteur tourne à la vitesse de 500 *tr/mn* et il transmet une puissance de 4 *ch* à l'arbre récepteur dont la vitesse de rotation est de 125 *tr/mn.*

Calculer :

1° Les diamètres primitifs des deux roues dentées;

2° L'effort tangentiel F_t exercé par la roue menante sur la roue menée;

3° Le nombre de dents de chaque roue sachant que le module de la denture $M = 6$ *mm.* (*La connaissance de l'effort tangentiel* F_t *permet de calculer les dimensions de la dent qui doit résister à cet effort. Toutes ces dimensions sont exprimées en fonction du module qu'un calcul de résistance des matériaux permet de déterminer.*)

Équipages de roues dentées.

Pour des raisons d'encombrement, le diamètre de la roue ne dépasse généralement pas 10 fois celui du pignon; de sorte qu'en pratique le *rapport de réduction* des vitesses de ces deux roues ne descend pas au-dessous de 1/10, et le *rapport de multiplication* ne dépasse pas 10.

$$1/10 < \frac{n'}{n} < 10$$

Si le rapport $n' : n$ sort de ces limites, on utilise des équipages comportant plus de deux roues dentées.

Les plus importants de ces mécanismes sont : les *trains d'engrenages*, les *double-harnais*, les *boîtes de vitesse*.

I. — TRAINS D'ENGRENAGES

1. Description. — Raison d'un train.

La figure 1 représente les roues d'un train d'engrenages. Outre les arbres moteur et récepteur, un tel mécanisme comporte des *arbres intermédiaires* portant chacun deux roues : une menante et une menée, *solidaires l'une de l'autre*; l'ensemble de ces deux roues intermédiaires constitue un *harnais*; exemple B et C, D et E.

A, C, E sont les roues menantes;
B, D, F les roues menées.

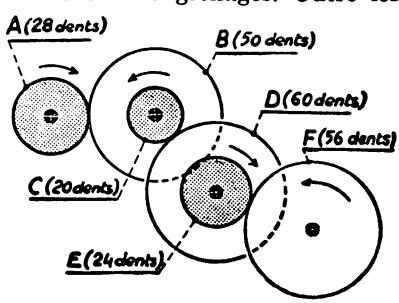


Fig. 1. — ***Train d'engrenages.*** Qu'appelle-t-on ***raison*** du train?

Soient : n_A, n_B, n_C.... les vitesses de rotation en tours par minute; z_A, z_B, z_C.... les nombres de dents des roues A, B, C....

Écrivons le rapport des vitesses de chaque couple de roues en prise :

Couple A-B	*Couple C-D*	*Couple E-F*
$\frac{n_B}{n_A} = \frac{z_A}{z_B}$	$\frac{n_D}{n_C} = \frac{z_C}{z_D}$	$\frac{n_F}{n_E} = \frac{z_E}{z_F}$

En multipliant membre à membre ces trois égalités il nous reste :

$$\frac{n_B \times n_D \times n_F}{n_A \times n_C \times n_E} = \frac{z_A \times z_C \times z_E}{z_B \times z_D \times z_F}$$

Mais $n_B = n_C$ puisque ces roues sont solidaires; de même $n_D = n_E$. Simplifions :

$$\frac{n_F}{n_A} = \frac{z_A.z_C.z_E}{z_B.z_D.z_F} = \frac{\textit{Produit des nombres de dents des roues menantes}}{\textit{Produit des nombres de dents des roues menées}}$$

Le rapport n_F/n_A des vitesses de rotation de l'arbre récepteur et de l'arbre moteur est appelé **raison du train d'engrenages** : $r = n_F : n_A$

La raison d'un train d'engrenages est égale au produit des nombres de dents des roues menantes divisé par le produit des nombres de dents des roues menées.

EXEMPLE. — **La raison du train d'engrenages de la figure 1 est :**

$$r = \frac{28 \times 20 \times 24}{50 \times 60 \times 56} = \frac{2}{25}$$

Quand l'arbre récepteur fait 2 tours, l'arbre moteur en fait 25.

REMARQUE. — L'arbre récepteur tourne *dans le même sens* que l'arbre moteur s'il y a 1, 3, 5... arbres intermédiaires; *en sens inverse*, si le nombre des arbres intermédiaires est pair.

II. — DOUBLE HARNAIS D'ENGRENAGES

2. C'est un mécanisme fort employé sur les machines-outils, notamment sur les tours.

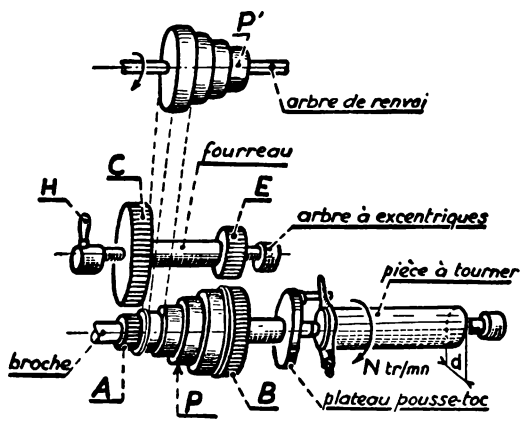


Fig. 2. — Dispositif de commande d'une broche de tour. Le ***harnais C — E*** s'écarte des roues dentées A et B ou entre en prise avec elles lorsqu'on agit sur la poignée H de l'arbre à excentriques.

La commande de la broche d'un tour comporte (fig. 2) :

une poulie étagée P, *montée folle sur la broche* et solidaire d'une roue dentée A;

une roue dentée B *solidaire de la broche*;

un *harnais* composé de deux roues dentées C et E qui sont solidaires d'un fourreau monté fou sur un *arbre à excentriques*; elles peuvent engrener respectivement avec les roues A et B.

La poulie P reçoit son mouvement d'une poulie identique P' calée sur

l'arbre de renvoi. Elle transmet son mouvement à la broche par l'intermédiaire de la roue dentée B, soit directement (*marche à la volée*, fig. 3), soit indirectement par le harnais CE (fig. 4).

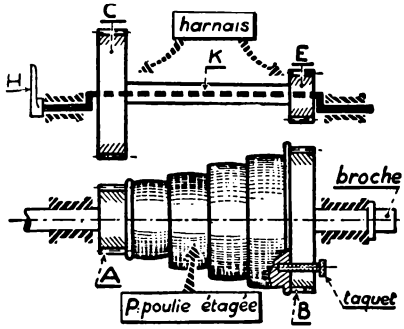


Fig. 3. — ***Marche à la volée.*** Le taquet rend la poulie P solidaire de la roue dentée B et de la broche du tour.

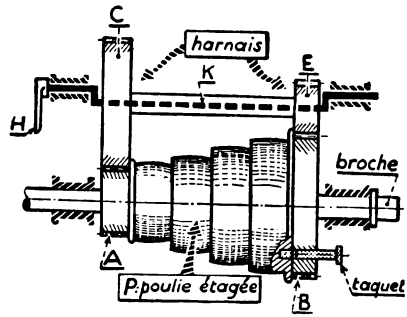


Fig. 4. — ***Marche au harnais.*** Le taquet est dégagé et le harnais en prise. La rotation de la poulie B entraîne celle de la broche par l'intermédiaire des roues A et C, E et B.

EXERCICE. — *La vitesse de l'arbre de renvoi est* 250 tr/mn. *Les diamètres des étages des poulies sont respectivement* 100, 133, 167, 200 mm. *Les nombres de dents des roues du double harnais sont* $z_A = 17$; $z_C = 43$; $z_E = 17$; $z_B = 43$.

1. *Quelles sont les* 4 *vitesses de la marche à la volée?*
2. *Quelle est la raison du double harnais?*
3. *Quelles sont les* 4 *vitesses de la marche au harnais?*

1° Marche à la volée :

$$n_1 = 250 \times \frac{100}{200} = \textbf{\textit{125 tr/mn}} \qquad n_2 = 250 \times \frac{167}{133} = \textbf{\textit{313 tr/mn}}$$

$$n_3 = 250 \times \frac{133}{167} = \textbf{\textit{199 tr/mn}} \qquad n_4 = 250 \times \frac{200}{100} = \textbf{\textit{500 tr/mn}}$$

2° Raison du harnais ou rapport de réduction :

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{z_A \times z_E}{z_C \times z_B} = \frac{17 \times 17}{43 \times 43} = \textbf{\textit{0,156}}$$

3° Marche au harnais :

$n_5 = n_1 \times 0{,}156 = \textbf{\textit{19,5 tr/mn}}$ $\qquad n_7 = 313 \times 0{,}156 = \textbf{\textit{49 tr/mn}}$

$n_6 = 199 \times 0{,}156 = \textbf{\textit{31 tr/mn}}$ $\qquad n_8 = 500 = 0{,}156 = \textbf{\textit{78 tr/mn}}$

III. — BOITES DE VITESSE

3. Ce sont des mécanismes à engrenages qui permettent de faire varier la vitesse de l'arbre récepteur alors que celle de l'arbre moteur reste constante.

Les roues dentées sont logées à l'intérieur d'un *carter* ou *boîte*, et la manœuvre d'un ou plusieurs leviers met certaines d'entre elles en prise de manière à réaliser les vitesses prévues.

Ces mécanismes sont d'un emploi courant sur les machines-outils et les automobiles.

Vous n'aurez aucune peine à comprendre leur fonctionnement si vous en comprenez bien la description. La figure 5 est la *boîte de vitesse Norton*,

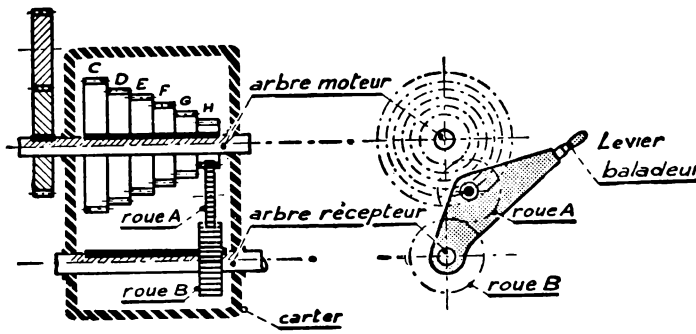


Fig. 5. — ***Boîte de vitesse Norton.*** Le levier baladeur peut coulisser le long de l'arbre récepteur. La roue intermédiaire A, qui engrène constamment avec B, peut engrener à volonté, avec C, D, E, F, G ou H.

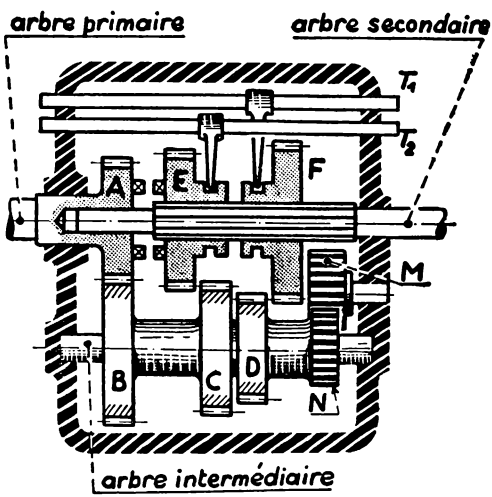


Fig. 6. — ***Boîte de vitesse d'automobile.*** Les deux baladeurs actionnés par les tringles T_1 et T_2 permettent 3 vitesses et une marche arrière.

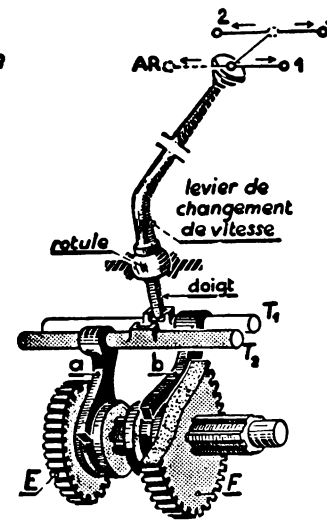


Fig. 7. — Vue perspective du levier de commande, des tringles et des fourches ***a*** et ***b*** de la boîte précédente.

très employée sur les machines-outils. La figure 6 est une boîte de vitesse d'automobile; la figure 7 représente le mécanisme de déplacement de baladeurs de la boîte précédente.

Résumé.

1. Pour obtenir, sous un encombrement réduit, un rapport de réduction ou un rapport de multiplication des vitesses assez grand entre les deux arbres moteur et récepteur d'une transmission, on a recours au *train d'engrenages*.

Dans un tel mécanisme, un ou plusieurs arbres intermédiaires portant des roues dentées sont intercalés entre l'arbre moteur et l'arbre récepteur.

2. La *raison du train d'engrenages* (ou rapport des vitesses de rotation de l'arbre récepteur et de l'arbre moteur) est égale au produit des nombres de dents des roues menantes divisé par le produit des nombres de dents des roues menées.

3. Le *double harnais* employé sur les machines-outils permet de doubler le nombre des vitesses que l'on obtiendrait en employant simplement une poulie étagée.

4. Les *boîtes de vitesse* des machines-outils et des automobiles permettent de faire varier la vitesse de l'arbre récepteur alors que celle de l'arbre moteur reste constante.

Exercices.

1. Un train d'engrenages est constitué comme l'indique le schéma de la figure 8. La roue dentée A tourne à la vitesse de 1 200 *tr/mn*. Calculer :

1° les distances EF et FH;

2° la vitesse de rotation de la roue D;

3° la vitesse linéaire de la crémaillère qui engrènerait avec la roue D;

4° l'effort tangentiel exercé par la roue C sur la roue D sachant que A exerce sur B un effort tangentiel égal à 35 *kgp*;

5° la puissance exprimée en *chevaux* transmise par la roue A à la roue B.

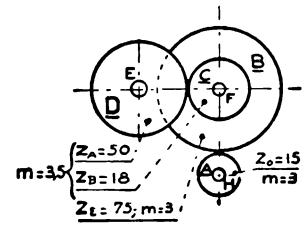


Fig. 8.

2. La poulie étagée P d'un harnais de tour (fig. 9) est commandée par une poulie identique calée sur un arbre de renvoi parallèle à l'axe $x'x$. Les diamètres des étages sont respectivement 100, 135 et 170 *mm*. L'arbre de renvoi tourne à la vitesse de 180 *tr/mn*.

1° Calculer les six vitesses de la broche (*avec* et *sans* harnais) : n_1, n_2, n_3...;

2° La vitesse de coupe v d'une pièce de diamètre d tournant à la vitesse de n tours par minute a pour expression :

$$\underset{m/mn}{v} = \pi \cdot \underset{m}{d} \cdot \underset{tr/mn}{n}$$

Pour une vitesse de rotation donnée (n = constante), la vitesse de coupe v est une fonction

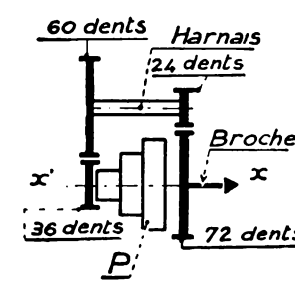


Fig. 9.

du 1er degré de la variable d. La courbe représentative des variations de cette fonction est donc une droite telle que OA (fig. 10) obtenue ici en remplaçant n par la plus petite des vitesses de rotation de la broche, soit n_1. Compléter l'*abaque* ainsi commencé en traçant les droites 2, 3, 4..., qui correspondent aux vitesses de rotation n_2, n_3, n_4...

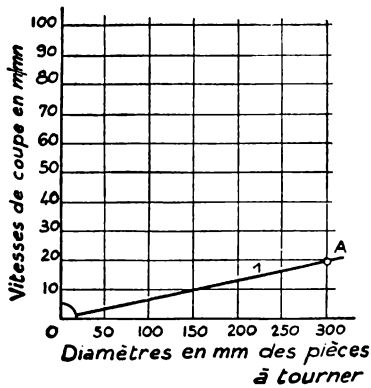


Fig. 10.

3° A l'aide de l'abaque précédent, dites sur quel étage de la poulie-cône il faudra placer la courroie et si la marche devra se faire à la volée ou au harnais pour tourner à la vitesse de coupe de 20 *m/mn* des cylindres dont les diamètres sont respectivement de 60 *mm*, 80 *mm*, 120 *mm*, 150 *mm*.

3. On considère la *chaîne cinématique* partielle d'un tour parallèle (fig. 11).

1e Calculer les vitesses de rotation : *a*) de l'arbre de renvoi; *b*) de la broche tournant à la volée, c'est-à-dire sans réduction par les engrenages du harnais.

2° On veut que le harnais réduise les vitesses de rotation de la marche à la

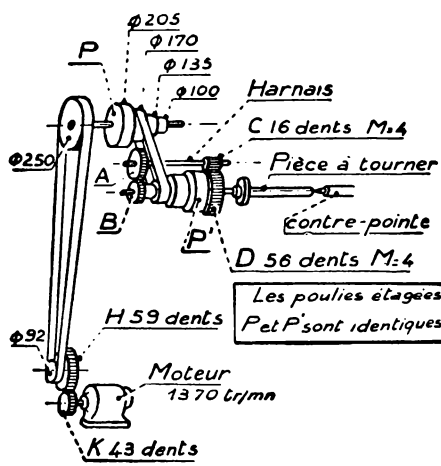


Fig. 11.

volée dans le rapport $\frac{10}{77}$. Calculer les nombres de dents des engrenages A et B sachant que leur module $M = 3$ *mm*.

3° On suppose que, la broche tournant à sa plus petite vitesse, l'effort tangen-

tiel correspondant au détachement du copeau sur une pièce de 200 *mm* de diamètre est de 300 *kgp*. Déterminer la puissance du moteur en *chevaux*, sachant que le rendement de l'ensemble du mécanisme représenté sur la figure est de 0,7.

4. La figure 12 représente le dispositif de commande d'une broche de fraiseuse *Gambin*. Calculer :

1° la raison du harnais et les valeurs des 16 vitesses qu'on peut donner à la broche;

2° l'effort tangentiel exercé par la poulie motrice sur la courroie L dans la position occupée par celle-ci sur la figure; en déduire les tensions de cette courroie sachant que $T = 2\,t$.

3° l'effort tangentiel exercé par la courroie sur la poulie intermédiaire qui actionne l'arbre de renvoi par l'intermédiaire des roues dentées H et K;

4° l'effort tangentiel exercé par la roue dentée H sur la roue dentée K;

5° l'effort tangentiel exercé par le plus petit étage de la poulie de renvoi sur la courroie J ($T = 2t$);

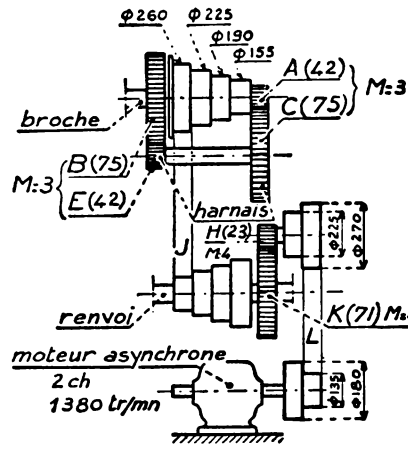


Fig. 12.

6° le moment du couple qui sollicite la broche à la rotation dans la marche du harnais.

6. On considère une boîte de vitesse d'automobile (fig. 13). L'arbre secondaire entraîne le pignon d'attaque G de la couronne H du différentiel (*non représenté ici*) par l'interm diaire des joints de cardan K et L. Les données sont les suivantes :

vitesse du moteur : 2 000 *tr/mn*

rapports des nombres de dents des roues :

$$\frac{A}{B} : \frac{1}{3}\,; \quad \frac{C}{D} : \frac{5}{4}\,; \quad \frac{E}{F} : \frac{1}{2}$$

couple conique G : 18 *dents;* H : 72 *dents.*

diamètre sous charge des pneumatiques : 0,88 *m.*

Calculer :

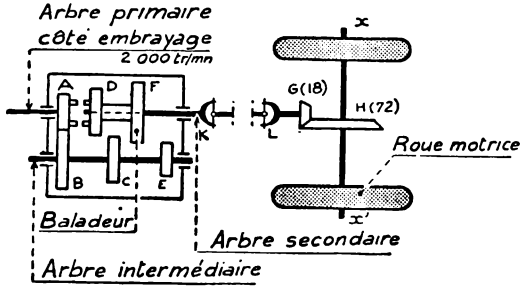


Fig. 13.

1° le nombre de tours par minute de l'arbre secondaire en 1re, 2e et 3e vitesses;

2° les vitesses correspondantes de l'arbre $x'x$ des roues motrices;

3° les vitesses en *km/h* de la voiture.

Engrenages hélicoïdaux. Roue dentée et vis sans fin.

I. — ENGRENAGES HÉLICOÏDAUX

Nous avons vu que deux roues de friction qui fonctionnent normalement roulent, sans glisser, l'une sur l'autre. Il en est de même pour les cercles primitifs de deux roues dentées, mais pour eux seuls; en particulier, les surfaces de contact de deux dents en prise glissent légèrement l'une sur l'autre, surtout au début et à la fin du contact (fig. 1).

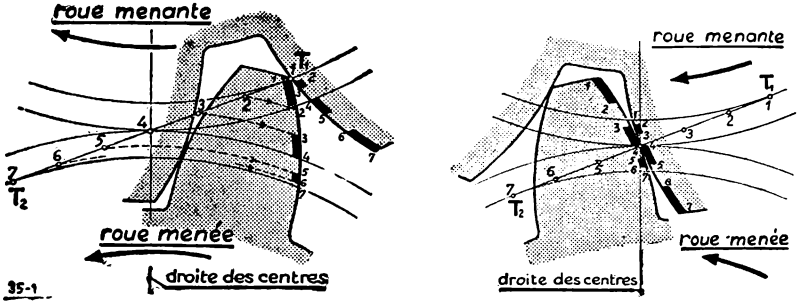


Fig. 1. — ***A gauche :*** deux dents entrent en contact. L'arc 1-2 du profil de la dent menante va envelopper l'arc 1-2 du profil de la dent menée. Ces deux arcs étant de longueur différente, il y aura *glissement* d'une dent sur l'autre.
A droite : C'est au voisinage de la droite des centres que le glissement relatif des surfaces en contact est le moins grand.

Outre l'effort tangentiel, corrélatif de la puissance à transmettre, la roue menante fournit donc un effort supplémentaire pour vaincre *le frottement de glissement des dents en prise.* Et cet effort, plus grand au début et à la fin du contact, varie périodiquement, ce qui provoque des vibrations du mécanisme et par suite des chocs et du bruit. Les dentures hélicoïdales suppriment ou tout au moins atténuent ces inconvénients.

1. Définition d'une denture hélicoïdale.

a) Soient : A et B les cylindres primitifs de deux roues associées;
P, un plan tangent à ces cylindres (fig. 2);
Δ, une droite de ce plan.

Enroulons P autour de A; la droite Δ s'enroule suivant une *hélice à droite* C_1D_1. Enroulons de même P autour de B : Δ s'enroule suivant une *hélice à gauche* C_2D_2. Ce sont les **hélices primitives.** Lorsque le cylindre A

tourne entraînant le cylindre B sans glissement, l'hélice C_1D_1 vient en contact avec l'hélice C_2D_2, le point de contact se déplaçant de C_1 vers D_1 et de C_2 vers D_2.

b) une dent hélicoïdale est engendrée par le contour plan (F), perpendiculaire à l'axe *y'y* qui se déplace en restant perpendiculaire à l'axe, de façon que le point M décrive l'hélice C_2D_2 (fig. 3).

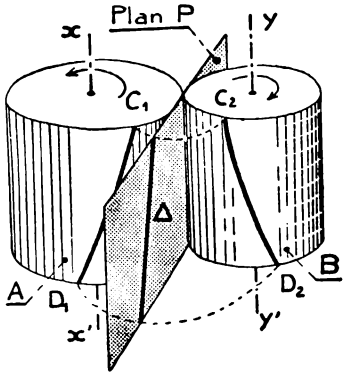


Fig. 2.

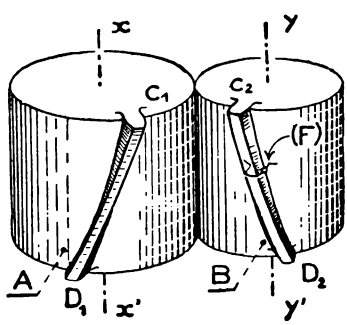


Fig. 3.

Fig. 2. — Le ***plan P*** est ***tangent*** aux deux cylindres primitifs ***A*** et ***B***. Lorsqu'on l'enroule sur A, la droite Δ de ce plan s'enroule suivant l'***hélice à droite C_1D_1***. Lorsqu'on l'enroule sur B, la droite Δ s'enroule suivant l'***hélice à gauche C_2D_2***. Ces deux hélices sont les ***hélices primitives***.

Fig. 3. — Le contour ***F*** qui se déplace parallèlement à lui-même en **s'appuyant** sur une hélice primitive engendre une ***dent hélicoïdale***.

2. Fonctionnement d'un engrenage hélicoïdal.

EXPÉRIENCE. — Observez, sur un couple de roues à denture hélicoïdale, comment deux dents entrent en prise et se comportent ensuite quand l'engrenage fonctionne.

a) Lorsque la roue menante A tourne, la dent C_1D_1 entre en prise avec la dent C_2D_2 et la pousse devant elle (fig. 3). Le contact s'établit d'abord par les extrémités C_1 et C_2 et *s'étend progressivement* à mesure de la rotation, jusqu'aux extrémités D_1 et D_2. Il cesse de même progressivement d'abord aux extrémités C_1 et C_2, puis en D_1 et D_2.

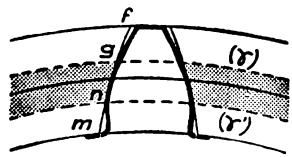


Fig. 4. — Le profil théorique est modifié de telle sorte que le contact des dents en prise n'ait lieu que dans la région où le glissement relatif des surfaces de contact est le plus faible.

b) Comme on a soin de modifier le profil théorique *m n g f*, correspondant à la denture droite (fig. 4), de manière à ne conserver de ce profil que la **région**

médiane de la dent limitée par *ng*, les points de contact de deux dents en prise se font dans une région où les profils glissent peu l'un par rapport à l'autre. Par suite, l'*énergie mécanique absorbée par le frottement* est très faible.

Ces particularités du fonctionnement : prise de contact progressive, nombreuses dents en prise, faible résistance de frottement, confèrent aux engrenages hélicoïdaux une marche précise, douce et silencieuse. Ce sont des *engrenages de précision.*

c) On démontre, comme pour les roues dentées droites, que le rapport des vitesses de rotation est égal au rapport inverse des diamètres primitifs ou au rapport inverse des nombres de dents.

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{d_A}{d_B} = \frac{z_A}{z_B}$$

3. Poussée axiale. Roues à chevrons pour les grandes puissances.

Rappelons que l'action d'une dent *droite* sur la dent qu'elle pousse comporte (fig. 5) :

1° un *effort tangentiel*, qui fait tourner la roue menée;

2° un *effort radial*, qui chasse la roue menée vers l'extérieur et l'écarterait de la roue menante si les roues n'étaient solidement guidées.

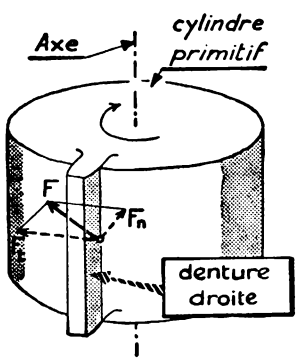


Fig. 5.

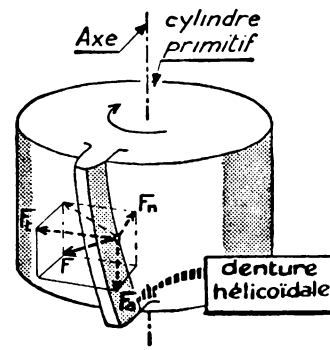


Fig. 6.

Fig. 5. — Dans un engrenage à ***denture droite***, la ***poussée*** F de la dent menante sur la dent menée admet deux composantes perpendiculaires à l'axe de rotation : F_n et F_t.

Fig. 6. — Dans un engrenage à ***denture hélicoïdale***, cette ***poussée*** admet trois composantes : deux perpendiculaires à l'axe de rotation et une parallèle à cet axe. Cette dernière, F_a, est appelée ***poussée axiale.***

L'action d'une dent *hélicoïdale* sur la dent qu'elle mène comporte, outre les deux composantes tangentielle et radiale, une composante parallèle à l'axe, dite *composante axiale* (fig. 6), due au fait que les dents ne sont plus parallèles à l'axe mais inclinées sur cet axe.

On équilibre les poussées axiales en disposant des butées qui empêchent les arbres de se déplacer parallèlement à eux-mêmes ; et lorsqu'il s'agit de transmettre une grande puissance, on utilise en outre des roues présentant des dentures accolées en sens inverse (fig. 7) ; on obtient ainsi les roues à chevrons (fig. 8).

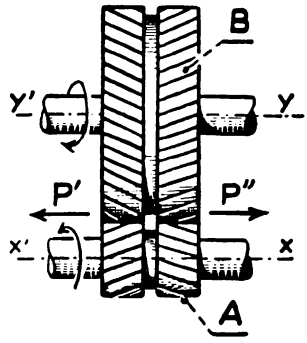


Fig. 7.

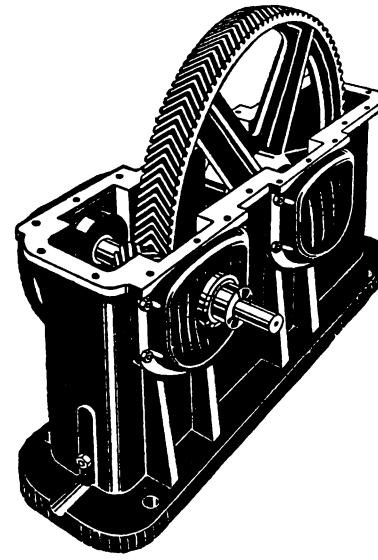


Fig. 8.

Fig. 7. — Roue et pignon à deux dentures inversées. On équilibre ainsi automatiquement les poussées axiales P' et P'' correspondant à chaque denture.

Fig. 8. — ***Réducteur de vitesse Citroën.*** Les dents de la denture hélicoïdale forment des ***chevrons***.

4. Définitions propres aux engrenages à denture hélicoïdale. — Dimensions des dents.

L'**inclinaison** est l'angle aigu α formé par une tangente quelconque à l'hélice primitive avec une génératrice du cylindre primitif ou avec l'axe de la roue dentée (fig. 9).

Le **pas apparent** p_a est la longueur de l'arc de cercle primitif compris entre deux hélices primitives consécutives, c'est-à-dire comprenant une dent et l'intervalle voisin (fig. 9).

On a :

$$p_a = \frac{\pi . d_p}{z}$$

Le **pas réel** p_r est la longueur de l'arc d'une hélice tracée sur le cylindre primitif perpendiculairement à deux hélices primitives consécutives (fig. 10).

On a : $p_r = p_a . \cos\alpha$

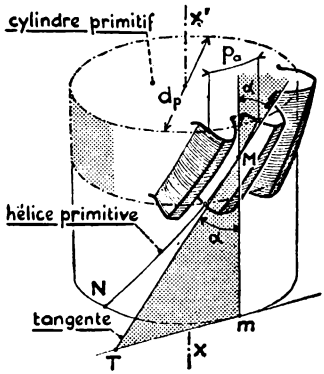


Fig. 9.

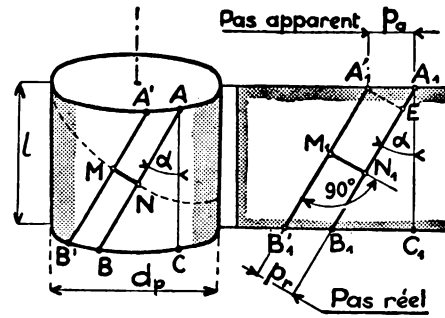


Fig. 10.

Fig. 10. — AB et $A'B'$ sont deux hélices primitives consécutives. A_1B_1 et $A'_1B'_1$ représentent leurs développements sur un plan.

Le module apparent M_a est le quotient du pas apparent par le nombre π ou encore le quotient du diamètre primitif par le nombre de dents :

$$M_a = \frac{p_a}{\pi} = \frac{d_p}{z}$$

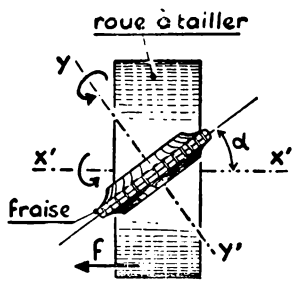


Fig. 11. — ***Taillage à la fraise*** d'une denture hélicoïdale.

La fraise a un simple *mouvement de rotation*. La roue à tailler a un *mouvement hélicoïdal* (voyez les flèches).

Le module réel M_r est le quotient du pas réel par le nombre π :

$$M_r = \frac{p_r}{\pi} = \frac{p_a . \cos\alpha}{\pi} = M_a . \cos\alpha$$

Deux roues qui engrènent ensemble ont même pas et même module réel, donc même pas et même module apparent. Ces roues sont taillées avec des fraises de même module, égal au module réel des dentures (fig. 11).

La nomenclature des modules réels normalisés est identique à celle des modules à denture droite.

Les **dimensions de la dent** : *saillie, creux, hauteur* s'expriment en fonction du module réel avec les mêmes nombres que pour une denture droite.

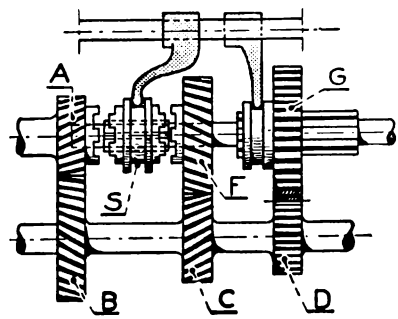


Fig. 12. — ***Boîte de vitesse d'automobile.***

5. Applications.

Les engrenages hélicoïdaux sont employés sur les *harnais* des machines-outils de qualité, les *boîtes de vitesse* d'automobile (fig. 12), les *réducteurs de vitesse* (fig. 8), tous mécanismes de précision qui doivent fonctionner avec un minimum de vibrations.

II. — ROUE DENTÉE ET VIS SANS FIN

6. Description.

Comme son nom l'indique, ce mécanisme comprend essentiellement une *vis*, à un ou plusieurs filets, qui engrène avec les dents d'une *roue* (fig. 13). L'axe de la vis est généralement perpendiculaire à celui de la roue.

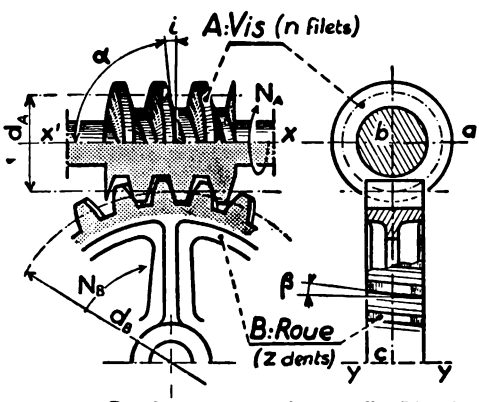


Fig. 13. — ***Système roue et vis sans fin.*** L'angle *i* d'inclinaison des filets de la vis (*par rapport à l'axe de la roue*) est égal à l'angle β d'inclinaison des dents de la roue (*par rapport à une section droite*).

Les filets étant inclinés sur l'axe $x'x$ de la vis, l'engrènement n'est possible que si les dents sont inclinées sur l'axe $y'y$ de la roue. La roue est donc à denture hélicoïdale.

7. Rapport des vitesses de rotation.

EXPÉRIENCES. — 1. *Faites tourner la vis : la roue tourne.*

Constatez que si la vis a *n* filets, pour 1 tour de la vis, la roue avance de *n* dents.

2. **Soient** : z le nombre de dents de la roue;
N_A la vitesse de rotation de la vis en *tr/mn*;

N_B la vitesse de rotation de la roue. En 1 minute, la vis fait N_A tours; la roue avance de $N_A \times n$ dents et fait $\frac{N_A \times n}{z}$ tours. On a donc :

$$N_B = \frac{N_A \times n}{z} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{\frac{N_B}{N_A} = \frac{n}{z}}$$

Par exemple, si $n = 2$ et $z = 60$, $\frac{N_B}{N_A} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$; le mécanisme *roue-vis sans fin permet donc de grandes réductions de vitesses lorsque la vis est motrice.*

8. Le mécanisme roue-vis sans fin est généralement irréversible.

Expérience. — *Essayez de faire tourner la roue, sans toucher à la vis :* impossible, *si la vis n'a qu'un ou deux filets.* La roue ne peut être motrice dans ce cas; ce qu'on exprime en disant que *le mécanisme est irréversible.* L'irréversibilité est due au frottement des dents sur les filets de la vis.

9. Applications.

Le mécanisme vis et roue dentée est employé :

1° dans les *réducteurs de vitesse*; le rapport de réduction varie de 1/10 à 1/100 (fig. 14);

2° dans les *treuils* (fig. 15), le mécanisme est irréversible, et rend inutile l'usage d'un frein lorsqu'on cesse d'agir sur la manivelle;

3° sur les *automobiles* (fig. 16) pour la commande de la direction.

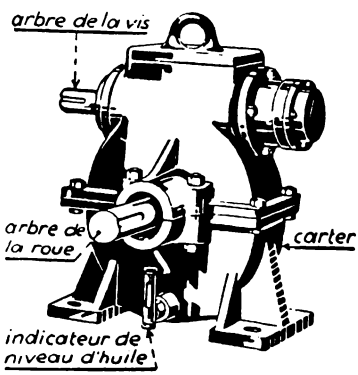


Fig. 14.

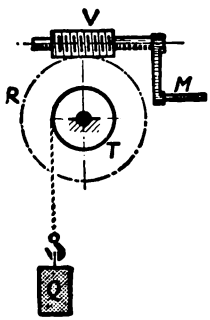


Fig. 15.

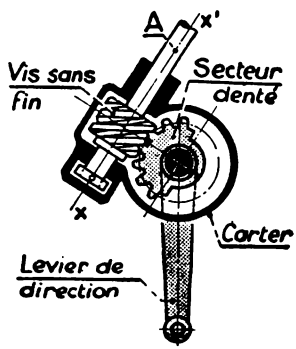


Fig. 16.

Fig. 14. — *Réducteur de vitesse* à roue et vis sans fin.

Fig. 15. — Commande d'un ***tambour de treuil T*** par roue et vis sans fin ***R — V.*** Avec ce système un frein de sécurité est inutile.

Fig. 16. — Vis sans fin et secteur denté actionnant un *levier de direction d'automobile.*

Résumé.

1. Les profils des roues à denture droite frottent toujours l'un sur l'autre quand les roues tournent; il en résulte une perte d'énergie mécanique et des vibrations auxquelles la *denture hélicoïdale* permet de remédier.

2. Le rapport des vitesses de rotation de deux roues hélicoïdales en prise est égal au rapport inverse des diamètres primitifs ou au rapport inverse des nombres de dents.

3. Pendant la marche, une dent de la roue menante qui pousse une dent de la roue menée exerce un effort qui admet trois composantes : un *effort tangentiel*, un *effort radial* et un *effort axial* parallèle aux axes de rotation des roues et qui tend à faire glisser parallèlement à eux-mêmes les arbres sur lesquelles elles sont fixées. On équilibre cette poussée axiale par des butées, des dentures accolées en sens inverse ou des roues à chevrons.

4. Les éléments caractéristiques d'une roue à denture hélicoïdale sont :
le *diamètre primitif* d_p;
le *nombre de dents* z;
le *module réel* M_r;
l'*angle d'inclinaison* α de l'hélice primitive par rapport aux génératrices du cylindre primitif.

5. Le système *roue dentée* et *vis sans fin* permet de transmettre le mouvement circulaire continu d'un arbre à un autre qui lui est perpendiculaire.
Soient : n le nombre de filets de la vis A ; z le nombre de dents de la roue B ; N_A et N_B les vitesses de rotation de la vis et de la roue. On a :

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{n}{z}$$

6. Le système roue et vis sans fin est *irréversible* lorsque la vis comporte un ou deux filets ; la rotation de la vis provoque la rotation de la roue, mais l'inverse est impossible.

Exercices.

1. Une roue d'engrenage à denture hélicoïdale normale comporte 24 *dents* taillées au *module réel* 4, suivant une *inclinaison* de 30°. Calculer :
1° le pas réel, le module et le pas apparent;
2° le diamètre primitif, le diamètre de tête et le diamètre de pied.

2. Deux arbres parallèles ont leurs axes distants de 220 *mm.* On se propose d'établir entre eux une transmission par roues dentées à denture hélicoïdale permettant d'obtenir un rapport des vitesses de rotation égal à 2/3.
1° Calculer les diamètres primitifs;
2° Connaissant la puissance à transmettre et l'effort supporté par une dent, un calcul de résistance des matériaux a permis de déterminer le module réel : $M_r = 4$ *mm.* L'inclinaison de la denture est approximativement de 30°. Calculer le module apparent et les nombres de dents des roues (*ces nombres doivent être entiers et permettre le rapport des vitesses exigé*).
3° A l'aide de la relation $d_p = M_a \times z$ calculer le module apparent exact et en déduire la valeur exacte de l'inclinaison de la denture.

3. La cage d'un ascenseur est commandée par le dispositif représenté sur la figure 17.

La vis à 2 filets est solidaire de l'arbre d'un moteur électrique qui tourne à la vitesse de 1 460 *tr/mn*. Calculer :

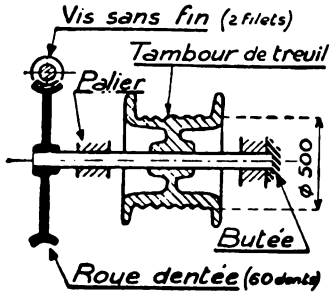


Fig. 17.

1° la vitesse de rotation de l'arbre du treuil;

2° la vitesse de montée de la charge;

3° la puissance mécanique nécessaire à la montée de la charge sachant que la cage et son contenu pèsent 1 200 *kgp*;

4° la puissance du moteur électrique sachant que le rendement de la transmission est de 0,6.

4. La figure 18 représente le mécanisme de commande d'un treuil électrique devant pouvoir monter une charge de 3 *tonnes* à la vitesse de 3,77 *m/mn*. Sachant que le rendement de la vis est 0,5 et celui de chacun des couples d'engrenages 0,9, calculer :

1° la puissance en chevaux du moteur;

2° le nombre de dents de la roue qui engrène avec la vis.

(*C. A. P. Dessinateurs-calqueurs, Seine*).

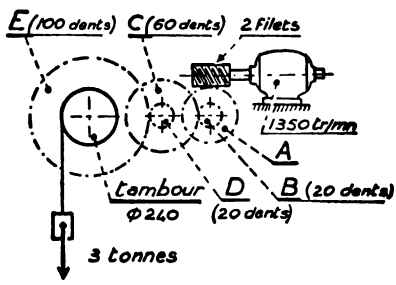


Fig. 18.

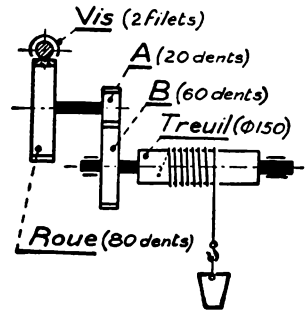


Fig. 19.

5. On considère le dispositif de la figure 19. La vis, commandée par un moteur électrique, tourne à la vitesse de 1 500 *tr/mn*. Les roues A et B sont au module 6. La charge maximum que l'on peut soulever est de 1 200 *kgp*. Calculer :

1° le rapport de réduction du système constitué par la vis et sa roue et les deux roues dentée A et B;

2° la vitesse de montée de la charge et la puissance mécanique nécessaire à la montée;

3° l'effort tangentiel au contact des roues A et B;

4° la puissance du moteur électrique sachant que le rendement de la chaîne cinématique considérée est de 0,5.

Engrenages coniques.

Lorsqu'il s'agit de transmettre le mouvement de rotation d'un arbre à un autre qui lui est perpendiculaire, et *si les axes géométriques de rotation se rencontrent*, on utilise soit des **cônes de friction**, soit des **roues dentées coniques.**

1. Les cônes de friction doivent avoir leurs sommets au point de rencontre des axes de rotation.

Soient : D_1 et D_2, D'_1 et D'_2 les diamètres des bases des cônes; n et n' les vitesses de rotations (fig. 1).

Les points B et E situés sur la génératrice de contact, ont pour vitesses circonférentielles :

1° sur le cône ABEC :

$$v_B = \frac{\pi . D_1 . n}{60} ; \quad v_E = \frac{\pi . D_2 . n}{60}$$

2° sur le cône BFGE :

$$v'_B = \frac{\pi . D'_1 . n'}{60} ; \quad v'_E = \frac{\pi . D'_2 . n'}{60}$$

Pour qu'il n'y ait pas glissement des surfaces en contact le long de BE, il faut que $v_B = v'_B$ et $v_E = v'_E$;

d'où :

$$\frac{v_B}{v_E} = \frac{v'_B}{v'_E} \quad \text{et par suite :} \quad \frac{D_1}{D_2} = \frac{D'_1}{D'_2}$$

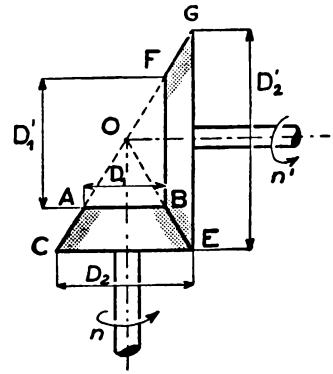


Fig. 1. — Les ***cônes de friction*** doivent avoir leurs sommets au point de rencontre des axes de rotation.

égalité qui est vérifiée lorsque les cônes ont même sommet, car alors :

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{OB}{OE} = \frac{D'_1}{D'_2}$$

2. Rapport des vitesses de rotation.

Puisque $v_B = v'_B$, on a : $\frac{\pi . D . n}{60} = \frac{\pi . D'_1 . n'}{60}$; d'où :

$$\frac{n'}{n} = \frac{D_1}{D'_1} = \frac{D_2}{D'_2}$$

Le rapport des vitesses de rotation est égal au rapport inverse des diamètres des bases des cônes.

On montrerait aisément qu'il est aussi égal au rapport inverse des *diamètres moyens.*

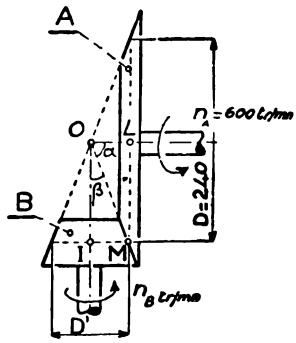


Fig. 2.

EXERCICE. — *Un arbre* A *tournant à la vitesse de* $n_A = 600$ tr/mn *doit transmettre son mouvement à un arbre* B *qui lui est perpendiculaire et doit tourner à la vitesse* $n_B = 1\,800$ tr/mn (fig. 2). *Le diamètre moyen du cône menant est* $D_A = 240$ mm.

1° *Quel doit être le diamètre moyen* D_B *du cône mené?*

2° *Calculer les angles du cône à employer.*

1° Puisque

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{1\,800}{600} = 3 \text{ on a :}$$

$$\frac{D_A}{D_B} = 3 \text{ ou } D_B = \frac{D_A}{3} = \frac{240}{3} = \textit{80 mm}$$

2° L'angle α du cône menant est tel que

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{ML}{LO} = \frac{ML}{MI} = \frac{120}{40} = 3$$

d'où (d'après les tables page 265) $\alpha \simeq \textit{71°34'}$

L'angle β du cône mené est le complément : $90° - 71°34' = \textit{18°26'}$

REMARQUE. — Démontrons, en nous servant de la figure 2, que **le rapport des vitesses de rotation est égal au rapport inverse des sinus des demi-angles au sommet des cônes :**

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{2\,LM}{2\,MI} = \frac{LM}{MI} = \frac{OM.\sin\alpha}{OM.\sin\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

3. Engrenages coniques à denture droite.

Comme les roues cylindriques de friction, les cônes de friction n'assurent pas un rapport de vitesses rigoureusement constant, par suite du glissement relatif des surfaces en contact lorsque l'effort tangentiel est trop grand. On est donc conduit à les armer de dents c'est-à-dire à construire **des engrenages coniques.**

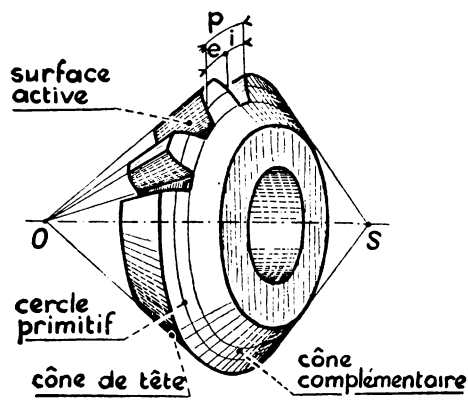


Fig. 3. — Les dents d'une roue d'engrenage conique vont en s'amincissant vers le sommet *O* du cône.

Pour les réaliser, on tourne d'abord des cônes dont l'angle au sommet est plus grand que celui du cône de friction correspondant et l'on taille ensuite les dents à leur surface (fig. 3).

REMARQUE. — Les définitions relatives aux engrenages coniques seront étudiées en dessin. Nous nous contenterons d'indiquer ici que le calcul du module de la denture s'effectue en partant des diamètres moyens des *cônes primitifs*, c'est-à-dire des cônes de friction qui assureraient le même rapport des vitesses.

4. Rapport des vitesses de rotation de deux roues dentées coniques.

En un même point de la génératrice de contact des cônes primitifs il passe, en une minute, le même nombre de dents de chaque roue, soit :
pour la roue A : $(n_A.z_A)$ dents
pour la roue B : $(n_B.z_B)$ dents

On a : $n_A.z_A = n_B.z_B$ d'où : $\boxed{\frac{n_A}{n_B} = \frac{z_B}{z_A}}$

Vous énoncerez facilement ce résultat qui s'ajoute à ceux précédemment établis pour les cônes primitifs.

5. Application : différentiel d'automobile.

Le différentiel d'automobile constitue une application très intéressante des engrenages coniques.

a) **Roues porteuses et roues motrices.** — Une *voiture à cheval* n'a que des *roues porteuses, folles sur les fusées* des essieux, donc indépendantes l'une de l'autre au point de vue vitesse de rotation.

Une *bicyclette* à sa roue avant porteuse, mais sa roue arrière est motrice. Elle reçoit son mouvement de rotation du pédalier par l'intermédiaire de la chaîne qui l'oblige à tourner. Mais le frottement de son pneu sur le sol ne lui permet pas de tourner sans rouler. Elle roule donc, poussant ainsi le cadre qui pousse lui-même la roue avant.

Une *automobile* a généralement les roues avant porteuses — donc folles sur leurs fusées — et les roues arrière motrices, donc solidaires de leurs essieux. Ces roues motrices reçoivent leur mouvement du moteur par l'intermédiaire de la boîte de vitesse et de l'arbre de transmission C parallèle à l'axe de la voiture, donc perpendiculaire aux essieux (fig. 4).

b) **Si l'automobile roulait toujours en ligne droite,** les roues arrière parcourraient des distances égales; et comme elles ont même diamètre, elles tourneraient à la même vitesse; on pourrait donc les caler sur le même essieu et commander celui-ci par un seul couple de roues coniques (fig. 4).

Mais l'automobile fait des *virages*. La roue extérieure A parcourt alors

un arc AA′ plus grand que l'arc BB′ décrit par la roue intérieure B (fig. 5). Il faut donc que la roue extérieure tourne plus vite que la roue intérieure; sinon, elle glisserait sur le sol et le pneu serait vite détérioré. Cependant, il faut que les deux roues soient commandées par le même moteur, donc par le même arbre moteur.

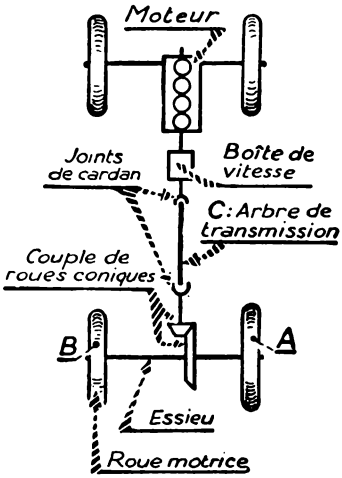


Fig. 4. — Schéma de la transmission du mouvement du moteur aux roues motrices, dans une voiture automobile.

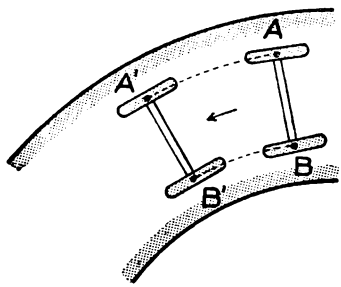


Fig. 5. — Dans un ***virage*** la *roue extérieure A* décrit un arc *AA′* de plus grande longueur que l'arc *BB′* décrit par la *roue intérieure.*

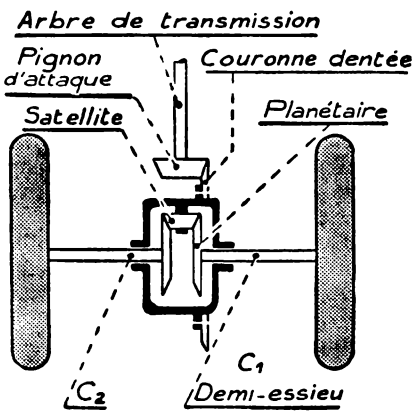


Fig. 6.

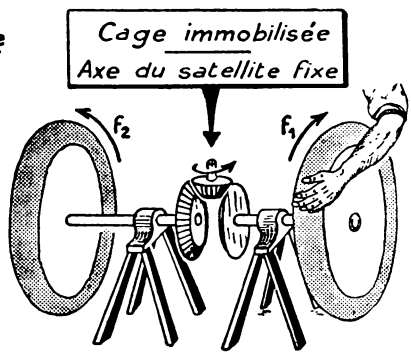


Fig. 7.

Fig. 6. — ***Schéma du différentiel d'automobile.*** En réalité il y a plusieurs satellites.
Fig. 7. — La cage étant immobilisée, la rotation de la roue de droite dans le sens de la flèche f_1 entraîne la rotation de la roue de gauche dans le sens de la flèche f_2.

c) **Ce problème est résolu par le mécanisme appelé différentiel.** Chaque roue motrice est solidaire d'un demi-essieu commandé de la façon suivante (fig. 6).

1° L'*arbre de transmission* porte un *pignon d'attaque* qui commande une *couronne dentée.* Cette couronne est fixée sur la partie extérieure d'une boîte ou *cage qui tourne folle* sur les deux demi-essieux C_1 et C_2.

2° A son intérieur, la cage porte un axe sur lequel *tourne fou* un pignon conique dit *satellite.*

3° Le satellite engrène avec deux pignons, dits *planétaires,* solidaires chacun d'un demi-essieu. Les roues étant soulevées au-dessus du sol et la cage immobilisée, si l'on fait tourner l'une des roues (fig. 7), l'autre tourne en sens inverse avec une vitesse égale.

Comment ce mécanisme fonctionne-t-il sur la route?

Quand l'auto roule en ligne droite, tout se passe comme si le satellite était calé sur son axe; il entraîne les deux planétaires à la même vitesse, celle de la cage. Par exemple :

$$\text{Cage : } 400\ tr/mn \left\{ \begin{array}{l} \text{demi-essieu } C_1 : 400\ tr/mn \\ \text{demi-essieu } C_2 : 400\ tr/mn \end{array} \right.$$
$$\text{Total : } 800$$

Quand l'auto fait un virage : le satellite tourne lentement autour de son axe; il pousse l'un des planétaires dans le sens du mouvement de la cage, l'autre en sens inverse; le premier tourne alors plus vite et le second moins vite que la cage. Par exemple :

$$\text{Cage : } 400\ tr/mn \left\{ \begin{array}{l} \text{Demi-essieu } C_1 : 480\ tr/mn \\ \text{Demi-essieu } C_2 : 320\ tr/mn \end{array} \right.$$
$$\text{Total : } 800$$

REMARQUES. — 1. En pratique la cage du différentiel est équipée avec plusieurs satellites. L'effort moteur se répartit alors entre les satellites ce qui permet de diminuer l'épaisseur des dents, et par suite les dimensions des roues, donc l'encombrement de la boîte.

2. Un des inconvénients du différentiel est qu'en ligne droite, si l'une des roues motrices adhère moins au sol que l'autre, elle se trouve moins freinée et tend à tourner plus vite. Les déviations qui en résulteraient sont empêchées par l'action du conducteur sur le volant de direction.

Résumé.

1. Les roues dentées coniques permettent la transmission du mouvement circulaire entre deux arbres dont les axes, situés dans un même plan, sont perpendiculaires.

2. Le rapport des vitesses de rotation de deux roues dentées coniques est égal au rapport inverse des nombres de dents ou au rapport inverse des demi-angles au sommet des cônes primitifs.

3. Le *différentiel d'automobile* constitue une des applications intéressantes des engrenages coniques. Il permet aux roues motrices de décrire les virages sans usure exagérée des pneumatiques.

Exercices.

1. La figure 8 représente la commande d'une broche de *perceuse à colonne.* Le pignon A a 24 dents et la roue B 32 dents. Calculer les vitesses que peut prendre la broche selon la position de la courroie.

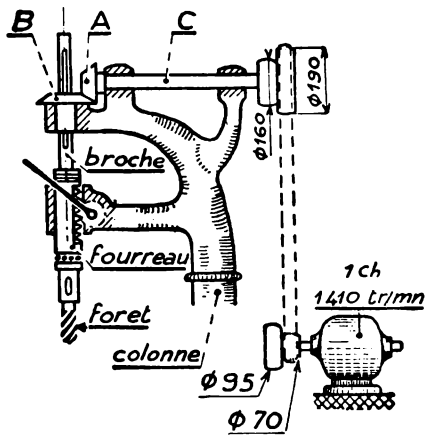


Fig. 8.

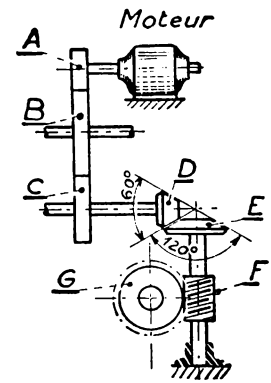


Fig. 9.

2. Un engrenage A, actionné par un moteur spécial, tourne à la vitesse de 120 *tr/mn* et commande la chaîne cimématique représentée sur la figure 9. Calculer la vitesse de rotation de la roue dentée G d'après les données suivantes :

Pignon A : 80 dents
Roue B : 140 dents
Roue C : 120 dents
Pignon D : angle du cône primitif 60°
Roue R : angle du cône primitif 120°
Vis sans fin F : 2 filets
Roue tangente G : 40 dents.

3. On considère la boîte de vitesse d'une *fraiseuse Huré* à 10 avances (fig. 10). Les nombres de dents des différentes roues sont les suivants :

A : 22 B : 30 C : 15 D : 46 E : 15 F : 36 G : 25
H : 18 I : 18 K : 26 L : 37 M : 18 N : 14 O : 41

1° Expliquer le fonctionnement de l'appareil et indiquer avec schémas à l'appui quelles sont les combinaisons qui permettent les 10 avances du plateau de la fraiseuse.

2° Sachant que l'arbre I tourne à la vitesse de 360 *tr/mn*, calculer :

a) la vitesse de rotation des arbres II et III;

b) les différentes vitesses de l'arbre IV;

c) les dix vitesses de l'arbre V de commande du cardan.

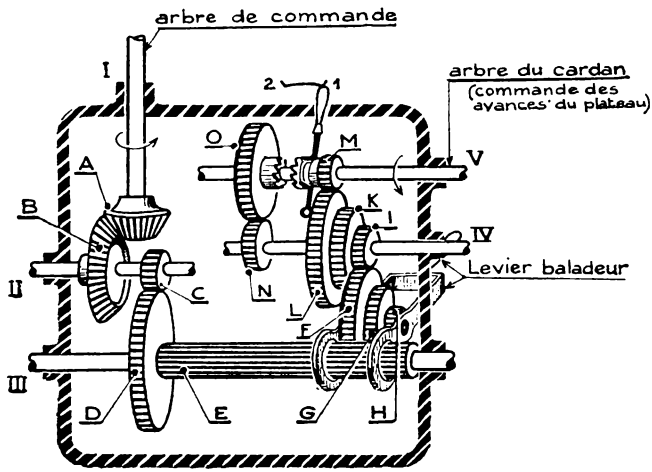


Fig. 10.

Pignon et crémaillère. Vis et écrou.

Étudions maintenant les mécanismes qui transforment le mouvement circulaire continu (M. C. C.) en mouvement rectiligne continu (M. R. C.). Les plus employés sont le système *pignon-crémaillère* et le système *vis et écrou.*

I. — PIGNON ET CRÉMAILLÈRE

1. Description.

Ce mécanisme n'est autre qu'un système de deux roues dentées dont l'une, la *crémaillère,* a un rayon infiniment grand (fig. 1) et, par suite, pour circonférence primitive, une droite tangente à la circonférence primitive du pignon (fig. 2).
Avec les profils à développante,

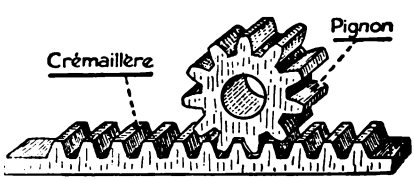


Fig. 1.

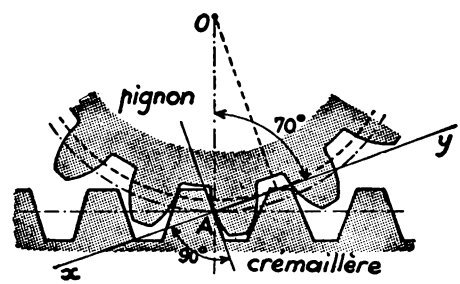


Fig. 2.

Fig. 1. — ***Pignon et crémaillère.*** La crémaillère peut être considérée comme une roue dentée dont le rayon primitif est infiniment grand.

celui des dents de la crémaillère est une droite perpendiculaire à la ligne de poussée (fig. 2).

2. Fonctionnement.

a) C'est généralement le pignon qui est moteur; on le fait tourner autour de son axe et la crémaillère se déplace d'un mouvement de translation rectiligne.

Si d_p est le **diamètre primitif** en mètres et n le nombre de tours par minute du pignon, la vitesse circonférentielle à la circonférence primitive est $v = \pi . d_p . \frac{n}{60}$ *mètres par seconde.* C'est la vitesse de translation de la crémaillère.

b) Comme tous les couples de roues dentées, le système pignon-crémaillère est *réversible.* La crémaillère peut donc être motrice; mais ce cas est **exceptionnel.**

3. Applications.

a) Le mouvement de translation rectiligne de nombreux organes de machines est obtenu par le système pignon-crémaillère : *plateaux de raboteuses,* porte-outils de certains *étaux-limeurs,* déplacement à la main des *traînards de tours,* etc.

b) Le **cric** (fig. 3) se compose essentiellement d'une crémaillère commandée par un pignon actionné lui-même par une manivelle. En appliquant le principe de la conservation du travail mécanique dans les machines simples, vous démontrerez[1] que $F = Q \times \frac{r}{R}$, en désignant par F l'effort moteur de l'ouvrier, Q la charge à soulever, r le rayon primitif de pignon, R le rayon de la manivelle.

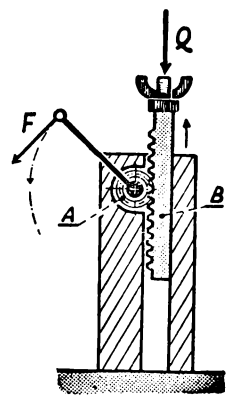


Fig. 3.

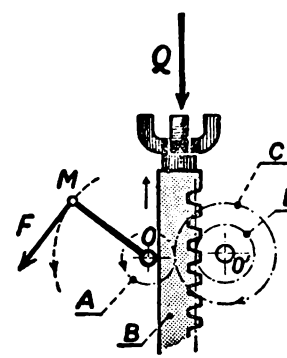


Fig. 4.

Fig. 3. — ***Cric à pignon et crémaillère.***

Fig. 4. — ***Cric à engrenages et crémaillère.*** *Le mécanisme de sécurité qui permet d'immobiliser la charge soulevée n'est pas représenté.*

Le **cric à engrenages et crémaillère** (fig. 4) permet avec la même force motrice F de soulever une charge Q' plus grande que Q.

---

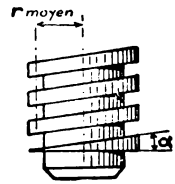
1. En négligeant les frottements.

II. — VIS ET ÉCROU

4. Description.

Reportez-vous à votre cours de technologie.

Rappelons simplement ici que : si p est le *pas* (fig. 5), r le *rayon moyen* du filet, α *l'inclinaison de l'hélice moyenne sur le plan d'une section droite* on a $p = 2\pi.r.tg\alpha$



Comme r est rarement inférieur à $3p$, $2\pi r$ ne descend guère au-dessous de $20p$; $tg\alpha$ est donc petit (au plus 1/20) pour les vis à métaux à un seul filet (α voisin de 3°).

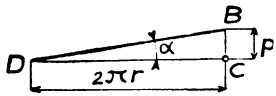


Fig. 5.

Dans le triangle DBC on a : BC = DC. tg α.
D'où : $p = 2\pi.r.tg\alpha$.

5. Fonctionnement.

1° **La vis est mobile et l'écrou fixe** : étaux d'ajusteur, serre-joints, vérins (fig. 6), vis d'assemblage des métaux, palmer, etc.

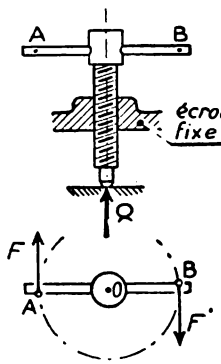


Fig. 6.
Vis de serre-joint.

On fait tourner la vis; guidée par l'écrou qui est fixe, elle se déplace tout en tournant, parallèlement à son axe. Chacun de ses points décrit, une *hélice* de pas p; son mouvement est dit *hélicoïdal*. Pour 1 tour, elle progresse dans la direction de l'axe d'une longueur p; et pour n tours, d'une longueur $(p \times n)$.

2° **L'écrou est mobile et la vis est fixe** : écrou d'un boulon de serrage.

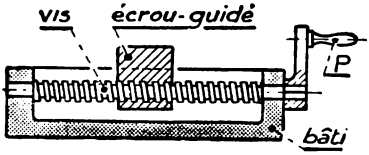


Fig. 7. — Ici la rotation de la vis provoque la translation de l'écrou mobile.

On fait tourner l'écrou; guidé par la vis il prend un mouvement hélicoïdal. Pour une rotation de n tours, il avance de $(p \times n)$.

3° **La vis, guidée par des collets, tourne sans avancer**; **l'écrou est guidé pour se déplacer sans tourner** (fig. 7) : vis-mère de tour et écrou débrayable du traînard; vis de commande de la contre-pointe d'une poupée mobile de tour, etc.

On fait tourner la vis. Si elle tourne de n tours, l'écrou se déplace parallèlement à son axe de $(p \times n)$.

4° **L'écrou tourne sans avancer; la vis se déplace sans tourner** : clés à molette, certaines clés anglaises, volant-écrou de commande d'une vanne, etc. (fig. 8).

On fait tourner l'écrou, et la vis se déplace parallèlement à son axe d'une longueur ($p \times n$) pour n tours de l'écrou.

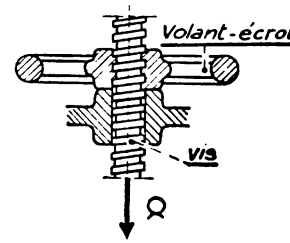


Fig. 8.

REMARQUE. — Notez que l'on actionne toujours le mécanisme vis-écrou *en faisant tourner* soit la vis, soit l'écrou : *le mouvement moteur est toujours un mouvement de rotation*, il est transformé en mouvement de translation rectiligne, soit du même organe (1er et 2e cas), soit de l'autre (3e et 4e cas).

6. Première propriété de mécanisme vis-écrou : il est irréversible.

a) Essayez d'actionner un quelconque des mécanismes précédents en poussant soit la vis, soit l'écrou parallèlement à son axe : l'organe sur lequel vous agirez restera immobile.

Le mouvement moteur ne peut donc être un mouvement rectiligne (sauf pour les vis à plusieurs filets). Le mécanisme vis-écrou ne peut donc servir à transformer un mouvement de translation en mouvement de rotation : *il n'est pas réversible.*

b) Cette propriété est due au frottement des filets de la vis sur ceux de l'écrou. Mais on démontre qu'elle n'est réalisée que si l'inclinaison α de l'hélice moyenne sur les plans de sections droites est inférieure à l'angle φ de frottement des surfaces en contact sur les filets. Résumons :

$\alpha < \varphi$ (filets peu inclinés sur la section droite) : **irréversibilité.**

$\alpha > \varphi$ (filets assez inclinés sur la section droite) : **réversibilité.**

Dans les vis à plusieurs filets (3 ou plus), α est supérieur à φ : le mécanisme vis-écrou est réversible. *Exemples : presses à emboutir* (manœuvre des poinçons), *drilles*, etc.

c) **L'irréversibilité joue un rôle essentiel dans beaucoup d'applications.** Par exemple : les vis des vérins, étaux, serre-joints; les écrous des boulons de serrage; les vis d'assemblage des métaux... restent en place dès qu'on cesse de tourner vis ou écrou, malgré les réactions des pièces serrées qui repoussent l'écrou ou la vis parallèlement à l'axe.

7. Deuxième propriété du mécanisme vis-écrou : proportionnalité de la translation à la rotation.

En effet, à une rotation de n tours correspond toujours un déplacement de ($p \times n$) *millimètres*, p mesurant le pas en millimètres.

C'est pourquoi vous voyez sur les machines-outils des tambours gra-

dués pour mesurer le déplacement d'un outil ou d'une pièce à usiner. Ces tambours, solidaires d'une vis ou d'un écrou dont on peut commander le mouvement de rotation, indiquent le nombre n de tours ou fraction de tours dont l'organe mobile a tourné; d'où l'on déduit le déplacement par translation ($p \times n$). C'est ainsi que l'on peut mesurer le serrage d'un outil de tour (pas de la vis 5 *mm*, tambour gradué en 100 divisions; une rotation de 1 division provoque un serrage de 0,05 *mm* ou 1/20 *mm*), l'épaisseur d'une pièce avec le palmer (pas 1 *mm*; tambour divisé en 100 parties égales : 1 division égale 0,01 *mm* ou 1/100 *mm*), etc.

8. Troisième propriété du mécanisme vis-écrou : possibilité de vaincre une grande résistance à l'aide d'une force beaucoup plus petite.

Expériences. — La vis de l'étau vous permet de serrer très fortement la pièce à buriner.

Les presses de vignerons comportent un fond mobile poussé avec une très grande force par une vis commandée à l'aide d'un grand bras de levier.

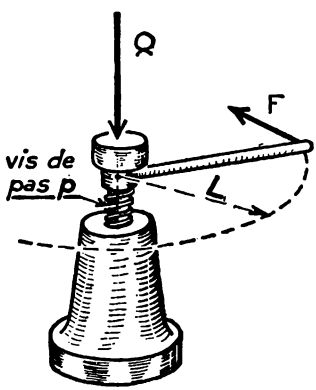


Fig. 9. — ***Vérin à vis.*** Si l'on néglige les frottements de la vis sur l'écrou on a :

$$F = Q \times \frac{p}{2\pi L}$$

Raisonnons sur un vérin à vis supportant une charge Q, que l'*on soulève* d'un mouvement uniforme en appliquant une force F perpendiculairement à l'extrémité d'un levier solidaire de la vis (fig. 9).

Soient : L, la distance de cette force à l'axe de la vis;

p, le pas de cette vis en millimètres.

A. Supposons les frottements nuls. — Les forces qui agissent sur la vis sont :

1° son *poids*, (négligeable devant les autres forces);

2° les *forces de contact :*

a) *charge* Q, force verticale, sens de haut en bas;

b) *force* F, horizontale, perpendiculaire à la barre et à l'axe de rotation;

c) *actions des filets de l'écrou sur ceux de la vis.* Les frottements étant négligés, ces actions sont normales aux surfaces frottantes, donc normales aux trajectoires de leurs points d'application quand la vis tourne; elles ne produisent aucun travail.

Pour 1 tour de la vis :
la force F produit un *travail moteur* égal à : $F \times 2\pi.L$;
la force Q produit un *travail résistant* égal à : $-(Q \times p)$ puisque la charge Q est *soulevée* d'une hauteur égale au pas p de la vis.

Le mouvement de rotation étant uniforme, la variation d'énergie cinétique pendant la rotation est nulle :

$$F \times 2\pi.L - Q \times p = 0$$

d'où

$$\boxed{F = Q\frac{p}{2\pi.L}} \quad \begin{matrix} & & m \\ kgp & kgp & m \end{matrix} \qquad (1)$$

EXEMPLE. — *Une vis de vérin à filet carré a un pas de* 10 mm. *Elle supporte une charge* Q = 4 tonnes. *Quel effort* F *faut-il appliquer à l'extrémité d'un levier de* 1 m *de long pour faire monter la charge?*

Appliquons la formule (1) en utilisant les unités M. K. S.

Ici $\quad Q = 4\,000 \quad p = 0{,}01 \quad L = 1$

$$F = 4\,000\,\frac{0{,}01}{2 \times 3{,}14 \times 1} \simeq 6{,}4 \text{ kgp}$$

Ainsi, une force de 6,4 *kgp* permettrait de soulever une charge de 4 000 *kgp*... s'il n'y avait pas de résistances de frottement!

B. Tenons compte des frottements. — Vous pouvez vous rendre compte de leur importance d'après le raisonnement suivant qui s'applique au cas de l'irréversibilité.

Soit F' la force réellement nécessaire pour soulever la charge Q. Après avoir élevé cette charge d'une longueur égale au pas p de la vis, abaissons-la d'autant pour la ramener à son point de départ. Puisque le système vis-écrou est irréversible, il faut, pour faire descendre la charge, tourner la vis en sens inverse en lui appliquant une force f qui produit un travail moteur.

Appelons :

A_f la valeur absolue du travail des résistances passives à la montée;
A'_f la valeur absolue du travail des résistances passives à la descente.

L'application du théorème de l'énergie cinétique donne :

A la montée : **Travail de $F' - (Q.p) - A_f = 0$** (2)
A la descente : **Travail de $f + (Q.p) - A'_f = 0$** (3)

Ajoutons (2) et (3) membre à membre et admettons, ce qui est à peu près exact, que les forces de frottement absorbent le même travail à la montée et à la descente. On tire :

$$\text{Travail de } F' + \text{Travail de } f = 2A_f$$

Par suite :

$$\text{Travail de } F' < 2A_f \quad \text{ou} \quad A_f > \frac{1}{2} \text{ Travail de } F'$$

Ainsi, le travail absorbé par les frottements, qui est du travail perdu, est supérieur à la moitié du travail réellement fourni. Donc, le **rendement** du mécanisme vis-écrou est inférieur à 50 %.

Autrement dit, la force F' réellement nécessaire est supérieure à **deux fois** la force F qui serait suffisante s'il n'y avait pas de frottements.

Dans le cas de l'exemple numérique traité ci-dessus on aurait :

$F' > 12{,}8$ *kgp*, mais un calcul plus précis montre que

$F' = 13{,}44$ *kgp* lorsque le coefficient de frottement est égal à 0,10.

Le rôle du frottement dans le mécanisme vis-écrou est donc capital.

1° *il a un avantage* : il assure l'irréversibilité du mécanisme lorsque la vis est à 1 ou 2 filets;

2° *il a*, dans ce dernier cas, un gros *inconvénient* : il absorbe plus de la moitié du travail fourni par la force motrice qui fait tourner la vis ou l'écrou. Ce travail est transformé en chaleur qui est perdue.

Mais l'avantage est si précieux, dans beaucoup d'applications, que l'emploi du système vis-écrou irréversible est extrêmement fréquent.

Résumé.

1. Le *pignon* et la *crémaillère* peuvent être considérés comme un système de deux roues dentées dont l'une, la crémaillère, aurait un rayon infiniment grand.

C'est généralement le pignon qui commande la crémaillère et lui communique, en tournant, un mouvement rectiligne dont la vitesse est égale à la vitesse linéaire de la circonférence primitive du pignon

$$\boxed{v = \pi . d_p . \frac{n}{60}}$$

Ce système est réversible : la crémaillère peut faire tourner le pignon.

2. Le *système vis-écrou* est employé sur un très grand nombre d'appareils ou de machines. Il jouit des propriétés suivantes :

A. Il est généralement irréversible. Cette propriété, due au frottement des surfaces filetées en contact, n'existe pas pour les vis possédant un grand nombre de filets par pas.

B. Proportionnalité de la translation à la rotation. A une rotation de n tours correspond une translation de n fois le pas p de la vis.

C. Possibilité de vaincre une grande résistance avec une force beaucoup plus petite.

Exercices.

1. Le schéma du dispositif de commande d'une table de raboteuse est donné par la figure 10. (*Entre parenthèses figurent les nombres de dents des roues d'engrenages.*)

1° Expliquer comment fonctionne le mécanisme (*course aller et course retour*);

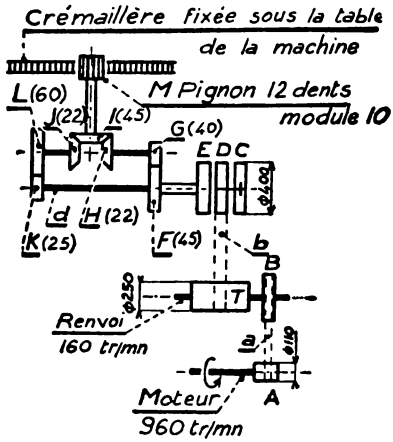


Fig. 10. — ***Commande d'une table de raboteuse.***

2° Calculer le diamètre de la poulie B pour que le renvoi tourne à la vitesse indiquée : 160 *tr/mn*. (*On tiendra compte du glissement de la courroie qui occasionne une perte de vitesse égale à* 2 %.)

3° Calculer la vitesse linéaire de la table en *m/mn* pendant la course aller et pendant la course de retour.

(*C. A. P. Dessinateurs-calqueurs, Agen.*)

2. Un pignon tourne à la vitesse de 30 *tr/mn* et transmet une puissance de 1,5 *ch* à la crémaillère avec laquelle il engrène. Il comporte 16 dents au module 8. Calculer :

1° la vitesse de translation de la crémaillère;

2° l'effort avec lequel cette crémaillère est poussée par le pignon.

3. On se reportera à la figure 4 du livre. Les données sont les suivantes :

$Q = 420$ *kgp* A : 15 *dents* C : 60 *dents*

D : diamètre primitif 100 *mm* OM = 0,35 *m*

Le rendement des organes mécaniques du cric considéré est 0,75. Calculer :

1° l'effort *F* qu'un manœuvre doit exercer sur la manivelle pour soulever la charge;

2° la vitesse d'ascension de la charge en *m/s* quand le manœuvre donne à la manivelle une vitesse de 16 *tr/mn*;

3° la puissance en chevaux développée par le manœuvre.

(*B. P. des mécaniciens, Seine.*)

4. La figure 11 représente un vérin à vis différentielle. A et B sont deux roues dentées solidaires l'une de l'autre. Elles sont manœuvrées à l'aide d'un fût à rochet sur lequel on exerce en S, perpendiculairement au plan de figure, un effort tangentiel F.

La vis V est solidaire de la roue C. Elle s'engage dans la pièce E qui forme écrou et qui est solidaire de la roue dentée D.

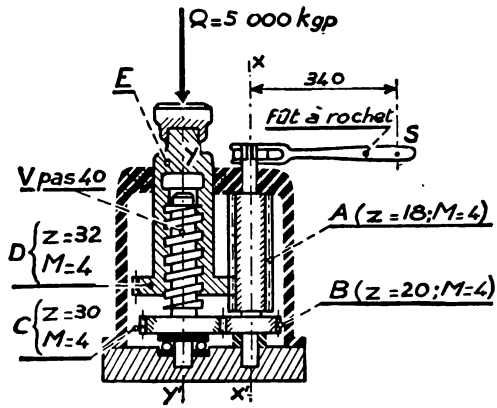


Fig. 11. — *Vérin à vis différentielle.*

1° Expliquer ce qui se passe lorsque A et B font un tour autour de l'axe $x'x$. De combien monte la pièce E?

2° Abstraction faite des frottements calculer l'intensité de la force F capable de faire monter une charge $Q = 5\,000$ *kgp*.

(*C. A. P. Dessinateurs-calqueurs, Seine.*)

Le mécanisme bielle-manivelle.

Ce mécanisme transforme le mouvement rectiligne alternatif (M. R. A) en mouvement circulaire (M. C. C.), ou, inversement, le M. C. C. en M. R. A. C'est donc un *mécanisme réversible.*

1. Description.

Il comporte une bielle et une manivelle (fig. 1).

1° la **bielle,** barre rigide, s'articule à l'une de ses extrémités (*tête de bielle*) sur le maneton d'une manivelle, à l'autre (*pied de bielle*) sur l'axe d'un coulisseau guidé par une ou deux glissières;

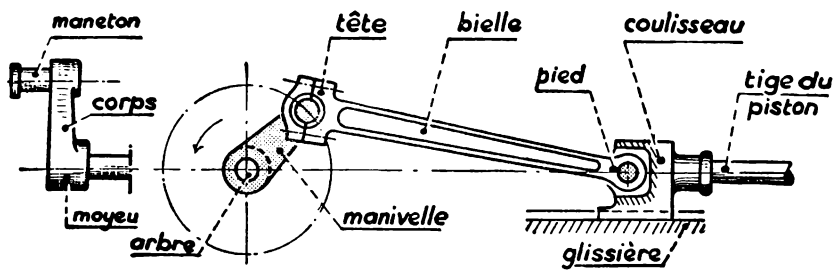


Fig. 1. — *Système bielle-manivelle.*

2° la **manivelle** comprend un *moyeu* calé sur un arbre, un *corps* ou *bras* et un *maneton.*

La manivelle peut être remplacée par un *coude* de l'arbre (*arbre coude* ou *vilebrequin*).

2. Fonctionnement.

1° **L'arbre est moteur.** — Exemple : pompes à piston (fig. 2). Il entraîne la manivelle dont le maneton entraîne la tête de bielle; et le pied de bielle prend un mouvement rectiligne alternatif. Le coulisseau

fait 2 courses (soit un aller et un retour), pour 1 tour de l'arbre moteur. Il y a donc *transformation du M. C. C. de l'arbre en M. R. A. du coulisseau.*

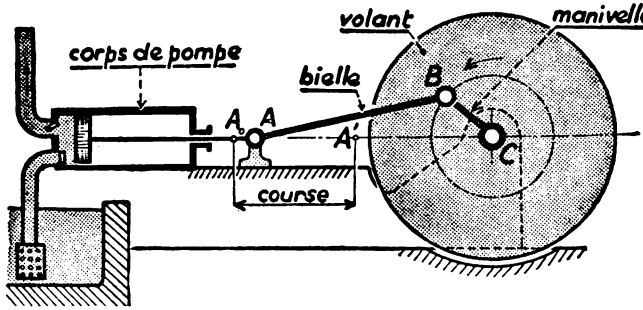


Fig. 2. — Dans cette pompe à eau, le ***mouvement circulaire continu*** de la manivelle est transformé en ***mouvement rectiligne alternatif*** du piston.

2° **Le coulisseau est moteur.** — EXEMPLE : Machine à vapeur (fig. 3). Le pied de bielle prend un mouvement rectiligne alternatif; la tête de bielle entraîne le maneton et, par lui, la manivelle et l'arbre moteur. Il y a *transformation du M. R. A. du coulisseau en M. C. C. de l'arbre.*

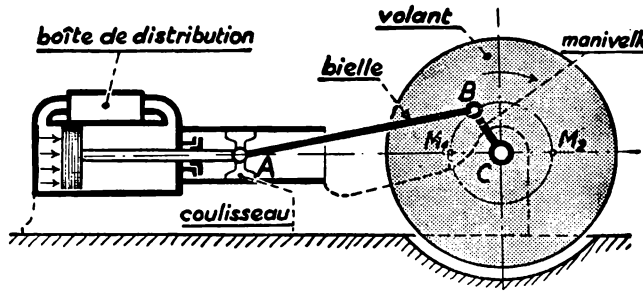


Fig. 3. — Dans cette machine à vapeur, le ***mouvement rectiligne alternatif*** du piston est transformé en ***mouvement circulaire continu*** de la manivelle.

Le mécanisme est donc réversible. Dans l'un et l'autre cas, l'arbre solidaire de la manivelle est généralement muni d'un **volant** qui maintient la vitesse de rotation à peu près constante. C'est pourquoi nous admettons que **la manivelle tourne d'un mouvement uniforme.**

Dans cette hypothèse, quelle est la loi du mouvement rectiligne du coulisseau? Ce mouvement est-il uniforme ou varié? C'est ce que va nous apprendre le diagramme des espaces du pied de bielle.

3. Diagramme des espaces du pied de bielle.

a) La figure 4 représente, à gauche, un mécanisme bielle-manivelle à une échelle connue (1 *cm* pour 20 *cm* par exemple).

La circonférence de centre C, décrite par le centre B de la tête de bielle, est divisée en 12 parties égales par les points 0, 1, 2, ... 11, 12.

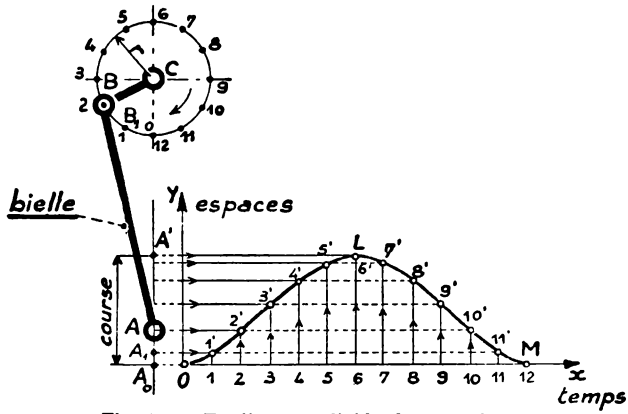


Fig. 4. — Expliquez, à l'aide de cette figure, comment on trace le ***diagramme des espaces*** du pied de bielle.

Le centre A du pied de bielle décrit le segment A_0A'.

Le pied de bielle est en A_0 quand le point B de la tête de bielle est au point de division 0 de la circonférence; il est en A' lorsque le point B est confondu avec le point de division 6.

Par suite A_0A' = diamètre de la circonférence = 2 CB.

Longueur de course du pied de bielle = 2 rayons de la manivelle.

b) Pour **définir le mouvement** du point A, centre du pied de bielle, nous choisissons :

pour *origine des temps* : l'un des instants où B passe au point 0 (ou 12);

pour *unité de temps*; le temps mis par B pour aller de 0 à 1, de 1 à 2, etc;

pour *origine des espaces*, le point A_0 où se trouve le point A à l'origine des temps.

La figure 4 montre comment on détermine la position du point A à un instant donné, 2 par exemple (point B sur la circonférence au point 2; distance BA = longueur de la manivelle). On détermine ainsi la position de A aux instants 0, 1, 2,.... 11, 12 c'est-à-dire pour une course aller et retour.

c) Pour **tracer le diagramme des espaces** du point A, nous choisissons (pour des raisons de commodité) :

pour *axe des temps*, la droite Ox perpendiculaire à A_0A', en A_0;

pour *axe des espaces*, la droite Oy, perpendiculaires à Ox.

Le point 1′ représente l'espace parcouru (1-1′) à l'instant 1, le point 2′ l'espace parcouru (2-2′) à l'instant 2, etc.

La courbe OLM qui passe par les points 0, 1′, 2′... est le **diagramme des espaces** du pied de bielle pendant une course aller et retour.

d) L'aspect de cette courbe montre que le mouvement du pied de bielle, à l'aller et au retour, n'est pas uniforme, mais d'abord accéléré, puis décéléré. La vitesse, nulle quand le pied de bielle est à l'une des extrémités de sa course, va croissant, passe par un maximum, puis décroît pour s'annuler à bout de course.

4. Points morts du mécanisme bielle-manivelle lorsque le coulisseau est moteur.

Dans une machine à vapeur alternative, le piston est solidaire du coulisseau qu'il entraîne dans son mouvement rectiligne alternatif; et le coulisseau commande la bielle. Dans les moteurs à explosion, le piston commande directement la bielle (fig. 5).

C'est la poussée exercée par la tête de bielle sur le maneton qui provoque la rotation de la manivelle et de l'arbre (fig. 6).

Mais **lors de la mise en marche,** si le maneton occupe la position M_1, cette poussée n'a d'autre effet que de comprimer le corps de manivelle

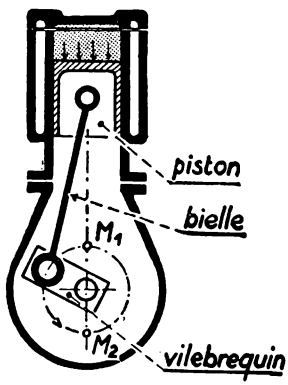


Fig. 5.

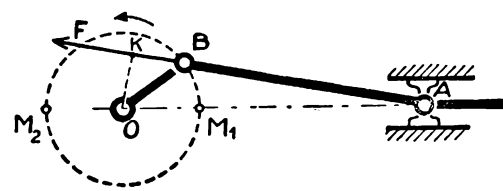


Fig. 6.

Fig. 5. — Schéma de moteur à explosion. Les ***points morts*** sont en M_1 et M_2.

Fig. 6. — Le moment du couple moteur est mesuré par $OK \times F$. Il est nul aux ***points morts*** M_1 et M_2. Quel est l'organe qui permet le franchissement des points morts?

entre la tête de bielle et l'arbre, sans le faire tourner. (*En effet, le moment de la force qui agit sur la manivelle, par rapport à l'axe de rotation de cette manivelle, est nul*); la machine *ne peut donc démarrer*; on dit que M_1 est un *point mort du mécanisme.* M_2 en est un autre. Il faut, pour qu'une machine motrice alternative puisse démarrer, que le maneton soit amené en dehors des positions M_1 ou M_2.

Pendant la marche, l'énergie cinétique du volant entraîne celui-ci quand le maneton arrive en M_1 ou M_2; c'est l'arbre qui est moteur pendant un court intervalle de temps; les points morts sont ainsi franchis d'autant plus facilement que le volant est plus massif.

REMARQUE. — Lorsque l'arbre est moteur, il n'y a pas de points morts.

II. — EXCENTRIQUE A COLLIER

Ce mécanisme permet la transformation de M. C. C. en M. R. A., mais non la transformation inverse. Il n'est donc pas réversible.

1. Description.

1° Un **disque,** de centre B, claveté sur l'arbre moteur, est *excentré* par rapport à cet arbre (fig. 7).

2° Deux **demi-colliers,** réunis par des boulons entourent le disque et forment un collier à l'intérieur duquel le disque peut tourner.

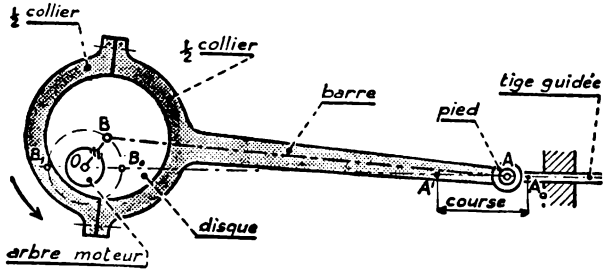


Fig. 7. — ***Excentriques à collier.*** Il équivaut à un système bielle-manivelle (OB : *manivelle*; BA : *bielle*), mais il est ***irréversible.***

3° Une **barre d'excentrique,** solidaire d'un demi-collier, s'articule par son pied à une tige guidée.

La distance OB des axes géométriques de l'arbre et du collier s'appelle l'*excentricité.* Elle est constante par construction.

2. Fonctionnement et emploi.

a) Lorsque l'arbre moteur tourne, le centre B du disque décrit autour de O un cercle de rayon OB.

La longueur BA est constante. Le mouvement de la tige articulée en A est donc identique à celui que lui communiquerait une bielle, articulée en A et B, ayant une manivelle de rayon OB. *La course de la tige est le double de l'excentricité.*

b) Le principal avantage de l'excentrique est de permettre une course de tige aussi courte que l'on veut.

En outre, avec un disque en deux parties, l'excentrique peut être fixé en un point quelconque de l'arbre moteur, ce qu'on ne peut faire avec une manivelle.

Mais, en raison du glissement du disque dans le collier, l'excentrique ne peut transmettre que de faibles efforts : commande des tiroirs de distribution de machines à vapeur, de pompes alimentaires, etc.

III. — BALANCIER A COULISSE

Ce mécanisme transforme un M. C. C. en M. R. A. à retour rapide. On l'utilise notamment pour la commande du coulisseau porte-outil des étaux-limeurs.

a) Il comporte (fig. 8).

1° **une manivelle** OM calée sur l'arbre moteur O et portant un maneton M ;

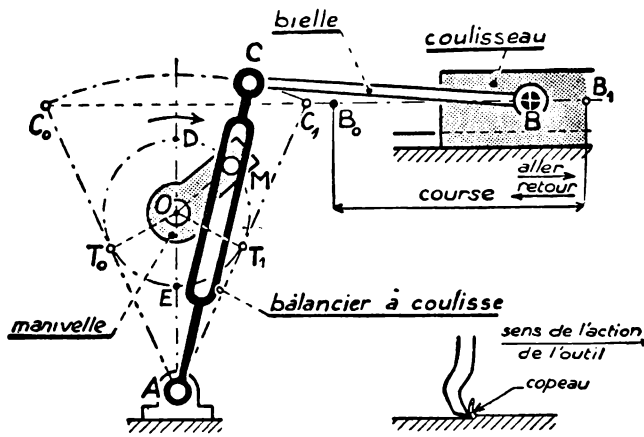


Fig. 8. — ***Balancier à coulisse*** d'étau limeur.
Lorsque la manivelle tourne, le balancier oscille autour du point A.

2° un **balancier à coulisse,** AC, mobile autour de l'axe A ;

3° une **bielle** CB, reliant l'extrémité mobile C du balancier au coulisseau porte-outil.

Le maneton M glisse à frottement doux dans la coulisse.

b) L'arbre moteur entraîne la manivelle dont le maneton M entraîne la coulisse. Pendant que M décrit l'arc $\overset{\frown}{T_0DT_1}$, le point C décrit l'arc $\overset{\frown}{C_0C_1}$

et le pied de bielle B décrit le segment B_0B_1 (*course aller*); quand M décrit l'arc $\overset{\frown}{T_1ET_0}$, le point C décrit $\overset{\frown}{C_1C_0}$ et le point B revient de B_1 en B_0 (*course de retour*).

L'arc $\overset{\frown}{T_1ET_0}$ est plus petit que l'arc $\overset{\frown}{T_0DT_1}$. Et, puisque le mouvement de la manivelle est uniforme, la course de retour dure moins que la course aller; autrement dit, le retour est plus rapide que l'aller.

c) La figure 9 montre comment on construit le diagramme des espaces parcourus par le coulisseau pendant un tour de manivelle. Cette construction est analogue à celle du diagramme du système bielle-manivelle.

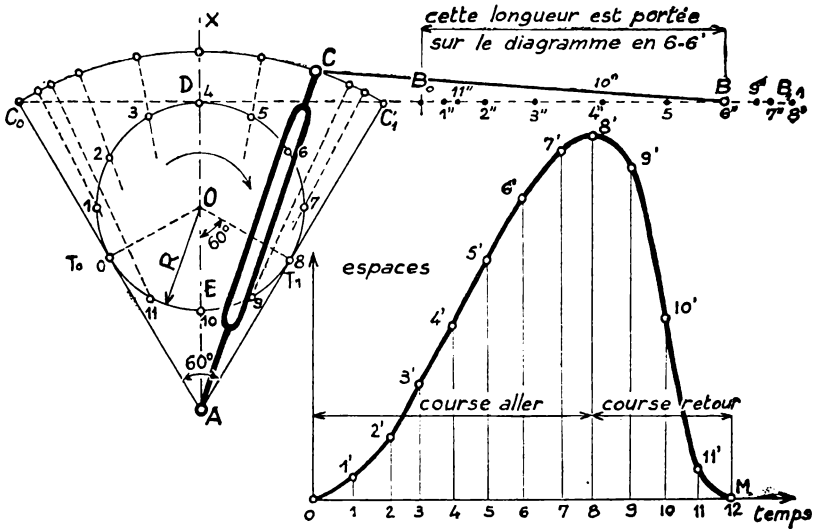


Fig. 9. — ***Diagramme des espaces*** parcourus par l'extrémité B de la bielle articulée en C sur le balancier à coulisse. Expliquez la construction du diagramme.

Remarquer que sur cette figure la longueur O-8 = R est la moitié de la distance OA. Il en résulte que l'angle $\widehat{T_1OA} = 60°$ et $\overset{\frown}{T_1ET_0} = 120°$; par suite, $\overset{\frown}{T_0DT_1} = 240°$: la durée du retour est la moitié de la durée de l'aller.

Résumé.

1. Le système *bielle-manivelle* transforme le mouvement rectiligne alternatif en mouvement circulaire continu ou, inversement, le mouvement circulaire continu en mouvement rectiligne alternatif.

2. L'arbre sur lequel est calé la manivelle porte généralement un volant grâce à quoi le mouvement de rotation de l'arbre est uniforme.

3. Le diagramme du mouvement du pied de bielle montre que celui-ci a un mouvement varié : accéléré au début de la course, retardé à la fin. La vitesse du pied de bielle est nulle au début et à la fin de chaque course.

4. L'*excentrique à collier* est équivalent au système bielle-manivelle (faible rayon de manivelle) ; mais il est irréversible par suite des frottements du disque d'excentrique sur les gorges du collier qui l'entoure.

5. Le *balancier à coulisse* est utilisé notamment sur les étaux-limeurs. Il permet d'obtenir un retour rapide de l'outil lorsque celui-ci vient d'achever sa course de travail.

Exercices.

1. **Une manivelle de rayon R = 250 *mm* tourne à la vitesse de 120 *tr/mn*. Elle commande une bielle de longueur $l = 1{,}50$ *m* (faire le dessin à l'échelle 1/10).**

1° Tracer le diagramme des espaces parcourus par le pied de bielle.

2° Calculer la vitesse moyenne du pied de bielle.

2. La figure 10 représente une manivelle à coulisse. Le maneton M de la manivelle s'engage dans une coulisse solidaire de deux tiges guidées suivant l'axe $x'x$.

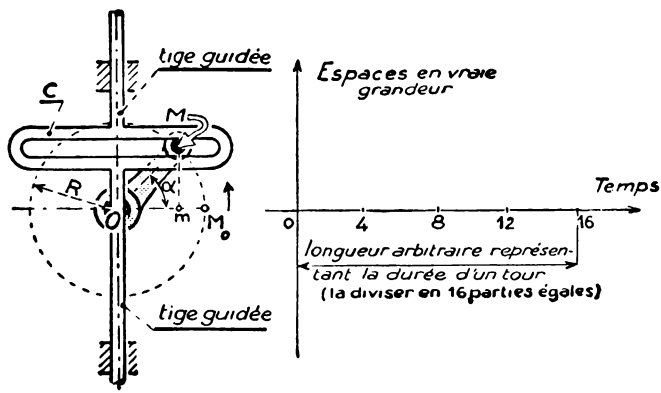


Fig. 10. — ***Manivelle à coulisse.***

La rotation de la manivelle entraîne le mouvement rectiligne alternatif de la coulisse.

1° Montrer que l'*élongation* ou distance du centre de la coulisse à l'axe O de rotation (*élongation mesurée par Mm*) est une fonction du rayon R et du sinus de l'angle α (*mouvement sinusoïdal*).

2° M_0 étant le point de départ du centre du maneton, tracer le diagramme des espaces parcourus par le centre de la coulisse lorsque R = 40 *mm* (*On divisera la circonférence de rayon R en 16 parties égales et, pour chaque point de division, on mesurera la distance Mm qui sera reportée sur le diagramme en grandeur et en sens*).

La courbe obtenue est une *sinusoïde*.

3. On considère un étau-limeur dont le balancier occupe les positions extrêmes OC_0 et OC_1 (fig. 11). L'angle de retour est de 120°. On demande :

1° le rapport de la durée du retour à la durée de l'aller;

2° le rapport de la durée du retour à la durée de l'aller et retour;

3° la durée d'une course de travail sachant que la roue dentée B fait 60 *tr/mn*;

4° le module de la denture des roues A et B sachant que B a 108 dents et un diamètre primitif de 432 *mm*;

5° le nombre de dents du pignon A dont le diamètre primitif est de 96 *mm*, ainsi que le nombre de tours par minute de ce pignon;

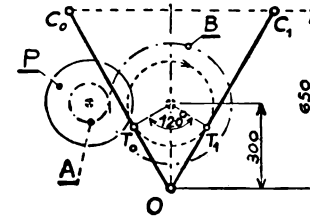


Fig. 11.

6° le diamètre de la poulie P sachant que la vitesse de la courroie qui la chausse est de 6 *m/s*.

4. La figure 12 représente la chaîne cinématique d'un *étau-limeur* dont la course utile peut varier de 250 à 400 *mm*. Toutes les roues sont au module 3; leurs nombres de dents sont respectivement :

A : 16 B : 20 C : 24 D : 38 E : 34 F : 30 G : 80

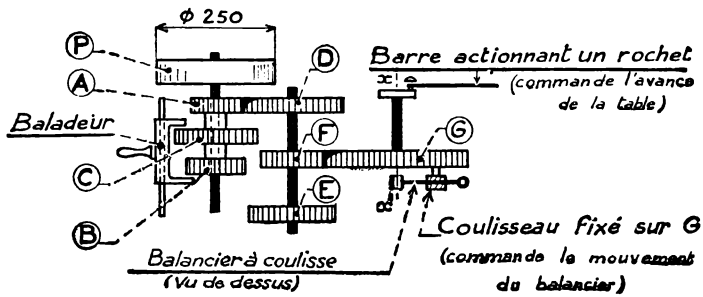


Fig. 12. — ***Chaîne cinématique d'un étau-limeur.***

Les roues A, B et C sont solidaires d'un même fourreau entraîné en rotation par l'arbre de la poulie P. Lorsqu'on agit sur la poignée du baladeur, le fourreau glisse et les roues C ou B peuvent entrer en prise avec les roues E ou F.

La poulie P est commandée, à l'aide d'une courroie, par une poulie motrice P' de diamètre 320 *mm* tournant à la vitesse de 50 *tr/mn*. Calculer :

1° le nombre de coups par minute que peut battre l'étau-limeur pour les 3 vitesses de l'arbre d'axe $x'x$;

2° la vitesse moyenne de coupe pour une course de 300 *mm* en admettant que la durée de la course de travail soit la moitié de la durée de la course de retour rapide.

Cames.

Les **cames** transforment le mouvement circulaire continu (M. C. C.) en mouvement rectiligne alternatif (M. R. A) de faible amplitude. Elles ne permettent point la transformation inverse.

1. Schéma et principe de fonctionnement.

a) La figure 1 représente une came. C'est un plateau calé sur l'arbre moteur O et sur la périphérie duquel s'appuie constamment l'extrémité d'une tige guidée.

Lorsque l'arbre tourne, le point A poussé par le profil de la came s'éloigne ou se rapproche du point fixe O : la tige monte ou descend.

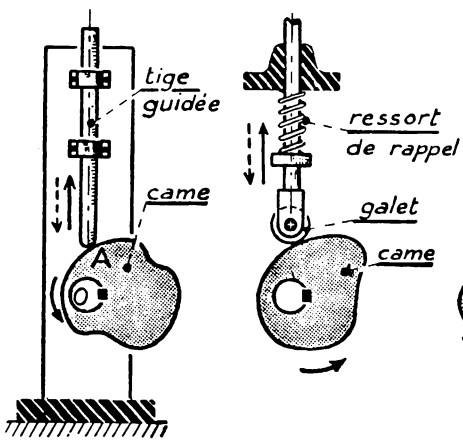


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 1. — Lorsque la *came* tourne, la tige qui s'appuie sur son contour monte ou descend.

Fig. 2. — Grâce au ressort de rappel, le galet s'appuie constamment sur le contour de la came.

Fig. 3. — *Came à plateau* commandant un levier oscillant.

b) Les cames sont dites *à plateau* quand l'extrémité de la tige s'appuie sur leur périphérie (figures 1, 2, 3). Afin de réduire les pertes d'énergie par frottement, la tige porte souvent un galet de roulement. Le contact permanent du galet et de la came est assuré par un *ressort de rappel.*

Il existe aussi des *cames à rainures*. La rainure est tracée sur un plateau, un cylindre ou un cône (fig. 4, 5, 6).

Dans ce qui suit, nous étudierons le tracé des cames à plateau; celui des cames à rainures repose sur les mêmes principes.

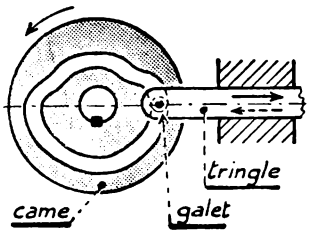


Fig. 4.

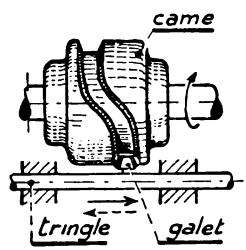


Fig. 5.

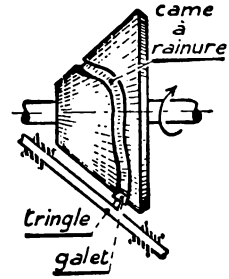


Fig. 6.

Fig. 4. — ***Came à rainure*** tracée sur un disque.
Fig. 5. — Came à rainure tracée sur un cylindre.
Fig. 6. — Came à rainure tracée sur un cône.

2. Tracé d'une came en cœur : transformation du M. C. C. uniforme en M. R. A. uniforme.

Le *mouvement est uniforme* à l'aller et au retour. L'*axe de la tige passe par l'axe de rotation de la came* (fig. 8).

Les données du problème sont :

Course de la tige : $c = 25$ *mm*
Rayon du galet : $r = 6{,}5$ *mm*
Distance minimum OA : $d = 20$ *mm*

O : Axe de rotation de la came.
A : Centre du galet.

a) **Pour définir le mouvement du point A,** nous choisissons :

1° pour *origine des espaces*, la position qu'il occupe quand il est au plus bas de sa course;

2° pour *origine des temps* : l'un des instants où il est à l'origine des espaces;

3° pour *unité de temps* : 1/16 de la durée de la course aller et retour.

b) **Pour tracer le diagramme des espaces,** nous choisissons (fig. 7) :

une *échelle des espaces* : 1 *cm* pour 1 *cm* (*vraie grandeur*);

une *échelle des temps* : 5 *mm* pour 1 unité de temps.

A l'instant zéro, et à l'instant 16, l'espace parcouru est nul.

A l'instant 8 (fin de course aller), l'espace est égal à 25 *mm*; il est représenté par le point P.

Puisque le mouvement est uniforme à l'aller et au retour, le diagramme des espaces, est, pour l'aller, la droite OP, et pour le retour la droite PM.

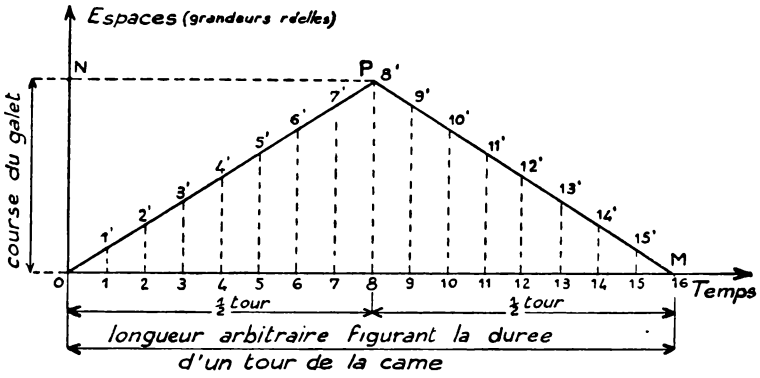


Fig. 7. — ***Diagramme des espaces*** parcourus par la tige d'une ***came en cœur.***

c) **Pour tracer le profil théorique de la came,** vous supposez le *galet réduit au point* A (fig. 8). Tracez le cercle de rayon AO, divisez-le en 16 parties égales et numérotez les points de division 0, 1, 2 ... 15, 16 (0).

Divisez de même le segment OM du diagramme en 16 parties égales et menez par les points de division, des parallèles à ON (axe des espaces). Les segments 1-1′, 2-2′, 3-3′... représentent en *vraie grandeur* les espaces parcourus par le point A aux instants 1, 2, 3 ...; c'est-à-dire après 1/16, 2/16, 3/16, de tour de la came.

Portez maintenant sur les rayons O-1, O-2, O-3, de la figure 8 des segments 1-1′, 2-2′, 3-3′..., respectivement égaux à ceux mesurés sur le diagramme des espaces, et enfin, tracez la courbe continue qui passe par les points 0, 1′, 2′, 3′ — C'est le *profil théorique de la came*; il se compose de deux arcs de spirale, symétriques par rapport à l'axe *x'x*.

d) **Tracé du profil réel ou profil de la came pratique.**

Par chacun des points 1′, 2′, 3′ ... 15′ du profil théorique, tracez des cercles de rayon $r = 6{,}5$ *mm* égal au rayon du galet. La courbe qui enveloppe intérieurement tous ces cercles, c'est-à-dire qui leur est *tangente*, est le profil de la came pratique.

Observez que *les points de tangence ne sont pas sur les rayons* O0, O1, O2... Il en résulte que les arcs de spirale *ab*, *a'b'*, qui constituent le profil réel, n'ont pas les mêmes extrémités. On remplace le vide entre *a* et *a'* par un arc de cercle de centre A, et l'on supprime les arcs *db* et *d'b'*, suppression qui a pour effet un léger temps d'arrêt de la tige au haut de sa course.

REMARQUE. — La vitesse de la tige, constante en valeur absolue pendant l'aller et le retour, change brusquement de sens aux extrémités de la course. D'où production de chocs nuisibles au bon fonctionnement et à la conservation du mécanisme. Ces inconvénients sont supprimés avec la *came Morin*, mais *la loi du mouvement de la tige n'est plus la même.*

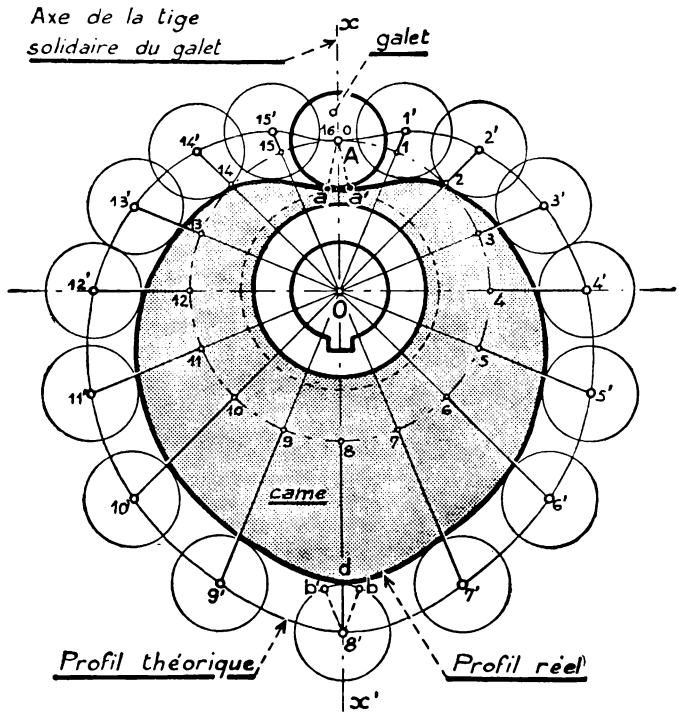


Fig 8 — ***Came en cœur.*** Tracés du ***profil théorique*** et du ***profil réel.***

3. Tracé de la came Morin qui transforme un M. C. C. en M. R. A. uniformément varié.

A chaque fin de course, la vitesse est nulle, donc changement de sens de mouvement de la tige sans production de chocs.

La montée et la descente sont d'égale durée. A la montée, la tige prend d'abord un mouvement uniformément accéléré, puis uniformément décéléré. De même à la descente.

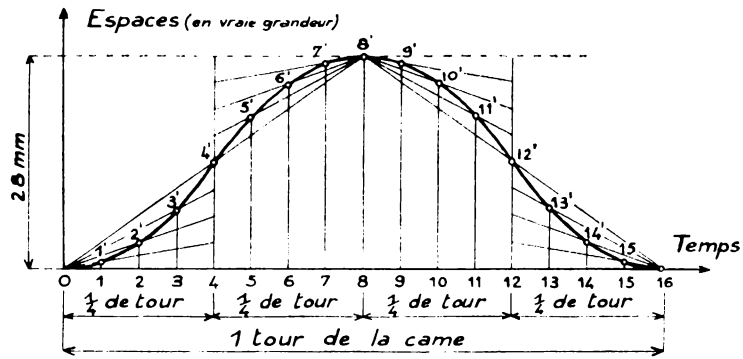


Fig. 9. — ***Diagramme des espaces*** parcourus par la tige d'une ***came Morin.***

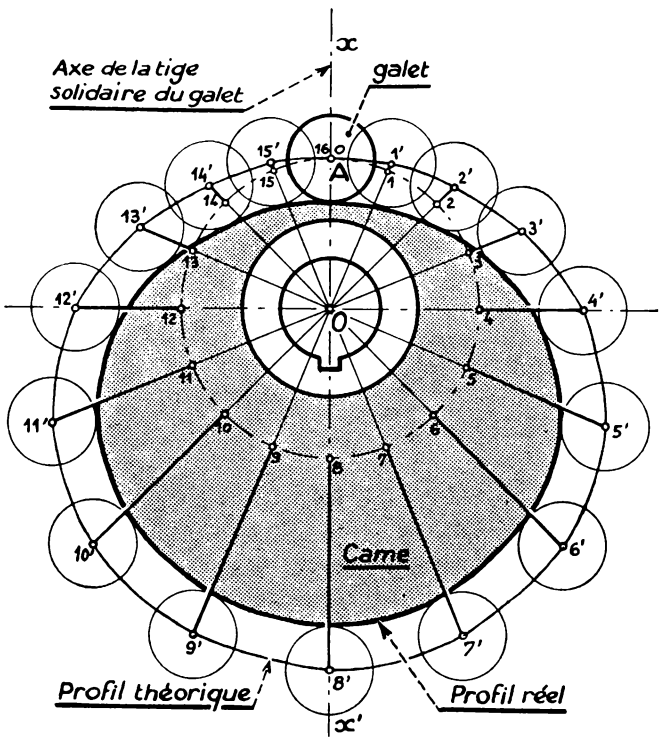


Fig. 10. — ***Came Morin.*** Tracés du ***profil théorique*** et du ***profil réel.***

EXERCICE. — *Tracer le profil théorique, puis le profil réel d'une came Morin ayant les caractéristiques suivantes* (fig. 10) :

Longueur de course de la tige : $c = 28$ *mm*

Rayon du galet de roulement : $r = 6$ *mm*

Distance minimum OA : OA = 20 *mm*

a) **Mouvement du point A** : même choix pour origine des espaces, origine des temps et unités de temps que pour la came en cœur.

b) **Diagramme des espaces du point A (fig. 9).**

Échelle des espaces : vraie grandeur.

Échelle des temps : 5 *mm* pour 1 unité de temps. Le mouvement est uniformément accéléré de l'instant zéro à l'instant 4, uniformément décéléré de l'instant 4 à l'instant 8, fin de course aller; l'espace parcouru est alors de 28 *mm*. La figure 9 indique comment vous pouvez déterminer les points 1', 2', 3', etc. du diagramme des espaces.

c) **Profil théorique et profil réel de la came Morin** : vous les tracez en appliquant les mêmes règles que pour la came en cœur (fig. 10).

4. Emploi des cames.

Elles sont souvent utilisées pour commander les mouvements de faible amplitude de certains organes de machines, notamment :

dans les *moteurs à explosion*, pour la levée des soupapes d'admission et d'échappement;

dans les *métiers à filer, à tisser;*

dans les *tours automatiques à décolleter* et, d'une manière générale, sur toutes les machines où le mouvement d'un ou de plusieurs organes est périodique.

Résumé.

1. Une *came* est un organe qui permet de transformer un mouvement circulaire uniforme en un mouvement périodique, le plus souvent rectiligne alternatif.

2. La *came en cœur* donne à la tige qu'elle commande un mouvement uniforme de montée suivi d'un mouvement uniforme de descente d'une égale durée.

Dans cette came, à chaque fin de course, la vitesse de la tige change brusquement de sens d'où chocs sur le mécanisme.

3. La *came Morin* donne une conduite plus douce. La montée et la descente de la tige s'effectuent d'un mouvement d'abord uniformément accéléré puis uniformément retardé. La vitesse de la tige est nulle en fin de course.

4. Les cames sont d'un emploi courant sur de nombreuses machines : moteurs à explosion, métiers à tisser, tours à décolleter, etc.

Exercices.

1. Sachant que la came en cœur (*paragraphe* 2 *de la leçon*) est commandée par un arbre tournant à la vitesse de 300 *tr/mn*, quelle est, en *mm/s*, la vitesse du mouvement uniforme de la tige, à l'aller et au retour.

2. La came Morin (*paragraphe* 3 *de la leçon*) est commandée par un arbre faisant 240 *tr/mn*.

a) Quelle est la valeur de l'accélération en *millimètres par seconde*?

b) Quelle est la valeur de la décélération?

c) Entre quelles limites varie la vitesse de la tige?

3. La figure 11 représente le diagramme de la levée d'une tige commandée par une came. Les arcs OA, AB, CD, DE sont des arcs de parabole; les parties BC, EF sont rectilignes.

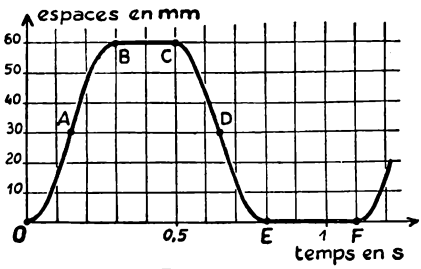


Fig. 11.

1° Indiquer les phases du mouvement de la tige, leur durée, l'accélération (*s'il y a lieu*) et les valeurs de la vitesse au début et à la fin de chaque phase.

2° Reproduire le diagramme sur du papier millimétré en reportant en vraie grandeur les déplacements de la tige.

3° Construire le profil théorique de la came correspondante sachant que le rayon du galet est de 20 *mm* et qu'au point le plus bas, le centre du galet est à 40 *mm* de l'axe de rotation de la came.

4. Du problème qui suit vous ne traiterez que les première (*diagramme des espaces*) et deuxième questions.

La came de commande d'un culbuteur doit réaliser les mouvements suivants :

A. — *Montée* : premier quart de tour : levée 18 *mm*, moitié en mouvement uniformément accéléré, moitié en mouvement retardé.

B. — *Stationnement en levée* : 1/8 de tour.

C. — *Descente* : 1/12 de tour en mouvement uniformément accéléré.

2/12 de tour en mouvement uniforme.

1/12 de tour en mouvement uniformément retardé.

D. — *Repos* : le reste du cycle.

Le diamètre de la came pour la partie D est de 60 *mm*, épaisseur 14 *mm*. Le galet d'appui a un diamètre de 16 *mm*, épaisseur 10 *mm*; il est maintenu dans une chape prolongée par une tige filetée à 8 bloquée sur la chape par contre-écrou; cette tige est sphérique à sa partie supérieure et appuie sur un culbuteur. La longueur du mécanisme de l'axe du galet à sa partie supérieure est de 200*mm*.

Établir sur papier bulle, format A2 :

1° à l'encre : les diagrammes des espaces, vitesses et accélérations;

2° au crayon : le tracé de la came;

3° à l'encre : le dessin d'ensemble du mécanisme;

4° au crayon à main levée : les dessins de détail de toutes les pièces mobiles en translation (galet, chape, tige, etc.) cotées en vue de leur exécution.

(*C. A. P. Dessinateurs d'exécution, Seine.*)

Durée : 3 *heures*.

II. RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

11e LEÇON

Sollicitations simples. Déformations correspondantes.

1. Importance de l'étude de la résistance des matériaux.

Lorsqu'il s'agit d'établir un projet de machine, le constructeur commence par déterminer les chaînes cinématiques qu'elle comportera : question de cinématique appliquée, dont vous savez maintenant l'importance primordiale.

Il calcule ensuite les forces qui solliciteront les principales pièces de la machine en travail normal : calcul qui relève de la dynamique et dont vous avez vu quelques exemples simples.

Or, jusqu'ici, nous avons supposé avoir affaire à des *solides parfaits*, c'est-à-dire *indéformables*, quelque grandes que soient les forces qui leur sont appliquées. Mais l'expérience quotidienne vous apprend :

1° que *les solides réels se déforment* (fig. 1) et même, se brisent si les forces qu'ils supportent sont suffisamment grandes;

2° que les diverses matières résistent plus ou moins bien aux déformations et aux ruptures : un câble d'acier supporte une charge plus lourde qu'une corde de chanvre de même diamètre.

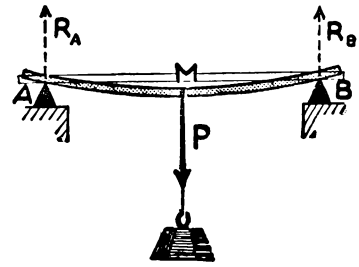


Fig. 1. — Sous l'action du poids ***P*** et des réactions des appuis, la règle de bois fléchit. ***Les solides réels se déforment sous l'action des forces qui les sollicitent.***

Il est donc essentiel, pour tout constructeur, de connaître comment les matériaux dont il peut disposer se comportent sous l'action des forces afin de pouvoir, en connaissance de cause :

a) **choisir le matériau qui convient le mieux** pour une pièce donnée;

b) **calculer les dimensions** que cette pièce doit avoir pour *résister en toute sécurité* aux efforts qu'elle supportera.

L'étude de la résistance des matériaux fournit les moyens de résoudre ces problèmes.

2. Sous l'action de deux forces en équilibre, un solide est sollicité à l'extension, à la compression ou au cisaillement.

1° **à l'extension,** quant les deux forces tendent à l'allonger : un fil de

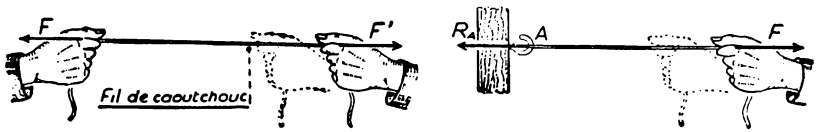


Fig. 2. — Le fil de caoutchouc s'allonge lorsqu'on tire dessus aux deux extrémités : il est sollicité à l'***extension.***

A gauche : les forces *F* et *F'* sont des forces musculaires.
A droite : l'une de ces forces est remplacée par l'action d'un piton.

caoutchouc (fig. 2), un câble soulevant une charge, les deux brins d'une courroie, etc;

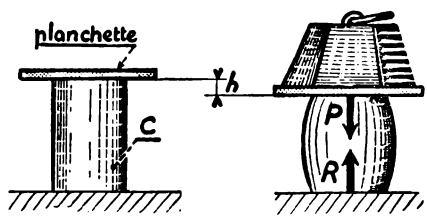


Fig. 3. — Ce cylindre de caoutchouc est sollicité à la ***compression.***

2° **à la compression,** si les deux forces tendent à raccourcir le solide : un cylindre de caoutchouc (fig. 3), un pilier supportant un plafond, une tige de piston quand elle pousse la bielle, certaines pièces de charpente;

3° **au cisaillement,** lorsque les forces tendent à séparer le solide en deux parties par glissement de l'une sur l'autre dans le plan d'une section. EXEMPLES : une tôle entre les lames d'une cisaille (fig. 4), la tige d'un rivet assemblant deux tôles (fig. 5).

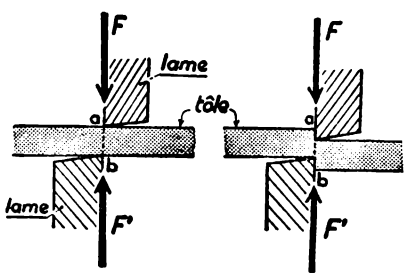


Fig. 4. — La lame de tôle que l'on coupe est sollicitée au ***cisaillement.***

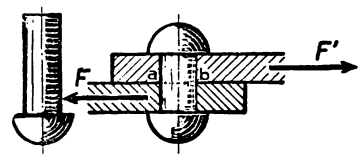


Fig. 5. — Le rivet qui assemble deux tôles est sollicité au ***cisaillement.***

3. Sous l'action de deux couples en équilibre, un solide est sollicité à la torsion ou à la flexion.

1° **à la torsion,** quand les deux couples sont situés dans des plans

parallèles (fig. 6). EXEMPLE : l'arbre d'un moteur (fig. 7). Les moments des deux couples

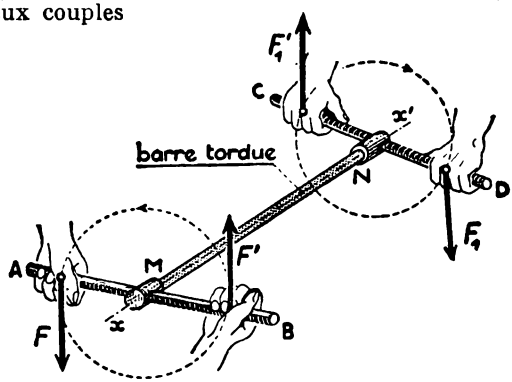


Fig. 6. — La barre MN est sollicitée à la ***torsion*** par les ***couples*** (F, F') et (F_1, F'_1) parallèles et de sens contraires.

sont égaux en valeur absolue (si le solide est en équilibre ou en mouvement de rotation uniforme); leur valeur commune mesure alors le **moment de torsion.**

2° **à la flexion,** quand les deux couples sont situés dans un même plan.

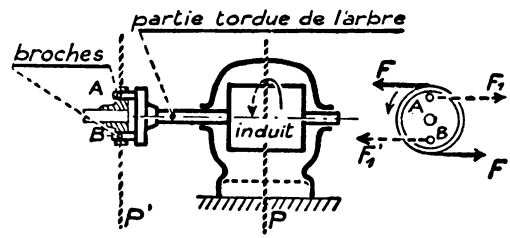


Fig. 7. — Dans le plan P **agit** le couple électromagnétique (F, F') qui fait tourner l'induit, et dans le plan P' le couple résistant (F_1, F'_1) qui sollicite **les broches** ***A*** et ***B***. L'arbre est sollicité à la ***torsion.***

EXEMPLES : la règle (fig. 8), un essieu de voiture (fig. 9). **Le moment de l'un des couples est dit moment fléchissant.**

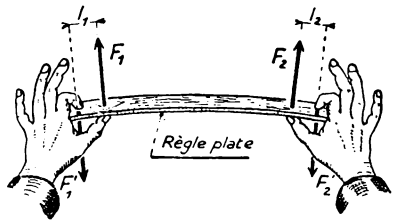


Fig. 8. — La règle ***fléchit*** sous l'action des couples (F_1, F'_1) et (F_2, F'_2) situés dans le même plan.

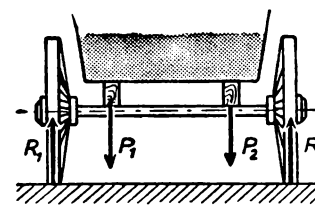


Fig. 9. — Cet essieu de voiture ***fléchit*** sous l'action des couples que vous nommerez.

REMARQUE. — L'une des forces ou l'un des couples peut être soit la résultante générale, soit le moment résultant de forces qui se produisent sur une partie *encastrée* de la pièce (fig. 10).

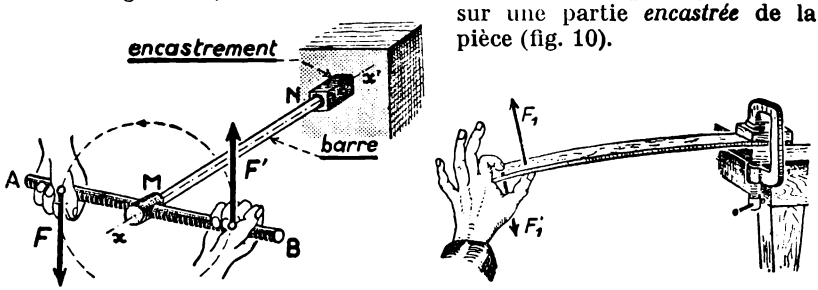


Fig. 10. — Les forces qui se produisent sur une partie encastrée de la pièce équivalent à un couple. (*Comparez aux figures* 6 et 8.)

4. Les déformations subies par un solide sont ou temporaires ou permanentes.

Vos bretelles s'allongent lorsque vous tirez dessus, mais reprennent leur longueur première dès que vous ne tirez plus : elles sont *élastiques*. De même, une tige de bois, une lame de métal légèrement fléchie, reprend sa forme primitive dès que cesse l'effort de flexion; elle a subi une *déformation temporaire* qui ne laisse pas de trace : c'est une *déformation élastique* (fig. 11).

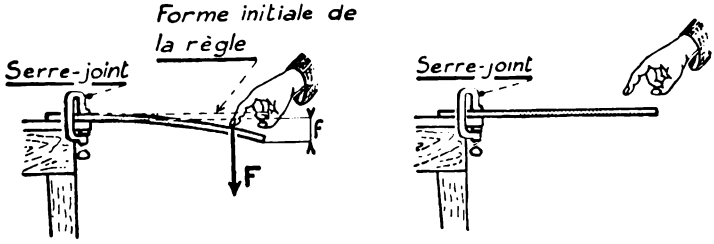


Fig. 11. — La ***déformation*** est ***élastique*** parce que la règle a repris exactement sa forme primitive.

Mais si vous faites subir à la lame une flexion trop grande, elle reste courbée après suppression de l'effort; elle conserve un *résidu de flexion*. Toute déformation qui laisse une trace, un résidu de déformation, est dite *non élastique*, et la déformation qui persiste est dite *permanente ou plastique*.

Quand une machine fonctionne, ses diverses pièces supportent des efforts qui les déforment. Il est clair que ces déformations doivent être *très faibles* pour ne pas nuire au fonctionnement normal du mécanisme, et *élastiques* pour que la machine,

une fois arrêtée, se retrouve exactement dans le même état qu'avant son travail.

Il ne peut en être ainsi que si le constructeur mécanicien connaît les résistances opposées aux déformations par les matériaux qu'il utilise. Ces renseignements lui sont fournis par des expériences ou *essais* que vous étudiez en technologie générale et que nous allons résumer.

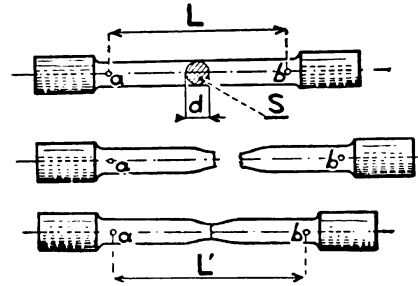


Fig. 12. — Forme de l'***éprouvette de traction*** avant l'essai et après rupture. En bas, les deux tronçons sont remis bout à bout : la différence ($L' - L$) mesure l'*allongement total.*

5. L'essai de traction est l'un des plus importants que l'on fasse subir aux métaux.

a) Il s'effectue sur une *éprouvette*, taillée dans le métal à étudier. La partie médiane cylindrique, lisse et bien calibrée porte deux repères *a* et *b* (coups de pointeau très légers) distants de 100 *mm* qui définissent la longueur de L l'éprouvette[1]. La section S est de 150 mm^2 (fig. 12).

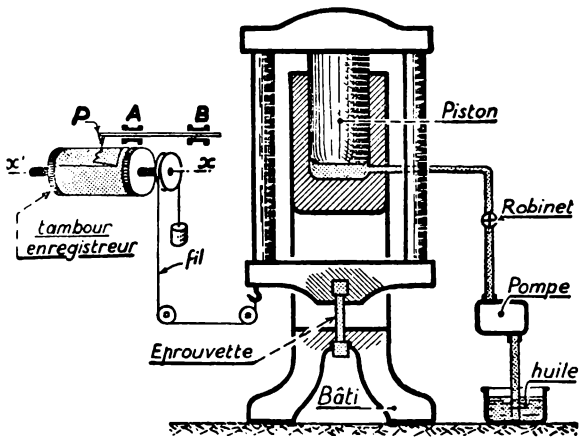


Fig. 13. — ***Schéma d'une machine de traction.*** Les déplacements du style sont proportionnels à l'intensité de l'effort de traction. Les rotations du tambour sont proportionnelles à l'allongement de l'éprouvette.

Les extrémités sont serrées dans les mâchoires d'une machine de traction comportant un mécanisme enregistreur (fig. 13).

La traction, ou charge, s'exerce dans la direction de l'axe géométrique de l'éprouvette. *On la fait croître lentement* : l'éprouvette résiste d'abord sans allongement visible ; puis, elle commence à céder ; elle s'allonge et s'amincit vers sa partie médiane ; puis

1. On utilise également des éprouvettes ayant d'autres dimensions.

sa surface se ternit en une petite région; on la voit alors s'étrangler dans cette région (*phénomène de la striction*) et bientôt après, se briser avec un bruit sec.

b) Examinons le *diagramme enregistré par la machine elle-même*, au cours d'un essai sur une éprouvette d'acier nickel-chrome (L = 100 *mm*. S = 150 mm^2). Les *allongements* sont portés en *abscisses*, les *forces de traction* ou *charges*, en *ordonnées* (fig. 14).

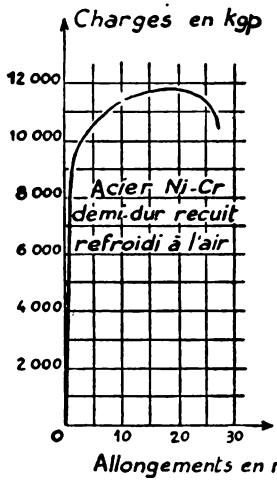


Fig. 14. — ***Diagramme de traction*** d'une éprouvette en acier au nickel-chrome.

Nous y distinguons trois périodes :

1° **Période des petits allongements,** jusqu'à 8 000 *kgp*. La charge croissant de 0 à 8 000 *kgp*, le diagramme est sensiblement une droite : ce qui prouve que l'allongement est proportionnel à la charge; pour 8 000 *kgp*, il est de 1 *mm*.

De plus, si, en cours d'essai, on supprime la traction avant qu'elle atteigne 8 000 *kgp*, l'allongement disparaît : la déformation est donc *élastique*.

2° **Période des grands allongements,** de 8 000 à 11 900 *kgp*. L'allongement croît alors de 1 à 20 *mm*, et de plus en plus vite. Il ne disparaît plus complètement si l'on supprime la charge : il reste un allongement permanent; *la déformation n'est plus élastique*. Ce qu'il en reste est une *déformation plastique* ou *permanente*.

3° **Période de la striction,** à partir de 11 900 *kgp*. La striction commence vers 11 900 *kgp*; la charge diminuant (tout en restant voisine de sa valeur maximum), *l'allongement continue, mais reste localisé dans la région de l'étranglement* qui continue à s'amincir, jusqu'à la rupture qui a lieu au point de striction.

6. Limite élastique. Résistance à la rupture.

a) Dans l'essai précédent, l'élasticité cesse lorsque la charge atteint 8 000 *kgp*, la section de l'éprouvette étant 150 mm^2. Par définition, la **limite élastique est le quotient de la charge à la fin de l'élasticité, par la section de l'éprouvette.**

$$\textit{Limite élastique à l'extension} = \frac{\textit{charge à la fin de la période élastique}}{\textit{section initiale}}$$

$$R'_e = \frac{8\,000}{150} = 53\ kgp/mm^2$$

b) **La résistance à la rupture** *est le quotient de la* **charge maximum par la section initiale** *de l'éprouvette*

$$\textit{Résistance à la rupture par extension} = \frac{\text{charge maximum}}{\text{section initiale}}$$

$$(R_r)_e = \frac{11\,900}{150} \simeq 80 \text{ kgp/mm}^2$$

c) Le **coefficient d'allongement A%** est l'allongement subi par une éprouvette dont la longueur initiale est de 100 *mm*.

Rapprochons les deux morceaux de l'éprouvette brisée et mesurons la distance *ab* : soit 125 *mm*. L'allongement total est de 125 — 100 = 25 *mm*

Donc $A\% = 25$ %.

Résumé.

1. Les *solides réels* se déforment et peuvent même se rompre sous l'action des forces qui leur sont appliquées.
Savoir choisir le matériau qui convient le mieux pour une pièce donnée et calculer les dimensions de cette pièce pour qu'elle résiste en toute sécurité aux efforts qu'elle supportera, tels sont les problèmes que l'étude de la résistance des matériaux permet de résoudre.

2. On distingue plusieurs sortes de sollicitations simples :
***traction ou extension, compression, cisaillement,* sous l'action de deux forces en équilibre; *torsion, flexion,* sous l'action de deux couples en équilibre.**

3. L'*essai de traction* permet de définir :
la limite élastique à l'extension;
la résistance à la rupture par extension.
Les dimensions d'une pièce sollicitée à l'extension doivent être telles que la charge par millimètre carré de section droite soit inférieure à la limite élastique à l'extension.

Exercices.

1. **L'essai de traction d'une éprouvette en acier a donné les résultats suivants :**
Charge totale correspondant à la limite d'élasticité : 4 800 *kgp*;
Charge totale correspondant à la rupture : 6 500 *kgp*.
Le diamètre de l'éprouvette est de 13,8 *mm*; la longueur entre les repères 100 *mm* avant l'essai est 115 *mm* après. Calculer :
1° la charge limite d'élasticité;
2° la charge de rupture;
3° le coefficient d'allongement.

2. Pour étudier la ***résistance au choc*** des métaux on se sert souvent du ***mouton-pendule de Charpy*** (fig. 15). Une masse mobile autour d'un axe horizontal O, est abandonnée à elle-même toujours à la même hauteur (distance

du c. d. g. G au-dessus du sol : *H mètres*). Elle porte un couteau A qui rencontre, au point le plus bas de la chute, une éprouvette entaillée qu'elle brise généralement. Après la rupture, la masse poursuit son mouvement et remonte à une hauteur variable selon la nature du métal de l'éprouvette (distance du c. d. g. G au-dessus du sol : *h mètres*). Elle oscillerait ensuite pendant un certain temps si un frein ne permettait de l'arrêter rapidement :

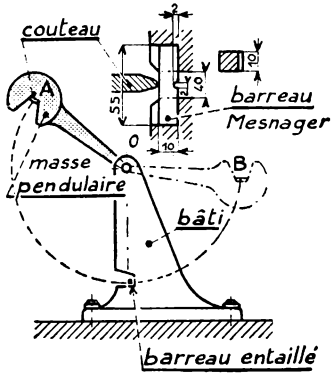


Fig. 15.
Mouton-pendule de Charpy.

Sur un mouton d'essai, la masse pèse 22,5 *kgp*; $H = 1{,}35$ *m*. L'éprouvette a une section nette $S = 80$ *mm*² et après rupture la masse est remontée à une hauteur telle que $h = 0{,}93$ *m*. Calculer :

1° l'énergie cinétique de la masse au point le plus bas de la chute;

2° l'énergie cinétique restante après rupture de l'éprouvette;

3° la ***résilience*** ou quotient de l'énergie mécanique perdue, exprimée en *kgm*, par la section exprimée en *cm*² de l'éprouvette.

Extension.

1. Un solide est sollicité à l'extension lorsqu'il est soumis à deux forces directement opposées qui tendent à l'allonger.

C'est un cas fréquent. Exemples :
un fil ou un câble qui supporte une charge (fig. 1);
les brins d'une courroie (fig. 2);
les boulons qui fixent le fond du cylindre d'une machine à vapeur (fig. 3);
les tirants des fermes de charpente (fig. 4); etc.

Fig. 1.

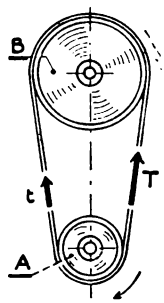


Fig. 2.

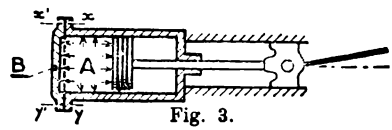


Fig. 3.

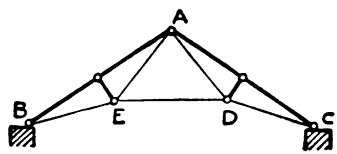


Fig. 4.

Fig. 1, 2, 3 et 4. — Exemples de corps sollicités à l'***extension*** *: câble* AB, *brins d'une courroie de transmission, boulons fixant le fond d'un cylindre, tirants* BE, ED, DC *d'une ferme de charpente.*

I. — FORCES INTÉRIEURES DÉVELOPPÉES PAR L'EXTENSION

2. Forces intérieures dans une barre sollicitée à l'extension : leur détermination par la méthode de la section.

La barre rectiligne AB encastrée à sa partie supérieure supporte une charge N *kgp*[1]. Imaginez qu'on la coupe suivant la section droite CD normale à la direction de la force N (fig. 5, I). Pour maintenir le tronçon

1. Le poids de la barre est négligeable devant la charge N qui peut être des milliers de fois plus grande.

A en équilibre il faut alors appliquer sur la section s_1, une force N' directement opposée à N : $N' = N$ (fig. 5, II).

Avant la coupure, c'est évidemment le tronçon B qui soutient A. Comment? Nous admettrons que les points de la section s_2 du tronçon B exer-

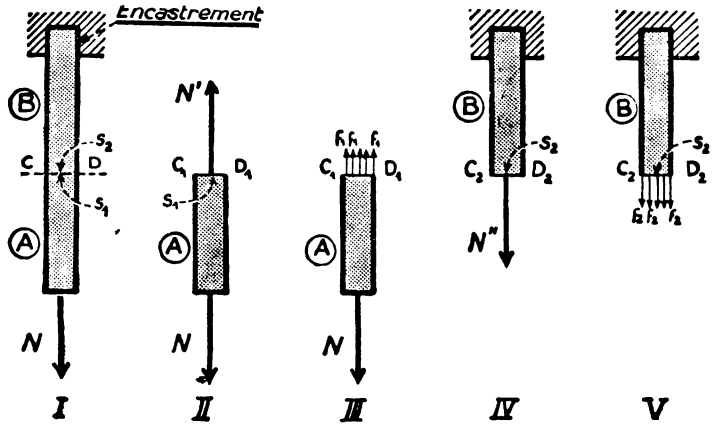


Fig. 5. — *Méthode de la section* pour la recherche des forces intérieures dans une barre sollicitée à l'extension.

cent sur les points de la section s_1, avec lesquels ils sont en contact, des forces f_1, f_1...., normales à s_1 et dont l'ensemble équivaut à la force N' (fig. 5, III).

Inversement, en vertu du principe de l'action et de la réaction, les points de s_1 exercent sur ceux de s_2 des forces f_2, f_2... normales à s_2 directement opposées aux forces f_1 et de même intensité (fig. 5, IV et V). L'ensemble de ces forces f_2 à pour résultante une force N'' directement opposée à N' et de même grandeur. Donc :

$$N'' = N' = N$$

Les actions mutuelles telles que f_1, f_2, entre points matériels d'un même solide, sont dites **forces intérieures**[1].

Par opposition la force exercée par la charge sur la barre est dite **force extérieure**, pour rappeler qu'elle provient de l'action, sur la barre, d'un corps qui lui est extérieur[2].

---

1. Lorsque nous avons étudié les conditions d'équilibre d'un solide, nous n'avons pas tenu compte des forces intérieures qui sollicitent ses points matériels. Nous laissons au lecteur le soin d'en trouver la raison.

2. Rappelons que les forces extérieures sont exercées par les corps extérieurs soit en contact, soit à distance. Le poids d'un corps est une force extérieure à distance.

3. Contrainte en un point intérieur de la barre.

a) Soient P un point de la section s_1, Δs l'aire d'une petite surface autour de P, Δf la force intérieure qui s'exerce sur Δs (fig. 6).

Par définition, on appelle **contrainte du matériau au point P** le quotient $\Delta f : \Delta s$, de la force intérieure par la surface qui lui correspond[1].

Dans le cas de l'extension, Δf étant normale à Δs, la *contrainte* est dite *normale*. Nous représenterons sa grandeur par n.

EXEMPLE : $\Delta s = 0{,}2\ mm^2$ $\Delta f = 0{,}8\ kgp$ $n = \dfrac{0{,}8}{0{,}2} = 4\ kgp/mm^2$

b) *Pour simplifier*, nous admettrons que, dans le cas de l'extension, *la contrainte normale est la même en tous les points d'une même section droite*. Elle est alors égale au quotient de la force N' *kgp* appliquée sur toute la section par l'aire $S\ mm^2$ de cette section (fig. 6).

$$n = \frac{N'}{S}$$

Et, puisque N' a même intensité que la charge N, nous avons :

$$\boxed{n = \frac{N}{S}} \qquad \begin{matrix} kgp \\ kgp/mm^2\ mm^2 \end{matrix}$$

EXEMPLE : $N = 10\,000\ kgp$ $S = 2\,500\ mm^2$ $n = \dfrac{10\,000}{2\,500} = 4\ kgp/mm^2$.

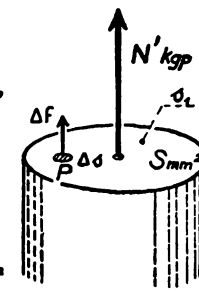


Fig. 6. — La ***contrainte d'extension n*** est mesurée par le quotient $N' : S$.

REMARQUES. — 1. La contrainte normale à la même valeur *en tous les points si la barre est cylindrique*, ce que nous supposerons dans la suite.

2. Au cours d'un essai de traction, la contrainte de l'éprouvette dans sa partie cylindrique va en croissant progressivement jusqu'au moment où la charge atteint son maximum. Donc :

a) La *limite élastique* mesure en réalité la contrainte normale à l'instant où la déformation cesse d'être élastique.

b) La *résistance à la rupture* mesure la contrainte maximum que supporte le matériau avant de se rompre (en dehors de la région où il y a striction).

---

1. Le quotient $\Delta f : \Delta s$ mesure la force intérieure sur 1 mm^2. Une contrainte est donc en définitive une force intérieure par millimètre carré.

4. Résistance pratique ou résistance de sécurité. Condition de résistance d'une barre à l'extension.

Prenons l'exemple simple d'une barre de charpente qui aura à supporter un effort de traction de 5 000 *kgp*. Le constructeur décide de la faire cylindrique en acier doux, dont les caractéristiques sont : *limite élastique* : 24 *kgp/mm²*; *résistance à la rupture* : 40 *kgp/mm²*. Quelle section faut-il donner à la barre?

Soit *S mm²* la section cherchée. **La contrainte normale que la pièce éprouvera sera 5 000 : *S*. Elle doit être très inférieure à la limite élastisque** (24 *kgp/mm²*) du métal employé, afin que la déformation de la barre reste élastique, même si, accidentellement, l'effort de traction devient supérieur à 5 000 *kgp*, même si le métal présente quelque part une paille ou tout autre défaut de structure qui réduise la section droite correspondante.

Le constructeur donne donc à la barre une section *S* telle que la contrainte normale soit par exemple 8 *kgp/mm²*. Cette valeur 8 *kgp/mm²* **est dite résistance pratique ou résistance de sécurité. On aura donc**

$$\frac{5\,000}{S} = 8 \qquad \text{d'où} \qquad S = 625\ mm^2$$

Résumons :

1. *La résistance pratique ou résistance de sécurité à l'extension est la contrainte à l'extension que l'on peut faire supporter en toute sécurité à une pièce qui entre dans une construction.* Nous la désignerons par R_e.

2. *N étant l'effort d'extension, S la section de la barre*[1], *n la contrainte normale, R_e la résistance de sécurité à l'extension, la condition de résistance à l'extension est :*

$$n < R_e \qquad \text{ou} \qquad \frac{N}{S} < R_e$$

5. Coefficient de sécurité.

Dans l'exemple précédent la résistance à la rupture est 40 *kgp/mm²* et la résistance pratique est 8 *kgp/mm²*, c'est-à-dire 5 fois plus petite. On dit que le **coefficient de sécurité** adopté est *5*.

$$\textit{Coefficient de sécurité} = \frac{\textit{Résistance à la rupture}}{\textit{Résistance de sécurité}}$$

Le choix du coefficient de sécurité est laissé à l'appréciation du constructeur. Il fait une économie de matière en adoptant un faible coefficient de sécurité. Mais la machine est d'autant plus robuste que le coefficient est plus grand. C'est l'*expérience acquise dans la construction mécanique*

---

1. Si la section droite de la barre n'était pas uniforme, c'est évidemment l'aire *S* de la plus petite section qu'il faudrait considérer ici.

qui le guide; il tient compte non seulement de la grandeur des efforts, mais aussi de leur mode d'application : efforts constants ou efforts variables; efforts toujours de même sens ou efforts changeant de sens, etc. Le coefficient de sécurité ne descend jamais au-dessous de *3*, et il peut atteindre une grande valeur, *10* par exemple.

II. — DÉFORMATIONS ÉLASTIQUES PRODUITES PAR L'EXTENSION

6. Définitions ; allongement unitaire.

Tout effort d'extension produit un allongement de la pièce qui le subit. Dans le cas simple d'une barre cylindrique homogène, la contrainte a la même intensité en tous les points de la barre. Il en résulte évidemment — la matière étant homogène — que la déformation elle-même est la même en tous les points. Ce qui revient à dire que *chaque unité de longueur de la barre s'allonge de la même quantité.*

Soient L la longueur initiale, l l'allongement subi. *L'allongement par unité de longueur* est $\frac{l}{L}$. On le désigne sous le nom d'**allongement unitaire** et on le représente par i :

$$i = \frac{l}{L}$$

Exemple. — Sur une éprouvette de traction la distance de deux points est de 100 *mm* avant la traction, de 100,25 *mm* lorsque la charge est de 8 000 *kgp.* L'allongement subi est : 100,25 — 100 = 0,25 *mm* ; l'allongement unitaire est

$$i = \frac{0{,}25}{100} = 0{,}002\,5$$

7. L'allongement unitaire dépend de la contrainte et de la nature du matériau.

a) Il est clair que l'allongement unitaire i est :

1° d'autant *plus grand* que la contrainte normale $n = F : S$ est plus intense[1] ;

2° d'autant *plus petit* que le matériau résiste plus à la déformation.

Soit E un coefficient qui mesure cette résistance; i est d'autant plus petit que E est plus grand.

---

1. Ce que montre le diagramme de traction de la figure 14 (11e *Leçon*) dans la partie correspondant aux petits allongements : le tronçon rectiligne prouve que les allongements sont proportionnels aux charges.

Ces résultats se traduisent par la formule :

$$\boxed{i = \frac{n}{E}}$$ qui peut se mettre sous la forme : $$\boxed{\frac{1}{L} = \frac{1}{E} \cdot \frac{N}{S}}$$

Le coefficient E est dit **module d'élasticité du matériau.**

EXEMPLE. — L'éprouvette précédemment citée a une section droite de 150 mm^2. La contrainte normale sous la charge de 8 000 *kgp* est :

$$n = 8\,000 : 150 \simeq 53 \ kgp/mm^2$$

L'allongement unitaire i est égal à 0,002 5. On a, dans ce cas particulier :

$$0{,}002\,5 = \frac{53}{E}, \qquad \textbf{d'où} \qquad E = \frac{53}{0{,}002\,5} \simeq 20\,000 \ kgp/mm^2$$

Valeurs de E : { *Aciers : de* 20 000 à 30 000 *kgp/mm²*
{ *Fontes :* de 4 000 à 16 000 *kgp/mm²*

REMARQUE. — La formule donnant l'allongement unitaire en fonction de la contrainte normale et du module d'élasticité **n'est valable que pour les déformations élastiques.**

8. Problème d'application.

Un poteau A *soutenant une ligne de distribution d'énergie électrique est haubanné par un rond en acier doux disposé comme l'indique la figure 7. L'effort de traction supporté par le rond est de* 3 000 kgp. *On admet une résistance pratique* $R_e = 10$ kgp/mm². *Déterminer :*

1° *le diamètre de ce rond ;*

2° *la contrainte normale dans toute section droite de la partie lisse ;*

3° *l'allongement total sachant que* L = 4 m *et que* E = 20 000 kgp/mm².

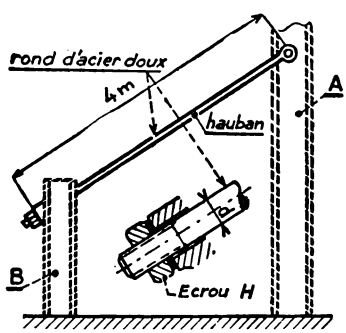


Fig. 7. — Le poteau *A* est retenu par un ***hauban*** fixé au potelet *B*.

SOLUTION

Choix des unités : longueur : le *millimètre* ;

force : le *kilogramme-poids.*

1° Diamètre du rond à adopter :

La barre présente une partie lisse de diamètre d et une partie filetée dont le noyau a un diamètre plus faible : $d_1 < d$. C'est la section la plus faible que nous devons déterminer en premier lieu.

Cette section doit satisfaire à la relation :

$$S > \frac{N}{R_e} \qquad \text{soit :} \qquad S > \frac{3\,000}{10} \qquad \text{ou} \qquad 300 \ mm^2$$

D'où $d_1^2 > \frac{4}{\pi} \times 300$; ce qui donne $d_1 > 19{,}4$ *mm*

Si nous adoptons un filet triangulaire normalisé, nous trouvons dans la norme CNM3 que le diamètre du noyau *qui se rapproche* le plus de cette valeur est 19,78. Il correspond à une tige de diamètre 24 *mm* sur laquelle on exécute un filet triangulaire de pas 3 *mm*. Nous choisirons donc : $d = 24$ *mm*

2° **Contrainte normale dans la partie lisse :**

Elle est donnée par la relation : $n = \frac{N}{S}$

Ici : $S = \frac{\pi.d^2}{4} = \frac{\pi \times 24^2}{4} = 452\ mm^2$

Par suite : $n = \frac{3\,000}{452} = 6{,}6\ kgp/mm^2$

3° **Allongement total :**

La longueur du bout fileté étant faible par rapport à la longueur totale nous admettrons que la barre a une section de 452 mm^2 sur toute sa longueur.

Son allongement unitaire : $\frac{l}{L} = i = \frac{1}{E}.n$

d'où $$l = \frac{1}{20\,000} \times 6{,}6 \times 4\,000 \simeq 1{,}3\ mm$$

Cet allongement est faible comparativement à la longueur totale : 4 000 *mm*. Il est ainsi dans la plupart des constructions : **les déformations élastiques sont souvent négligeables.**

Résumé.

1. Un solide est sollicité à l'*extension* lorsqu'il est soumis à deux forces directement opposées qui tendent à l'allonger.

2. Une traction N développe dans toute section droite S, perpendiculaire à la direction de cet effort, des *forces intérieures*. Par définition, la *contrainte normale* dans la section considérée est égale au quotient de N par S :

$$\boxed{n = \frac{N}{S}} \qquad \begin{matrix} kgp \\ kgp/mm^2 \quad mm^2 \end{matrix}$$

3. Pour que le solide résiste en toute sécurité à l'effort qui le sollicite, la contrainte normale, dans la plus petite section droite, doit être au plus égale à la *résistance pratique* ou *résistance de sécurité* R_e :

$$\boxed{\frac{N}{S} < R_e} \qquad \begin{matrix} kgp \\ mm^2 \quad kgp/mm^2 \end{matrix}$$

4. La résistance pratique s'obtient généralement en divisant la charge de rupture à la traction par un *coefficient de sécurité* dont la valeur est fixée par l'expérience et qui dépend notamment de la nature du matériau et du mode d'application des efforts. La résistance pratique doit être inférieure à la limite d'élasticité.

5. Lorsque la déformation est élastique, l'allongement l d'une pièce de longueur L (section : S, effort axial : N) est donné par la relation :

$$\underset{mm}{l} = \frac{1}{\underset{kgp/mm^2}{E}} \cdot \frac{\underset{kgp}{N}}{\underset{mm^2}{S}} \cdot \underset{mm}{L}$$

dans laquelle E représente le *module d'élasticité longitudinale* du matériau considéré. ($E \simeq 20\,000$ *kgp/mm²* pour les aciers).

Exercices.

1. Expliquez pourquoi un constructeur fait une économie de matière en adoptant un faible cœfficient de sécurité. Quel inconvénient présente un tel choix?

2. Un boulon de serrage a un diamètre de 20 *mm* et doit serrer deux pièces d'acier dont l'épaisseur totale est de 120 *mm*. L'écrou étant tout d'abord vissé à la main on achève le serrage à l'aide d'une clé. Sachant qu'au cours de cette opération le boulon s'est allongé de 0,1 *mm* sur une longueur de 120 *mm* calculer :

1° la contrainte normale d'extension;

2° l'effort de serrage exercé par la tête du boulon et son écrou.

On donne $E = 20\,000$ *kgp/mm²*.

3. Le fond d'un cylindre de machine à vapeur à double effet est fixé par 12 boulons en acier doux. Le diamètre d'alésage du cylindre est de 340 *mm* et la pression effective maximum de la vapeur 10 *kgp/cm²*.

1° Calculer la poussée maximum exercée par la vapeur sur le fond du cylindre;

2° En admettant que chaque boulon supporte le même effort, déterminer son diamètre en adoptant une résistance pratique $R_e = 6$ *kgp/mm²*.

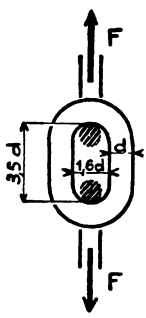


Fig. 8.

Nota. — Si la poussée sur le fond était constante, on pourrait prendre $R_e = 10$ *kgp/mm². Mais cette poussée varie à chaque coup de piston car la vapeur se détend à l'intérieur du cylindre; on prend alors les 2/3 de la valeur que l'on adopterait si l'effort était d'intensité constante.*

4. Une chaîne de levage est formée de maillons soudés (fig. 8). Calculer :

1° le diamètre *d* et en déduire les autres dimensions d'un maillon sachant que la chaîne doit supporter aux essais une charge de 5 *tonnes* (*résistance pratique* adoptée $R_e = 5$ *kgp/mm²*).

2° la contrainte normale dans les parties rectilignes d'un maillon lorsque la chaîne supporte une charge de 3,5 *tonnes*.

On admet que la charge se répartit également dans les deux branches d'un maillon.

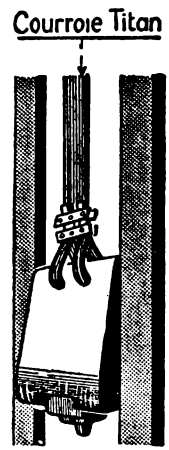


Fig. 9.

5. Un mouton de forge pesant 500 *kgp* est soulevé à l'aide d'une courroie en cuir (fig. 9). Au démarrage, l'effort exercé par la courroie sur le mouton doit être d'intensité suffisante pour vaincre son poids et l'inertie de sa masse.

On admet que le mouvement de démarrage est uniformément accéléré, d'accélération $\gamma = 3$ *m/s/s*.

1° Calculer l'effort N nécessaire au démarrage (on posera $g \simeq 10$ *m/s/s*).

2° La courroie a une section rectangulaire de (130 × 20) mm^2. Déterminer la contrainte normale d'extension pendant la période de démarrage. Quel est le coefficient de sécurité adopté sachant que la résistance à la rupture par traction est de 3 kgp/mm^2?

3° Le mouton est abandonné à lui-même à une distance de 3 *m* de la chabotte. Calculer sa vitesse au moment où il vient frapper celle-ci. En déduire son énergie cinétique.

4° A supposer que toute cette énergie soit transformée en travail de déformation du métal que l'on estampe et sachant que ce métal s'est écrasé sur une profondeur de 3 *mm*, calculer l'intensité de la force constante qui aurait été nécessaire pour obtenir le même résultat.

6. Un câble en acier, de section constante, est formé de 6 torons de 6 fils chacun dont le diamètre est 2,5 *mm*. On le déroule dans un puits de mine dont la profondeur est 250 *m*. Quelle charge peut-il remonter en toute sécurité?

On donne : *densité de l'acier* 7,8

résistance pratique $R_e = 12$ kgp/mm^2

NOTA. — *Pour les câbles le coefficient de sécurité adopté varie de* 5 *à* 10. *En supposant qu'ici ce coefficient est égal à* 10 *quelle serait la charge de rupture du câble?*

7. Le calcul de l'épaisseur *e* d'une tôle de chaudière ou de réservoir contenant un fluide sous pression s'obtient à l'aide de la formule :

$$e > \frac{p_{eff} \times d_i}{R_e}$$

(p_{eff} en kgp/mm^2, d_i en *mm*, e en *mm*, R_e en kgp/mm^2)

dans laquelle p_{eff} désigne la pression effective; d_i le diamètre intérieur et R_e la résistance pratique du métal.

Quelle épaisseur faut-il donner à une virole de chaudière en tôle soudée, de diamètre $d_i = 0{,}80$ *m* soumise à une pression effective de 20 kgp/cm^2. On prendra $R_e = 6$ kgp/mm^2 et l'on majorera de 1 *mm* la valeur trouvée afin de tenir compte de la corrosion ultérieure.

8. Un treuil est installé suivant le schéma de la figure 10.

1° La charge devant être soulevée à la vitesse de 0,75 *m/s*, déterminer le nombre de tours par minute que doivent faire respectivement les arbres A et B.

2° Le moteur tourne à la vitesse de 900 *tr/mn*. Quel est le diamètre de la poulie P calée sur l'arbre B? (*On ne s'inquiétera pas de la valeur normalisée qu'il faudrait en réalité adopter.*)

Quelle est la vitesse linéaire de la courroie?

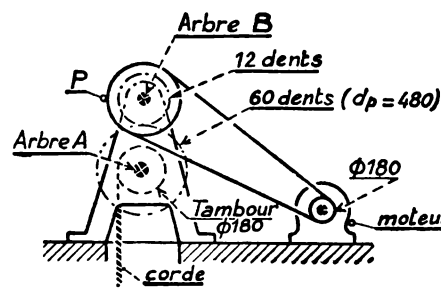


Fig. 10.

3° Déterminer le module des deux roues dentées et la distance des axes des arbres A et B.

4° La charge soulevée étant de 500 *kgp* et le rendement de l'ensemble du mécanisme de 0,6, quelle puissance le moteur devra-t-il développer pendant la montée?

5° Le câble de levage est en chanvre; sa résistance pratique de 0,5 kgp/mm^2. Quel doit être son diamètre?

6° La poulie P est entraînée par la courroie qui la relie à la poulie motrice. En supposant nulles les pertes de puissance dans le mécanisme poulies-courroie, calculer l'effort tangentiel qui sollicite la poulie P.

7° Calculer la section de la courroie (*résistance pratique* : 0,3 kgp/mm^2) sachant que les tensions T et t sont telles que $T = 2t$.

(*C. A. P. Dessinateurs-calqueurs, Seine-et-Oise.*)

Compression. — Cisaillement.

I. — COMPRESSION

1. Un solide est sollicité à la compression lorsqu'il est en équilibre sous l'action de deux forces directement opposées qui tendent à le raccourcir.

Un grain de crapaudine (fig. 1), un pivot, une pierre de taille à la base d'un mur en maçonnerie, un pilier en béton armé, une colonne en fonte, certaines barres des charpentes métalliques, sont des solides soumis à des efforts de compression.

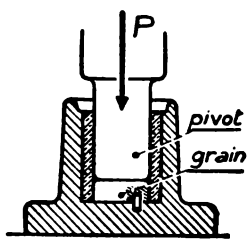


Fig. 1. — Le grain et le pivot de cette crapaudine sont sollicités à la ***compression***.

1° Si la longueur L est inférieure à 5 fois la plus petite dimension de la section droite, la pièce est dite **courte**. L'expérience montre qu'elle reste droite lorsqu'on la comprime, la compression ayant pour effet de la raccourcir d'abord, de la rompre ensuite si l'effort est suffisamment intense (fig. 2 et 3).

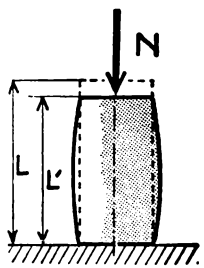


Fig. 2.

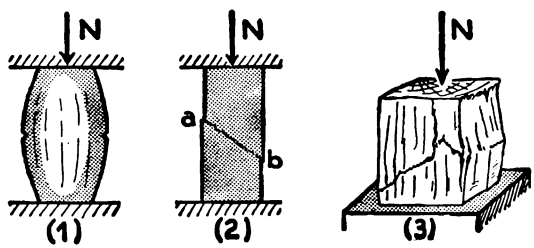


Fig. 3.

Fig. 2. — Une ***pièce courte*** comprimée se raccourcit.

Fig. 3. — La rupture par compression se produit par *dilatation* (1), *glissement* (2) ou *plissement* (3) selon la nature des matériaux.

2° Si la longueur L est supérieure à 5 fois la plus petite dimension de la section droite, la pièce est dite **longue.** Elle peut alors fléchir lorsqu'on la comprime (fig. 4). On appelle *voilement* ou *flambage* cette flexion latérale.

Nous n'étudierons que la compression des pièces courtes.

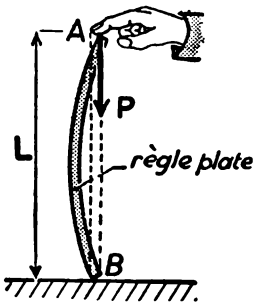


Fig. 4. — La compression d'une ***pièce longue*** provoque la flexion latérale ou ***flambage.***

2. Contrainte normale dans la section droite d'une pièce courte.

Soit N l'effort de compression dirigé suivant l'axe $x'x$ (fig. 5). Imaginons une section droite CD séparant la pièce en deux tronçons A et B. Enlevons le tronçon B. *Pour maintenir le tronçon A en équilibre* il nous faut appliquer sur chaque élément de la section des forces f, perpendiculaires à CD. Ces forces f représentent les actions exercées, avant la coupure par le tronçon B sur le tronçon A, c'est-à-dire les forces intérieures exercées par B sur A.

Leur résultante N' est directement opposée à N et de même intensité :

$$N = N'$$

Nous admettons que ces forces sont uniformément réparties sur la surface S mm^2 de la section CD. Chaque millimètre carré de cette section supporte donc un effort égal à $N : S$; cet effort est la **contrainte normale** n

$$\boxed{n = N : S}$$

kgp/mm^2 kgp mm^2

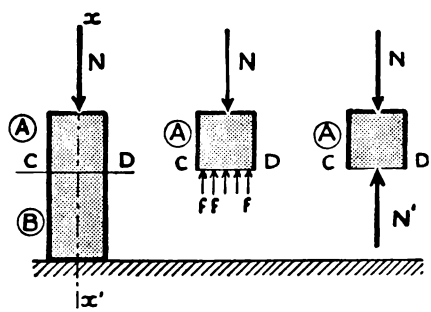


Fig. 5. — Appliquez la ***méthode de la section*** pour calculer la ***contrainte de compression.***

3. Condition de résistance à la compression.

La pièce résiste en toute sécurité si la contrainte est inférieure à la *résistance pratique à la compression* R_c

$$n < R_c \qquad \text{ou} \qquad \boxed{N : S < R_c}$$

kgp mm^2 kgp/mm^2

Dans les calculs on prend généralement $R_c = R_e$, sauf pour la fonte qui résiste beaucoup mieux à la compression qu'à l'extension; on a en effet pour ce matériau :

$R_c = 12$ *kgp/mm²* tandis que $R_e = 2$ *kgp/mm²*

4. Problème d'application.

Un pivot supporte une charge de 450 kgp (fig. 6). *On admet que la résistance pratique à la compression de l'acier dont il est fait est* 8 kgp/mm². *Calculer le diamètre minimum à donner à ce pivot pour qu'il résiste à sa charge.*

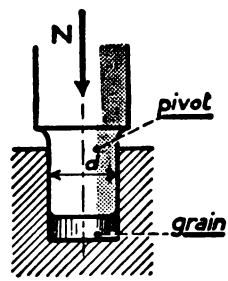


Fig. 6.

SOLUTION.

Soit S *mm²* la section du pivot. La contrainte normale est

$$n = \frac{450}{S}$$

Cette contrainte doit être inférieure à 8 *kgp/mm²*, d'où l'équation :

$$\frac{450}{S} < 8$$

$$S > \frac{450}{8} \quad \text{ou } 56 \text{ } mm^2$$

d'où :

$$d > 8{,}5 \text{ } mm$$

REMARQUE. — Le pivot tourne sur le grain qui est immobile. Il y a donc frottements de glissement. On évite le grippage en lubrifiant. Mais pour que la pellicule de lubrifiant persiste entre surfaces frottantes, il faut que la pression p du pivot sur le grain ne soit pas trop grande. C'est l'expérience qui renseigne sur la valeur maximum que p peut atteindre. Cette valeur dépend de la vitesse de rotation et du mode de graissage (libre ou sous pression).

$p = 20$ à 50 *kgp/cm²* pour grandes vitesses et graissage libre;
$p = 100$ à 150 *kgp/cm²* pour vitesses lentes et graissage sous pression.

En adoptant la valeur $p = 50$ *kgp/cm²*, soit 0,5 *kgp/mm²* on aurait dans le cas précédent comme condition de graissage :

$$0{,}5 < \frac{450}{S}; \quad \text{d'où} \quad S > 900 \text{ } mm^2 \text{ } d > 33{,}8 \text{ } mm$$

On adoptera finalement la valeur normalisée $d = 35$ *mm*.

II. — CISAILLEMENT

5. Exemples de corps sollicités au cisaillement.

Lorsque vous cisaillez une tôle, elle s'écrase en partie sous la poussée des lames (fig. 7), puis elle se sépare en deux tronçons qui glissent l'un par rapport à l'autre dans le plan de trace *ab*.

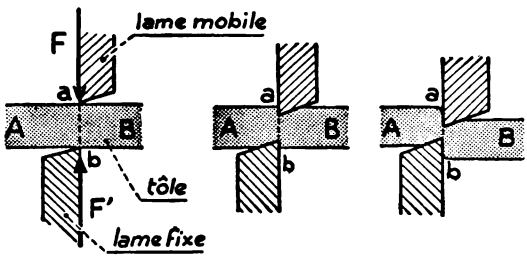


Fig. 7. — Différentes phases du *cisaillement* d'une plaque de tôle.

Comme les talons de chaque lame portent nécessairement sur la tôle, en dehors de la section *ab*, il est pratiquement impossible d'appliquer les efforts tranchants F et F' rigoureusement dans le plan de cette section. Le cisaillement s'accompagne donc de flexion.

De même les forces F et F' qui s'exercent sur un rivet (fig. 8) ou sur une clavette (fig. 9) n'ont pas la même droite d'action. Nous admettrons

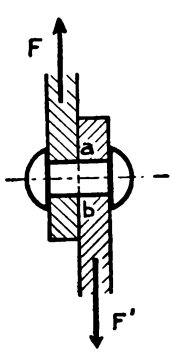


Fig. 8.

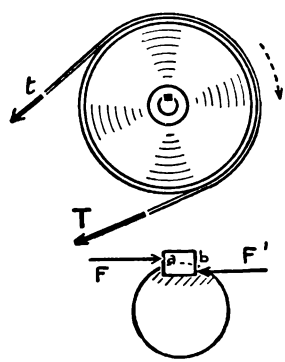


Fig. 9.

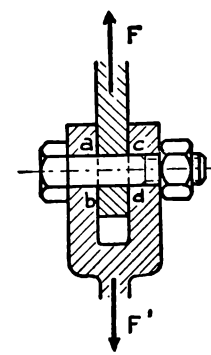


Fig. 10.

Fig. 8. — Un rivet est sollicité au *cisaillement*.

Fig. 9. — F représente la résultante des actions de contact du moyeu de la poulie sur la clavette et F' la résultante des actions de contact de l'arbre sur la clavette. Celle-ci est sollicitée au ***cisaillement*.**

Fig. 10. — Le boulon tend à se cisailler suivant les deux sections *ab* et *cd*.

cependant qu'elles sont suffisamment voisines pour que ces pièces tendent à se cisailler suivant une section droite *ab*. Dans les mêmes conditions le boulon d'assemblage de la figure 10 tend à se cisailler suivant les deux sections droites *ab* et *cd*.

6. Forces intérieures et contrainte due au cisaillement.

a) Reprenez le raisonnement fait dans le cas de l'extension et de la compression pour montrer l'existence de forces intérieures et calculez la contrainte dans une section (fig. 11, I, II et III). Vous trouverez que le tronçon B, avant la coupure, exerce sur la section droite *cc'dd'* du

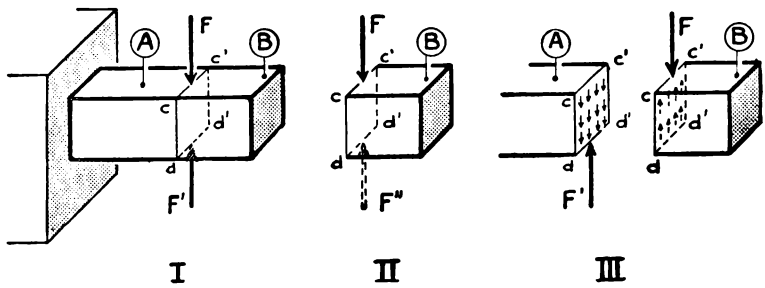


Fig. 11. — ***Méthode de la section.***

I. Les forces ***F***, ***F'*** produisent dans la section droite ***cc'dd'*** un effet de cisaillement (*F légèrement à droite et F' légèrement à gauche de la section considérée*).

II. Imaginez qu'on coupe le solide suivant la section ***cc'dd'***. Pour maintenir le tronçon ***B*** en équilibre il faudrait alors appliquer sur la section ***cc'dd'*** de ce tronçon une force ***F"*** directement opposée à ***F***.

III. ***Avant la coupure***, c'est le tronçon ***A*** qui soutient le tronçon ***B***. A cet effet, la section ***cc'dd'*** de ***A*** exerce sur la section ***cc'dd'*** de ***B*** des forces élémentaires, dirigées vers le haut, ayant une résultante directement opposée à ***F***.

En vertu du principe d'égalité de l'action et de la réaction, la surface *cc'dd'* de ***B*** exerce sur la surface *cc'dd'* de ***A*** des forces élémentaires directement opposées aux précédentes; elles ont une résultante directement opposée à la force ***F'***, donc égale à ***F***.

tronçon A des **forces intérieures,** telles que *f*, situées dans le plan de cette section parallèle, et dont la résultante a pour valeur *F*.

Les forces *f* sont uniformément réparties sur toute la surface de la section *cc'd'd*. Si donc *S* mm^2 est la grandeur de cette surface, la contrainte de cisaillement ou force intérieure par millimètre carré est

$$t = F : S$$

kgp/mm^2 kgp mm^2

Cette contrainte est dite **tangentielle** parce que les forces *f* sont tangentes à la section.

7. Condition de résistance au cisaillement.

La pièce résiste au cisaillement en toute sécurité si la contrainte tangentielle est inférieure à la *résistance pratique au cisaillement* que nous désignerons par R_g

$$t < R_g$$

REMARQUE. — Des expériences de mesure montrent que pour les *métaux fibreux* tels que l'acier la résistance pratique au cisaillement est sensiblement égale à la *moitié* de la résistance pratique à l'extension R_e. Pour les *métaux granuleux*, comme la fonte, elle lui est égale.

$R_g = \frac{R_e}{2}$ pour l'acier et les autres métaux fibreux.

$R_g = R_e$ pour la fonte et les métaux granuleux.

8. Application : calcul des rivets.

1° **Mode d'action d'un rivet.** — La figure 12 montre les actions qui s'exercent entre un rivet et les feuilles de tôle qu'il assemble. Le corps

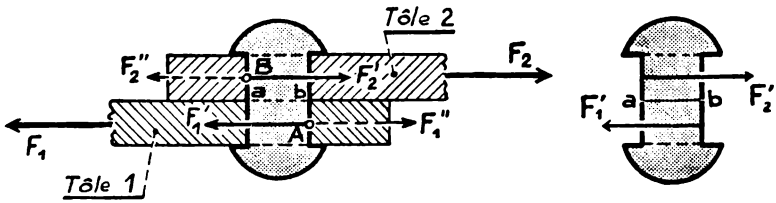


Fig. 12. — La tôle *1* est tirée avec une force F_1, la tôle *2* avec une force $F_2 = F_1$

1° Au point de contact *A* de la tôle 1 et du rivet, la tôle tire sur le rivet avec une force F_1' et le rivet pousse la tôle vers la droite avec une force F_1'' qui équilibre F_1 $(F_1 = F_1'' = F_1')$

2° De même au point de contact B de la tôle 2 et du rivet : la tôle tire sur le rivet avec une force F_2' et le rivet pousse la tôle vers la gauche avec une force F_2'' qui équilibre F_2

Le corps du rivet est soumis aux ***efforts tranchants*** F_1' et F_2'

du rivet est soumis à des forces F_1' et F_2' opposées et suffisamment rapprochées pour qu'on puisse considérer la section *ab* comme soumise au cisaillement.

2° **Diamètres et écartement des rivets.** — Les formes et les dimensions des rivets sont normalisées (CNM 26).

a) Le diamètre *d* doit être choisi en fonction de l'épaisseur *e*, de la plus grande des tôles à assembler. Deux formules sont employées à cet effet :

$$d = \frac{45\,e}{15 + e} \qquad \text{et} \qquad d = \sqrt{50\,e - 4}$$

(*d* en millimètres; *e* en millimètres)

b) L'écartement ***a*** des axes de deux rivets consécutifs doit être assez grand pour qu'au moment du rivetage d'un rivet la bouterolle et la contre-bouterolle ne viennent pas porter sur la tête du rivet voisin. Pratiquement on adopte :

a* = 4 à 5 *d pour les assemblages de profilés;
2,5 d* < *a* < *3,5 d pour les rivetages devant assurer l'**étanchéité** (réservoirs contenant des fluides sous pression).

3° **Problème d'application :**

Deux profilés plats de 150 mm *de largeur et de* 10 mm *d'épaisseur sont réunis par un couvre-joint* (fig. 13) *à l'aide de rivets. Calculer :*

1° *Le nombre de rivets nécessaires pour assembler chaque plat sur le couvre-joint sachant que l'effort qui tend à l'en séparer est de* 7 500 kgp;

2° *L'épaisseur du couvre-joint en tenant compte de l'affaiblissement dû aux trous de rivets.*

On supposera que la tôle et les rivets sont en acier de même nuance, de résistance à la rupture par traction égale à 40 kgp/mm².

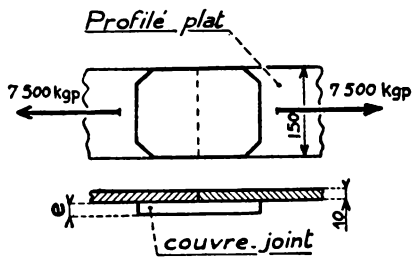


Fig. 13.

SOLUTION

L'étude des actions réciproques des rivets et des tôles (*plats et couvre-joint*) montre que les rivets sont sollicités au cisaillement et les tôles à l'extension (fig. 14).

Nous adopterons un coefficient de sécurité égal à 4, correspondant à des efforts permanents d'intensité constante. Dans ces conditions :

$$R_e = 40 : 4 = 10 \ kgp/mm^2;$$
$$R_g = R_e : 2 = 5 \ kgp/mm^2.$$

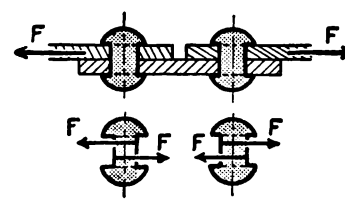


Fig. 14.

1° **Diamètre d des rivets et nombre de rivets.**

a) La formule $d = \dfrac{45\,e}{15 + e}$ donne :

$$d = \frac{45 \times 10}{15 + 10} = \mathbf{18\ mm}$$

Cette valeur figurant dans la norme CNM 26, nous pouvons l'adopter. La section S d'un rivet est donc : $S = \dfrac{\pi . d^2}{4} = \dfrac{3{,}14 \times 18^2}{4} = 254\ mm^2$.

b) Soit x le nombre de rivets. Nous admettons que l'effort de 7 500 *kgp* est également réparti entre tous les rivets qui assemblent un plat sur le couvre-joint. Chacun d'eux supporte donc un effort tranchant $F = 7\,500 : x$

La condition de résistance au cisaillement donne : $F \leqslant R_g . S$, soit :

$$\frac{7\,500}{x} < 5 \times 254 \qquad \text{d'où :} \qquad x > \frac{7\,500}{1\,270} \ \text{ou} \ 5{,}8$$

Nous prendrons **6 rivets** pour chaque plat et nous les disposerons comme l'indique la figure 15.

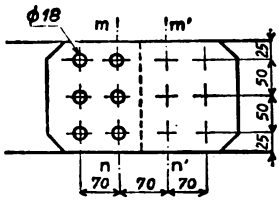


Fig. 15.

2° Épaisseur du couvre-joint :

C'est évidemment au droit de la section *mn* (fig. 15) que le couvre-joint présente la section la plus faible (*trous de rivets*). Celle-ci a pour surface :

$$S' = (150 - 3 \times 18)\, e = 96\, e$$

Pour que le couvre-joint résiste en toute sécurité à l'extension il faut que l'on ait : $S' > \frac{N}{R_e}$.

Ici $N = 7\,500$ *kgp*; $R_e = 10$ *kgp/mm²*.

Soit $96\, e > \frac{7\,500}{10}$ ou $e > 7{,}8$ *mm*

Nous prendrons finalement $e = 8$ ***mm.***

Résumé.

1. Un solide est sollicité à la *compression* lorsqu'il est en équilibre sous l'action de deux forces directement opposées qui tendent à le raccourcir.

2. Dans une section droite de surface *S* perpendiculaire à la direction de l'effort axial *N*, la *contrainte normale de compression n* est égale au quotient de N par S:

$$n = N : S$$

3. Pour qu'une pièce résiste en toute sécurité à la compression, la contrainte normale doit être au plus égale à la *résistance pratique à la compression* R_c.

$$\boxed{N : S < R_c}$$

kgp mm² kgp/mm²

Pratiquement, pour les métaux tels que l'acier, on peut adopter $R_c = R_e$

4. Un solide est sollicité au *cisaillement* lorsque, sous l'action de deux forces directement opposées, il tend à se séparer en deux tronçons glissant l'un par rapport à l'autre dans le plan d'une même section droite.

5. La *contrainte de cisaillement t* est égale au quotient de l'*effort tranchant F* par la section cisaillée *S* :

$$t = F : S.$$

6. Pour qu'une pièce résiste en toute sécurité au cisaillement il faut que la contrainte de cisaillement soit au plus égale à la *résistance pratique de cisaillement* R_g :

$$\boxed{F : S < R_g}$$

kgp mm² kgp/mm²

Pour les aciers on peut adopter $R_g = R_e : 2$ et pour la fonte : $R_g = R_e$.

Exercices.

1. Un pivot d'arbre vertical supporte une charge de 1 200 *kgp*. Calculer son diamètre de manière à satisfaire simultanément :

a) à la condition de résistance (acier $R_c = 10\ kgp/mm^2$) ;

b) à la condition de graissage (pression admissible $p = 60\ kgp/cm^2$).

2. Un réservoir pesant 4 *tonnes* et pouvant recevoir 150 m^3 d'eau est soutenu par quatre colonnes en fonte (diamètre extérieur 200 *mm*, diamètre intérieur 170 *mm*). Calculer la contrainte normale de compression dans chaque colonne.

3. Dans une plaque de tôle en acier doux d'épaisseur $e = 10$ *mm* on poinçonne un trou de diamètre $d = 20$ *mm*.

1° Quel est l'effort que doit exercer le poinçon sur la tôle sachant que la *résistance à la rupture* par cisaillement de cette tôle est de 20 kgp/mm^2.

On notera que la surface cisaillée est égale à la surface latérale d'un cylindre de diamètre *d* et de hauteur *e*.

2° Quelle est la contrainte de compression supportée par le poinçon?

4. Reportez-vous à la figure 10. Le boulon est en acier doux de résistance à la *rupture* par traction 40 kgp/mm^2. Les efforts tranchants $F = F' = 3\,100\ kgp$. Choisir la résistance pratique et calculer le diamètre *d* de ce boulon.

5. Un arbre A transmet un couple de moment $\mathcal{M}_b = 1\,400\ m.kg$ à un arbre B par l'intermédiaire d'un manchon d'accouplement (fig. 16). Les six boulons qui assemblent les deux plateaux du manchon sont répartis sur une circonférence de 380 *mm* de diamètre; on admet qu'ils se comportent comme de simples broches sollicitées au cisaillement et que chacun d'eux supporte le même effort tangentiel dont le moment, par rapport à l'axe de rotation, est égal à 1/6 de $\mathcal{M}_b$.

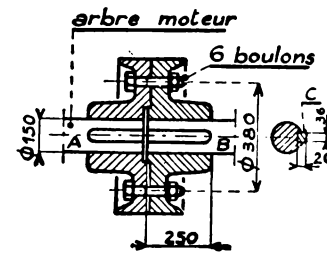


Fig. 16.

1° Calculer l'effort tangentiel qui sollicite chaque boulon.

2° Déterminer le diamètre *d* des boulons sachant que l'on adopte $R_g = 2\ kgp/mm^2$ afin de tenir compte des démarrages brusques, des variations fréquentes de la charge et des changements de marche.

3° Calculer l'effort tranchant qui sollicite une clavette (son moment par rapport à l'axe de rotation est égal à $\mathcal{M}_b$).

4° Déduire du résultat précédent la contrainte de cisaillement de cette clavette.

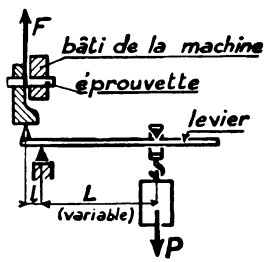


Fig. 17.

6. La figure 17 représente le schéma de la machine de *Frémont* pour l'essai de cisaillement des fontes. L'éprouvette est constituée par un prisme à section carrée de surface $S = 25\ mm^2$. Elle se rompt lorsque l'effort *F* atteint une certaine valeur.

1° Écrire la relation qui existe entre la force variable *F* et l'effort constant $P = 40\ kgp$.

2° Calculer la résistance à la rupture par cisaillement d'un barreau qui s'est rompu sachant que $l = 10$ *mm* et $L = 150$ *mm*.

7. Deux tôles d'acier doux sont assemblées comme l'indique la figure 18. Un effort de 25 000 *kgp* par mètre de longueur tend à les faire glisser l'une sur l'autre. Calculer :

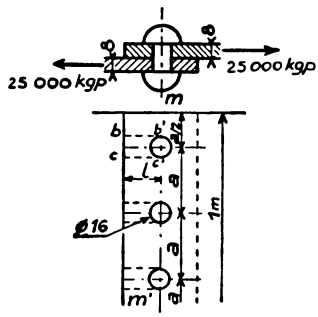


Fig. 18.

1° le nombre de rivets nécessaires ainsi que le pas a de la rivure sachant que $R_g = 5$ *kgp/mm²* ;

2° la contrainte normale d'extension en pleine tôle ainsi qu'au droit de la section $m'm$;

3° la longueur minimum l de la *pince* en supposant que la rupture soit à craindre suivant les sections telles que bb', cc'. On adoptera pour résistance pratique à *l'extension* la valeur trouvée pour la contrainte normale en pleine tôle.

8. On sait que, sous l'action de la chaleur, une barre de longueur L s'allonge d'une quantité l proportionnelle à l'élévation de température Δt :

$$l = L.\alpha.\Delta t$$

formule dans laquelle α représente le ***cœfficient de dilatation linéaire*** du matériau considéré (α *varie de* 0,000 012 *à* 0,000 018 *suivant la nature du métal.*

En partant de la formule de l'allongement résultant de la traction d'une barre (12e *leçon, parag.* 7), établir la relation $N = E.S.\alpha.\Delta t$ qui donne l'effort N correspondant à un allongement l sous l'effet d'une élévation de température Δt.

Calculer cet effort pour un barreau d'acier doux dont la section $S' = 900$ *mm²* et pour une élévation de température $\Delta t = 50°$. On donne $E = 20\,000$ *kgp/mm²* et $\alpha = 0{,}000\,012$.

En supposant que le barreau soit appuyé aux extrémités sur deux parois perpendiculaires à son grand axe, que concluez-vous?

Torsion.

1. Définition. Exemples de corps soumis à la torsion simple.

Rappelons qu'*un solide est sollicité à la torsion simple quand il est soumis à l'action de deux couples de sens contraires situés dans des plans parallèles* (fig. 1). Si les couples ont même moment, le solide est en équilibre ou en mouvement de rotation uniforme; leur valeur absolue commune est le **moment de torsion.**

L'un des couples peut être dû aux forces de contact exercées sur une partie encastrée (fig. 2) ou encore aux forces de frottement (fig. 3).

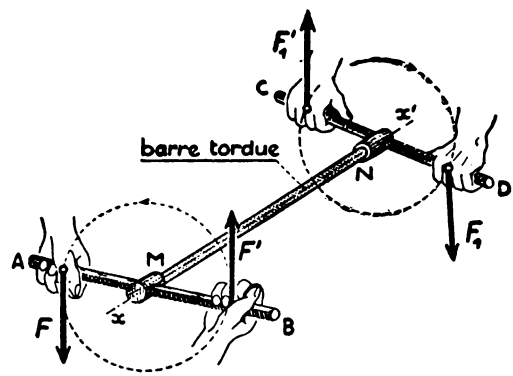


Fig. 1. — Cette barre est sollicitée à la ***torsion***. Pourquoi?

Dans ce qui suit, nous limiterons notre étude au cas de cylindres de révolution, creux ou pleins,

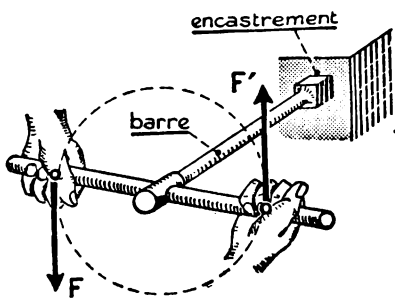


Fig. 2.

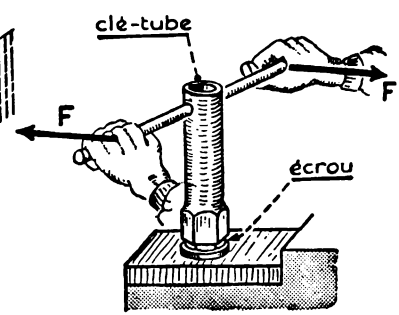


Fig. 3.

Fig. 2. — L'un des couples de torsion de la figure 1 est remplacé par l'action équivalente des forces qui agissent à l'***encastrement***.

Fig. 3. — Ici, le corps de la clef à béquille est sollicité à la torsion par le couple (F, F') et par le couple résultant des ***forces de frottement*** (*frottement de l'écrou sur les filets de la vis et frottement sur la rondelle d'appui*).

tels que les arbres de transmission, sollicités par des couples situés dans des plans perpendiculaires à l'axe géométrique. Nous verrons :

1° les essais de torsion;

2° les déformations produites par la torsion;

3° les contraintes à l'intérieur du solide tordu et les conditions de résistance à la torsion.

I. — ESSAI DE TORSION

2. Déformations élastiques; déformations permanentes; rupture.

La figure 4 et sa légende font comprendre le dispositif expérimental.

Réglage. — Repérez la position d'équilibre du fil quand le plateau ne porte pas de charge (moment de torsion nul).

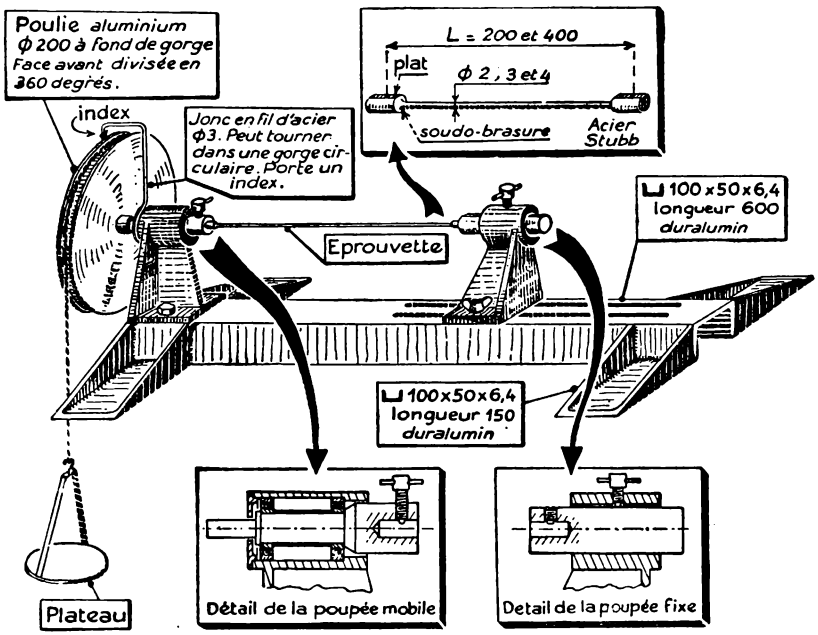


Fig. 4. — ***Appareil pour l'étude expérimentale de la torsion.***

L'éprouvette est immobilisée à une extrémité (*à droite*); l'autre extrémité est fixée sur l'arbre d'une poulie à jante graduée (*à gauche*). Le plateau étant vide, on place l'index mobile en face du zéro de la graduation de la poulie. On charge ensuite le plateau et l'on mesure l'angle de déformation correspondant.

Première série d'expériences. — Placez dans le plateau une charge égale à 100 *gp*; notez l'angle de torsion α, enlevez la charge et notez la déformation résiduelle.

Recommencez avec une charge de 200 *gp*, puis de 300 *gp*..., etc. jusqu'à la *rupture de l'éprouvette.*

Éprouvette de torsion : $L = 200$ **mm**, $d = 2$ **mm**. — *Nature* : **Acier Stubb.**

ANGLES DE TORSION	ANGLE DE TORSION RÉSIDUELLE	OBSERVATIONS
8°	0	
16°	0	Période des **déformations élastiques**
24°	0	
32°	0	
40°	***0***	**Limite d'élasticité**
60°	10°	
80°	30°	
100°	60°	**Déformations non élastiques**
120°	90°	
.....	.....	
.....	.....	
180°		**Rupture**

Conclusions. — 1° La déformation disparaît — autrement dit, il n'y a pas de résidu de torsion après suppression du couple de torsion — tant que l'angle de torsion α est inférieur à X° (ou x radian) (*déformation temporaire ou élastique*).

L'angle X° mesure la **limite d'élasticité à la torsion** pour l'éprouvette essayée.

2° Pour des angles supérieurs à la limite d'élasticité, la torsion résiduelle (*déformation résiduelle ou plastique*) croît très rapidement jusqu'à la rupture.

Deuxième série d'expériences. — Mêmes expériences avec des éprouvettes de mêmes dimensions, mais de natures différentes.

Conclusions. — Pour des éprouvettes de mêmes dimensions, mais de natures différentes, *la limite d'élasticité et l'angle de rupture varient avec la nature du matériau.*

3. Étude expérimentale des déformations élastiques.

D'une expérience à l'autre, nous pouvons changer :

1° la charge du plateau, c'est-à-dire le *moment de torsion*;

2° l'éprouvette.

I. **Influence du moment de torsion.** — Opérons avec la même éprouvette, mais avec des charges croissantes.

Éprouvette : L = 200 mm, d = 2 mm. — Nature : Acier Stubb.

FORCE (*Poids d'une charge*)	BRAS DE LEVIER (*Rayon de la poulie*) $r = 100$ *mm*	MOMENT DE TORSION $\mathcal{M}_0 = 100$ F	ANGLE DE TORSION (*mesuré sur la graduation*)
0,100 *kgp*	100 *mm*	10 *mm.kg*	8°
0,200 *kgp*	100 *mm*	20 *mm.kg* ou 10 × 2	16° ou 8 × 2
0,250 *kgp*	100 *mm*	25 *mm.kg* ou 10 × 2,5	20° ou 8 × 2,5
0,300 *kgp*	100 *mm*	30 *mm.kg* ou 10 × 3	24° ou 8 × 3
0,350 *kgp*	100 *mm*	35 *mm.kg* ou 10 × 3,5	28° ou 8 × 3,5

CONCLUSION. — **Pendant la période élastique, l'angle de torsion est proportionnel au moment de torsion.**

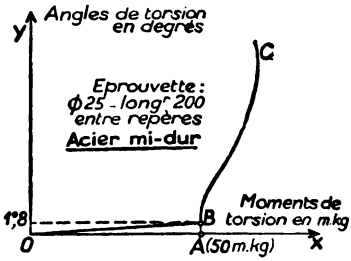


Fig. 5. — *Diagramme de torsion* (*relevé à l'aide d'une machine d'essai industrielle*). La droite *OB* correspond à une période de déformation où l'*angle de torsion est proportionnel au moment de torsion.*

Il croît ensuite rapidement, jusqu'à la rupture (fig. 5).

II. **Influence de l'éprouvette.** — L'éprouvette est toujours de forme cylindrique. Elle est donc complètement déterminée quand on donne : sa *longueur*, son *diamètre*, sa *nature*.

Vous étudierez successivement l'influence de ces différents facteurs en opérant comme précédemment et en *ne faisant varier qu'un seul facteur.*

1re SÉRIE D'EXPÉRIENCES. — *Influence de la longueur.*

Opérez avec le *même moment de torsion*, et des éprouvettes de *même diamètre* et *même nature*, mais de longueurs croissantes (200 *mm*, 300 *mm*, 400 *mm*.).

CONCLUSION. — **L'angle de torsion, toutes choses égales d'ailleurs, est proportionnel à la longueur.**

2e SÉRIE D'EXPÉRIENCES. — *Influence du diamètre.*

(Même moment de torsion, éprouvettes de même longueur et de même nature mais de diamètres croissants (2 *mm*, 3 *mm*, 4 *mm*).

CONCLUSION. — **L'angle de torsion, toutes choses égales d'ailleurs, est inversement proportionnel à la 4e puissance du diamètre.**

3e SÉRIE D'EXPÉRIENCES. — *Influence de la nature du métal.*
(Même moment de torsion; éprouvettes de même longueur, même diamètre, mais de nature différentes).

CONCLUSION. — **L'angle de torsion, toutes choses égales d'ailleurs, varie avec la nature du métal.**

4. Formule résumant les lois de la torsion.

Soit α l'angle de torsion provoqué par un couple de torsion de moment $\mathcal{M}_b$, sur une barre cylindrique de longueur L et de diamètre d.

α est proportionnel à $\mathcal{M}_b$ et à L;
inversement proportionnel à d^4;
inversement proportionnel à la résistance du métal à la torsion.

$$\alpha = \frac{\mathcal{M}_b \cdot L}{K \cdot d^4}$$

mm.kg mm
radians kgp/mm² mm⁴

REMARQUE 1. — Cette formule peut être *démontrée* mathématiquement. On lui donne habituellement la forme suivante :

$$\theta = \frac{\mathcal{M}_b}{G \cdot I_o}$$

mm.kg
r/mm kgp/mm² mm⁴

θ = *angle de torsion par unité de longueur*, $\theta = \frac{\alpha}{L}$; θ est exprimé en radian par millimètre (*r/mm*)

$\mathcal{M}_b$ = *moment du couple de torsion, en mm.kg*

I_o est une grandeur qui ne dépend que de la section droite de la barre tordue; on l'appelle **moment d'inertie polaire** de la section; elle a pour valeur :

$I_o = \frac{\pi d^4}{32} \simeq 0{,}1\ d^4$ pour les *arbres pleins* de diamètre d

$I_o = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32} \simeq 0{,}1\ (D^4 - d^4)$ pour les *arbres creux* de diamètre extérieur D_{mm} et de diamètre intérieur d_{mm}.

G est une grandeur qui ne dépend que de la nature du matériau. On l'appelle : **module d'élasticité tranversale.** Il est égal à $2/5\ E$, E étant le module d'élasticité longitudinale précédemment défini (page 99, § 7). On l'exprime en *kgp/mm²*.

REMARQUE 2. — Vous comparerez cette formule à celle de l'allongement par unité de longueur d'une éprouvette sollicitée à l'extension :

$$i = \frac{N}{E.S}$$

EXERCICE. — *La limite d'élasticité à la torsion d'une éprouvette d'acier* (longueur L = 100 *mm*, diamètre d = 1 *mm*) *est atteinte lorsque le moment du couple de torsion a pour valeur* $\mathcal{M}_b$ = 10 mm.kg. *Calculer en degrés l'angle* α *de torsion correspondant à la limite élastique sachant que le coefficient d'élasticité transversale :* G = 8 000 kgp/mm².

L'angle de torsion par unité de longueur est donné par la formule

$$\theta = \frac{\mathcal{M}_b}{G \cdot I_o} \qquad \begin{matrix} mm.kg \\ r/mm \end{matrix} \quad \begin{matrix} \\ kgp/mm^2 \ mm^4 \end{matrix}$$

Ici : $\mathcal{M}_b = 10\ mm.kg$; $\quad G = 8\,000\ kgp/mm^2 \quad I_o = \frac{\pi d^4}{32} \simeq 0{,}1\ d^4 = 0{,}1\ mm^4$

$$\theta = \frac{10}{8\,000 \times 0{,}1} = \frac{10}{800} = \frac{1}{80}\ radian\ par\ millimètre$$

$$\alpha = \theta \times L = \frac{1}{80} \times 100 = 1{,}25\ radian$$

On sait que π *radians* = 180°; d'où 1 *radian* $\simeq$ 57°19'

Par suite $\alpha \simeq 71°39'$

5. Application aux arbres de transmission de grande longueur.

Lorsque le cylindre sollicité à la torsion est de grande longueur (ligne d'arbres de transmission, par exemple), l'angle de torsion (proportionnel à cette longueur) peut devenir exagéré : le cylindre se comporte exactement comme un ressort qui se bande ou se détend au gré des variations de la charge.

On s'impose alors une **condition de rigidité à la torsion** en fixant à l'avance la valeur maximum de l'angle de torsion par unité de longueur : $\theta' = 1/4$ *de degré par mètre*, par exemple.

Le diamètre *d* de la ligne d'arbres est ensuite calculé en partant de la formule de déformation ci-dessus :

la condition $\dfrac{\mathcal{M}_b}{G \cdot I_o} < \theta'$ donne I_o ou $0{,}1\ d^4 > \dfrac{\mathcal{M}_b}{G.\theta'}$

$\begin{matrix} mm.kg \\ kgp/mm^2 \ mm^4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \\ r/mm \end{matrix}$

EXERCICE. — *Quel devrait être le diamètre d'un arbre de transmission devant transmettre une puissance de* 20 ch *à la vitesse de* 240 tr/mn *sachant que la déformation par torsion ne doit pas dépasser* 1/4 *de degré par mètre de longueur? On donne* G = 8 000 kgp/mm².

Calculons le moment de torsion; il est égal au moment $\mathcal{M}_b$ du couple moteur [1] :

$$\mathcal{M}_b(m.kg) = \frac{716\ P(ch)}{n(tr/mn)} \qquad \text{ou} \qquad \mathcal{M}_b = \frac{716 \times 20}{240} \simeq 60\ m.kg$$

1. Voir MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE 1er *Livre* par R. Basquin. Delagrave, éditeur (page 250, § 10).

La condition de rigidité à la torsion s'écrit : $d^4 > \frac{10\,\mathcal{M}_t}{G.\theta'}$

relation dans laquelle : $\mathcal{M}_t = 60\ m.kg = 60\,000\ mm.kg$

$$G = 8\,000\ kgp/mm^2$$

$$\theta' = 1/4\ degré/m = \frac{1}{4\,000}\ degré/mm$$

Comme $\pi\ radians = 180°$, $1° = \pi : 180\ radians$ et $\theta' = \frac{\pi}{4\,000 \times 180}\ radian\ par\ millimètre.$

Par suite, $d^4 > \frac{10 \times 60\,000}{8\,000 \times \frac{3{,}14}{4\,000 \times 180}}$ ou $1\,720 \times 10^4$

$d > 10 \sqrt[4]{1\,720}$ ou 64,.. *mm*

On adoptera la valeur normalisée : ***d = 70 mm***

REMARQUE. — On devra s'assurer que, pour cette valeur du diamètre, la contrainte maximum de cisaillement par torsion est inférieure à la résistance pratique admise[1].

Résumé.

1. Un solide est sollicité à la *torsion* quand il est soumis à l'action de deux couples de sens contraires situés dans des plans parallèles.
Si les couples ont des moments égaux, le solide est en équilibre ou en mouvement uniforme; leur valeur absolue est le *moment de torsion*.

2. L'étude expérimentale de la torsion d'une éprouvette cylindrique révèle l'existence d'une période de déformations élastiques. Au-delà d'une certaine limite d'élasticité à la torsion les déformations résiduelles apparaissent.

3. Pendant la *période élastique*, l'angle de torsion est :
proportionnel au moment de torsion $\mathcal{M}_t$ et à la longueur L de l'éprouvette;
inversement proportionnel à la quatrième puissance du diamètre d;
inversement proportionnel à la résistance du métal à la torsion.
Ces propriétés sont traduites par la formule :

$$\theta = \frac{\mathcal{M}_t}{G \cdot I_o} \qquad \begin{matrix} mm.kg \\ r/mm \quad kgp/mm^2\ mm^4 \end{matrix}$$

θ : angle de torsion par unité de longueur (en radian par millimètre)

$\mathcal{M}_t$: moment du couple de torsion (en mm.kg)

I_o : grandeur qui ne dépend que de la section droite de la barre tordue et qu'on appelle *moment d'inertie polaire* de la section.

$$I_o \simeq 0{,}1\ d^4$$ **pour un cylindre de diamètre d**

G : grandeur qui ne dépend que de la nature du matériau. On l'appelle *module d'élasticité transversale*.

$$G = 2/5\ E$$ **(E : module d'élasticité longitudinale).**

---

1. Voir 15e Leçon.

Exercices.

1. **Un arbre de transmission** dont le diamètre **est de 30** *mm* **transmet** une puissance de 15 *ch* à la vitesse de 720 *tr/mn*. Calculer :

1° le moment du couple transmis par cet arbre (*ce moment mesure le moment de torsion*) ;

2° le moment d'inertie polaire I_o de la section droite de l'arbre;

3° l'angle dont tournent, l'une par rapport à l'autre, deux sections droites de cet arbre distantes de 1,50 *m*, sachant que $G = 8\,000$ *kgp/mm²* (on exprimera l'angle d'abord en radians, puis en degrés).

2. **Une transmission d'atelier de mécanique transmet une puissance de 40** *ch* **à la vitesse de 120** *tr/mn*. Calculer :

1° le moment du couple moteur;

2° le diamètre qu'il faudrait donner à l'arbre pour que l'angle unitaire de torsion ne dépasse pas 1/4 de degré par mètre de longueur. (On adoptera $G = 8\,000$ *kgp/mm²*.)

3. **Pour mesurer la puissance mécanique transmise par un arbre d'hélice de navire on utilise parfois un** *torsiomètre*, appareil qui permet de mesurer en marche l'angle de torsion d'où l'on déduit, par le calcul, le moment du couple de torsion, puis la puissance correspondant à une vitesse de rotation déterminée, mesurée au compte-tours.

On donne :

diamètre de l'arbre : 140 *mm; vitesse de rotation* : 600 *tr/mn;*
module d'élasticité transversale : $G = 8\,000$ *kgp/mm²;*
angle de torsion : $\alpha = 1°$ pour une longueur d'arbre de 5 *m*.

Calculer le moment du couple de torsion et la puissance en *chevaux* reçue par l'hélice.

Torsion (suite).

I. — DÉFORMATIONS PRODUITES A L'INTÉRIEUR D'UN CYLINDRE SOUS L'EFFET DE LA TORSION

1. Expériences.

EXPÉRIENCE 1. — La figure 1 montre comment vous pouvez étudier la torsion d'un cylindre de caoutchouc. L'un des bouts est maintenu fixe dans un collier de serrage. L'autre est collé à l'intérieur d'un collier sur lequel on exerce un couple de torsion. Un mandrin, en bois, de diamètre légèrement inférieur au diamètre intérieur du tube maintient celui-ci rectiligne.

Après déformation, la génératrice *ab* vient en *ab'*. Mesurez les abscisses curvilignes, *cc'*, *dd'*, *bb'*; elles sont proportionnelles aux ordonnées *ac*, *ad*, *ab* mesurées à partir du point fixe *a*. Ce qui prouve que la courbe *ac'd'b'* est une *hélice*.

Sous l'effet de la torsion, toute droite parallèle à l'axe géométrique s'enroule suivant une hélice.

EXPÉRIENCE 2. — Sur une tige rectiligne, métallique, de petit diamètre, soudez des disques gradués à leur périphérie (fig. 2). Après torsion sous

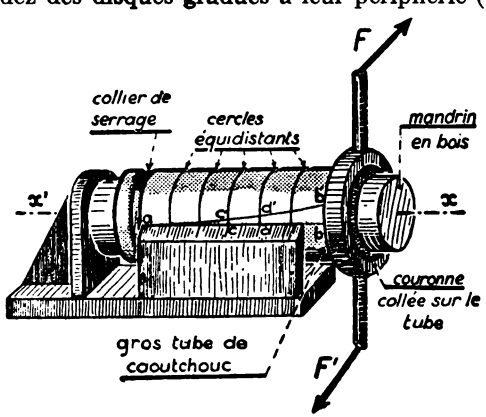


Fig. 1.

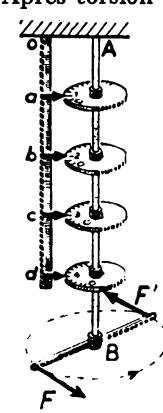


Fig. 2.

Fig. 1. — Sous l'effet de la ***torsion*** toute fibre telle que ***ab*** s'enroule suivant une ***hélice ab'*** autour de l'axe géométrique ***x'x***.

Fig. 2. — Sous l'effet de la torsion les disques gradués tournent d'angles proportionnels à leurs distances au point **A**.

l'action d'un couple (F, F'), constatez que tous les disques ont tourné par rapport à la section d'encastrement A qui est fixe; mais les angles de rotation sont différents, ils sont proportionnels à leur distance de A.

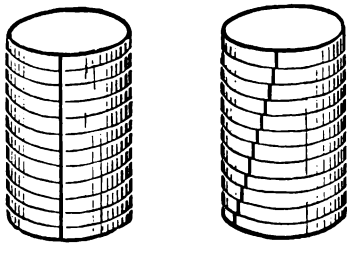


Fig. 3. — *Image de la déformation par torsion*, réalisée à l'aide de disques très minces tournant d'un même angle l'un par rapport à l'autre.

Sous l'effet de la torsion, toute section droite du cylindre tourne d'un angle proportionnel à sa distance à l'extrémité fixe.

Expérience 3. — Si l'on perce un petit trou dans le plan d'une section droite d'un cylindre, on constate après torsion que le trou est encore rectiligne. Ce qui prouve que la torsion simple ne déforme pas les sections droites.

Chaque section droite reste section droite après torsion. La section tout entière tourne autour de son centre sans être déformée.

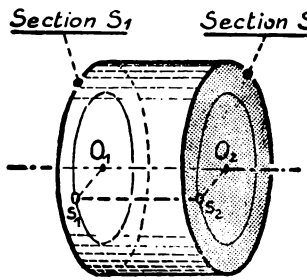
En somme, un cylindre soumis à la torsion simple se comporte comme s'il était formé d'une pile de disques identiques, infiniment minces, accolés les uns aux autres par leurs faces planes; chaque disque tourne légèrement par rapport à celui qui le précède en **glissant** sur lui (fig. 3).

II. — CONTRAINTES PRODUITES PAR LA TORSION

2. La torsion développe, dans le plan de toute section droite, des forces situées dans le plan de cette section.

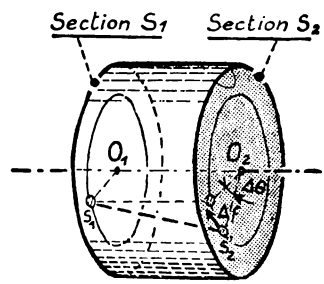
a) Car le matériau subit un effort de cisaillement par suite du glissement, par *rotation*, des sections droites les unes sur les autres.

Précisons. Soient deux sections S_1 et S_2 très voisines (fig. 4). Avant



Avant torsion

Fig. 4.



Après torsion

Fig. 5.

torsion les éléments de surface s_1 et s_2 etaient sur une droite parallèle à l'axe. Après torsion S_2 a tourné d'un angle $\Delta\theta$ par rapport à S_1 et l'élément s_2 est venu en s'_2 (fig. 5). L'élasticité tend à supprimer la déformation et à ramener s'_2 en s_2; l'élément s'_2 est donc soumis à une force intérieure Δf dirigée vers s_2, donc dans le plan de la section droite, perpendiculairement au rayon $O_2 s'_2$.

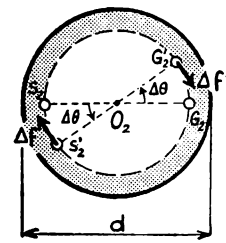


Fig. 6.

Remarquez que l'élément G_2, symétrique de s_2 par rapport au centre O_2, est venu en G'_2 et qu'il est rappelé vers sa position primitive par une force $\Delta f'$ opposée à Δf (fig. 6). Ces deux forces Δf et $\Delta f'$ forment un *couple.*

L'ensemble de tous les couples analogues à Δf et $\Delta f'$ développés dans la section S_2 est équivalent à un couple unique dont le moment est égal à la somme des moments des couples élémentaires.

b) La méthode générale de la section confirme ce résultat (fig. 7 et 8). Une barre étant sollicitée à la torsion par les couples C_1 et C_2 imaginez qu'on la coupe en deux tronçons A et B par une *section droite quelconque.*

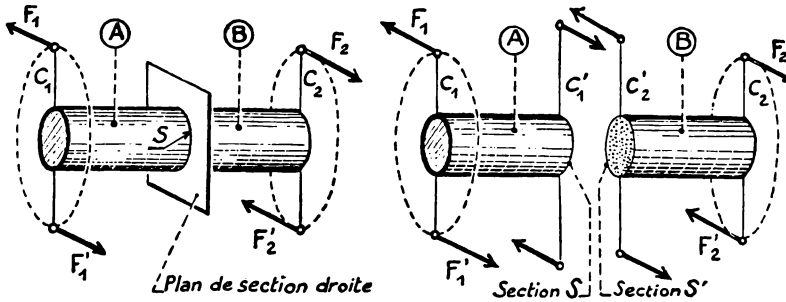


Fig. 7 et 8. — ***Méthode de la section.***

A gauche : le cylindre est en équilibre sous l'action des couples C_1 et C_2. On le coupe par un plan perpendiculaire à son axe géométrique.

A droite : pour maintenir les tronçons ***A*** et ***B*** en équilibre il faut appliquer sur la section S de ***A*** un couple C'_1 et sur la section S' de ***B*** un couple C'_2.

Continuez le raisonnement.

Pour maintenir le tronçon A en équilibre dans le même état qu'avant la coupure, il faut lui appliquer un couple C'_1 qui équilibre le couple C_1. *Avant la coupure*, c'est évidemment le tronçon B qui exerçait ce couple C'_1 sur la section S; les points de la surface S' du tronçon B exerçaient alors sur ceux de la surface du tronçon A avec lesquels ils sont en contact des forces qui, *réduites au centre de S*, donnent le couple C'_1 sans résultante générale. Ce sont donc des forces situées dans le plan de la section, des *forces tangentielles.*

3. Contrainte tangentielle en un point d'une section droite.

a) Soient : Δs un élément de surface autour d'un point P d'une section droite d'un cylindre tordu (fig. 9);

Δf la force intérieure développée par la torsion.

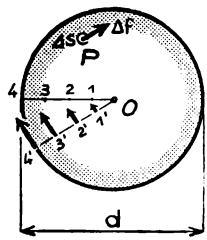


Fig. 9.

Par définition, la **contrainte tangentielle** au point P est : $t = \dfrac{\Delta f}{\Delta s}$

EXEMPLE. — Si $\Delta s = 0{,}1\ mm^2$ $\Delta f = 0{,}4\ kgp$

$$t = \frac{0{,}4}{0{,}1} = 4\ kgp/mm^2$$

b) Puisque chaque section droite tourne autour de son centre, ce sont les éléments de surface de la périphérie qui sont le plus écartés de leur position primitive; ce sont donc ces éléments qui sont soumis aux plus grandes forces intérieures.

Nulle au centre O, la contrainte est donc maximum à la périphérie. La fibre centrale, de contrainte nulle, est dite *fibre neutre.*

c) Le bon sens indique que la *contrainte en un point d'une section est d'autant plus grande que le moment du couple de torsion est plus grand.* Et, pour une même valeur du moment de torsion, elle est *d'autant plus petite que la section droite est plus grande, donc que le diamètre* d *est plus grand.*

Tous ces résultats sont confirmés par le calcul qui permet de démontrer la formule suivante :

$$\boxed{t_{max} = \frac{5\,\mathcal{M}}{d^3}} \quad \text{ou} \quad \boxed{t_{max} \simeq \frac{4\,\mathcal{M}}{S.d}}$$

($\mathcal{M}$ en $mm.kgp$; t_{max} en kgp/mm^2 ; d en mm)

t_{max} étant la contrainte maximum due à un couple de torsion de moment $\mathcal{M}$ exercé sur un cylindre de diamètre d.

EXEMPLES : $\mathcal{M} = 10\,000\ mm.kg$ $d = 25\ mm$ $t_{max} = \dfrac{5 \times 10\,000}{25^3} = 3{,}2\ kgp/mm^2$

4. Condition de résistance à la torsion.

Nous avons vu que la matière est cisaillée. *Elle résiste si la contrainte maximum est inférieure à la résistance pratique au cisaillement.* Soit R_g cette résistance : $R_g = 4$ à $6\ kgp/mm^2$ pour l'acier doux. Le cylindre tordu résiste si :

$$t_{max} < R_g \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{5\,\mathcal{M}}{d^3} \leqslant R_g}$$

($\mathcal{M}$ en $mm.kg$; d en mm^3 ; R_g en kgp/mm^2)

5. Problème d'application.

Un moteur électrique d'une puissance de 10 chevaux *tourne à la vitesse de* 750 *tours par minute. Déterminer le diamètre de son arbre sachant qu'il est en acier dont la résistance pratique au cisaillement* $R_g = 4$ kgp/mm².

L'arbre porte l'induit et la poulie avec lesquels il est solidaire.

Les forces qui sollicitent le solide ainsi constitué sont :

1° le *poids*;

2° le *couple moteur* provenant des forces électromagnétiques qui s'exercent sur l'induit;

3° le *couple résistant*, exercé par la courroie sur la poulie;

4° les *réactions* des paliers.

L'arbre étant court, les déformations produites par le poids et les réactions des paliers sont négligeables. Lorsque l'induit tourne d'un mouvement uniforme, les couples moteur et résistant ont des moments de sens contraires et de même valeur absolue $\mathcal{M}_b$. Nous pouvons calculer cette valeur puisque nous connaissons la puissance disponible sur la poulie : P = 10 *ch*, et le nombre de tours par minute : *n* = 750 *tours par minute.*

Nous savons que[1] : $\mathcal{M}_b(m.kg) = 716\,\dfrac{P(ch)}{n(tr/mn)} = 716\,\dfrac{10}{750}$

d'où $\mathcal{M}_b = 9{,}54\ m.kg = 9\,540\ mm.kg$

L'arbre résistera si $\dfrac{5\,\mathcal{M}_b}{d^3} < R_g$ qui donne : $\dfrac{5 \times 9\,540}{d^3} < 4$

d'où $d^3 > \dfrac{5 \times 9\,540}{4}$ soit $d > 22{,}5\ mm$

Le constructeur prendra la valeur normalisée : *d* = *25 mm*

6. Formule générale de la contrainte.

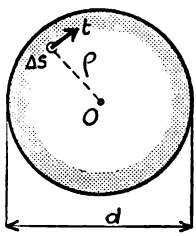


Fig. 10.

Une barre cylindrique, à section circulaire pleine ou creuse, étant soumise à la torsion, désignons par :

t, la contrainte tangentielle en un point situé à une distance ρ du centre (fig. 10);

$\mathcal{M}_b$, le moment de torsion;

I_o, un nombre qui ne dépend que de la grandeur de la section droite et qu'on appelle le **moment d'inertie polaire** de la section (fig. 11).

On démontre mathématiquement que la contrainte *t* est :

proportionnelle à ce moment de torsion $\mathcal{M}_b$;

proportionnelle à la distance ρ du point au centre;

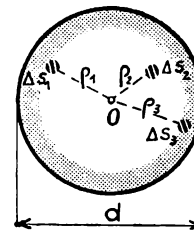


Fig. 11. — *Le moment d'inertie polaire* est donné par la relation :

$I_0 = \Delta s_1 \cdot \rho_1^2 + \Delta s_2 \cdot \rho_2^2 + \Delta s_3 \cdot \rho_3^2 + \ldots$

1. Pour cette formule, se reporter à MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE, 1er Livre, page 250.

inversement proportionnelle au *moment d'inertie polaire* de la section.

$$t = \frac{\mathcal{M}_b \times \rho}{I_o} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{t = \frac{\mathcal{M}_b}{\left(\frac{I_o}{\rho}\right)}}$$

La contrainte est *maximum* aux points situés à la périphérie pour lesquels $\rho = d : 2 = r$

$$t_{max} = \frac{\mathcal{M}_b}{\left(\frac{I_o}{r}\right)}$$

La quantité $\left(\frac{I_o}{r}\right)$ ne dépend que de la grandeur de la section, on l'appelle **module d'inertie à la torsion.**

REMARQUES. — 1. Pour une section circulaire pleine

$$I_o = \frac{\pi . d^4}{32} = \frac{3{,}14\ d^4}{32} \simeq 0{,}1\ d^4 \qquad \text{et} \qquad \frac{I_o}{r} \simeq \frac{0{,}1\ d^4}{\frac{d}{2}} = 0{,}2\ d^3$$

De sorte que $t_{max} = \dfrac{\mathcal{M}_b}{0{,}2\ d^3} = \dfrac{5\,\mathcal{M}_b}{d^3}$ (formule déjà indiquée)

2. Pour un arbre creux (diamètre extérieur D, diamètre intérieur d) :

$$I_o = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32} \simeq 0{,}1 (D^4 - d^4)$$

La contrainte est maximum à la périphérie :

$$t_{max} = \frac{\mathcal{M}_b}{\frac{0{,}1 (D^4 - d^4)}{D : 2}} = \frac{5\,\mathcal{M}_b . D}{D^4 - d^4}$$

Résumé.

1. Un cylindre sollicité à la torsion se déforme :
1° toute droite parallèle à son axe géométrique s'enroule suivant une hélice ;
2° toute section droite tourne d'un angle proportionnel à sa distance à l'extrémité fixe ;
3° chaque section droite tourne autour de son centre en restant plane et sans subir de déformation.

2. La torsion développe, dans le plan de toute section droite, des forces tangentielles de glissement. Il leur correspond des *contraintes tangentielles* dont la valeur est nulle au centre de la section et maximum à la périphérie.

3. La *contrainte maximum* dans un cylindre de diamètre d sollicité par un couple de torsion de moment $\mathcal{M}_t$ a pour expression :

$$t_{max} = \frac{5\mathcal{M}_t}{d^3} \qquad \begin{matrix} mm.kg \\ kgp/mm^2 \quad mm^3 \end{matrix}$$

4. Pour qu'un cylindre de diamètre d résiste en toute sécurité à un couple de torsion de moment $\mathcal{M}_t$, il faut que la contrainte maximum soit au plus égale à la résistance pratique au cisaillement R_g.

$$\frac{5\mathcal{M}_t}{d^3} < R_g \qquad \begin{matrix} mm.kg \\ mm^3 \quad kgp/mm^2 \end{matrix}$$

Exercices.

1. L'arbre moteur d'un réducteur de vitesse (fig. 12) transmet une puissance de 2 *ch* et tourne à la vitesse de 1 480 *tr/mn*. Calculer :

1° le nombre de tours de l'arbre secondaire;

2° le diamètre de l'arbre moteur sachant que l'on adopte une résistance pratique $R_g = 2\ kgp/mm^2$;

3° la perte de puissance à l'intérieur du réducteur sachant que chaque couple d'engrenages ne restitue que les 9/10 de la puissance reçue. En déduire le *rendement* du réducteur et le nombre de calories dégagées en 1 heure par la puissance perdue qui se transforme en chaleur.

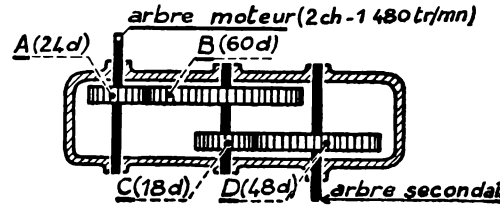


Fig. 12.

(*C. A. P. Dessinateurs d'exécution, Seine.*)

2. Calculer le diamètre d'un arbre de transmission qui doit transmettre une puissance maximum de 30 *ch* à la vitesse de 125 *tr/mn* sachant que l'on adopte une résistance pratique $R_g = 4\ kgp/mm^2$.

En supposant que l'on adopte la valeur normalisée $d = 60\ mm$, quelle sera la contrainte tangentielle maximum quand l'arbre ne transmettra qu'une puissance de 20 *ch*?

3. Un arbre de transmission a un diamètre de 70 *mm* et tourne à la vitesse de 250 *tr/mn*. Quelle est la puissance qu'il peut transmettre en toute sécurité sachant que la contrainte de glissement ne doit pas dépasser 3,5 kgp/mm^2?

4. Un arbre creux de diamètres $d_e = 50$ *mm* et $d_i = 40$ *mm* a une longueur $L = 1{,}50$ *m*.

1° Calculer le module de torsion de la section droite.

2° Sachant que la contrainte tangentielle maximum est de 3 *kgp/mm²*, calculer le moment du couple transmis par cet arbre.

3° Déduire du résultat précédent la puissance transmise sachant que la vitesse de rotation est de 1 200 *tr/mn*.

4° De quel angle (*exprimé en degrés*) les sections extrêmes tournent-elles, l'une par rapport à l'autre? (prendre $G = 8\,000$ *kgp/mm²*).

5. Deux arbres de transmission terminés par des plateaux (fig. 13) sont accouplés par des boulons en acier doux de 12 *mm* de diamètre (résistance pratique admise pour la traction : $R_e = 8$ *kgp/mm²*). Ces arbres qu'on suppose uniquement sollicités à la torsion transmettent une puissance de 25 *ch* à la vitesse de 120 *tr/mn*. Les axes des boulons sont répartis sur une circonférence de 120 *mm* de diamètre. Calculer :

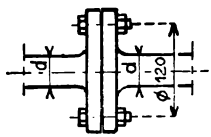


Fig. 13.

1° le nombre *par excès* des boulons nécessaires à la sécurité de l'accouplement sachant qu'on les suppose uniquement sollicités au cisaillement;

2° le diamètre d des deux arbres en adoptant une résistance pratique à la torsion $R_g = 5$ *kgp/mm²*

(*C. A. P. Dessinateurs d'exécution, Seine.*)

6. On considère deux tiges cylindriques, l'une à section pleine (diamètre d_1), l'autre à section évidée (diamètres D et d). Ces tiges sont en acier de même nuance, elles ont même longueur, même surface de section droite et, par conséquent, même poids.

On donne : $D = 50$ *mm*; $d = 40$ *mm*.

1° Calculer le diamètre d_1 ainsi que les modules d'inertie à la torsion des sections droites de ces tiges.

2° En admettant une contrainte maximum de cisaillement égale à 4 *kgp/mm²*, quel est le moment du couple de torsion que peut supporter chaque tige?

3° Comparer les résultats précédents et montrer l'avantage des sections évidées sur les sections pleines.

7. Déterminer la puissance en chevaux que peut transmettre un arbre creux en acier ($D = 90$ *mm*, $d = 65$ *mm*) tournant à 75 tours par minute sachant que l'on admet une résistance pratique $R_g = 5$ *kgp/mm²*.

Quelle est l'économie de poids réalisée sur l'emploi d'un arbre plein travaillant dans les mêmes conditions que l'arbre creux précédent? (Portée de l'arbre : 2 *m*; poids spécifique de l'acier : 7,8 *kgp/dm³*).

(*C. A. P. Dessinateurs d'exécution, Seine.*)

Flexion.

1. Définition. Exemples de corps soumis à la flexion.

La règle plate (fig. 1) fléchit sous l'action de deux couples (F_1F'), $(F_2F'_2)$.

Un solide est sollicité à la flexion quand il est soumis à l'action de deux couples situés dans le même plan et de sens contraires. Il reste en équilibre si les deux couples ont des moments égaux en valeur absolue; leur valeur commune : $\mathcal{M}_b = F_1 \times l_1 = F_2 \times l_2$ est le **moment de flexion.**

De nombreux solides sont soumis à la flexion :

un essieu de voiture (fig. 2);

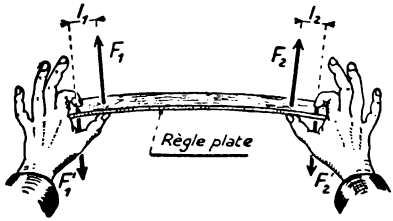


Fig. 1.

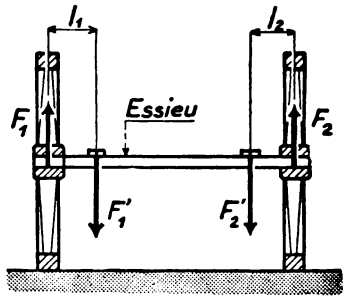


Fig. 2.

Fig. 1 et 2. — Les couples (F_1, F'_1) et (F_2, F'_2) font fléchir la règle ou l'essieu. Le ***moment de flexion*** est mesuré par $F_1 \times l_1 = F_2 \times l_2$.

une poutre reposant sur deux appuis et supportant une charge (fig. 3), ou encastrée à l'une de ses extrémités et chargée à l'autre (fig. 4). Dans

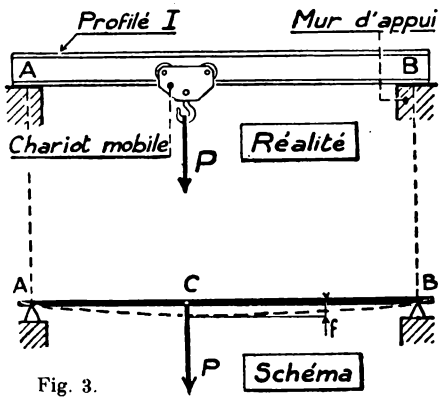


Fig. 3.

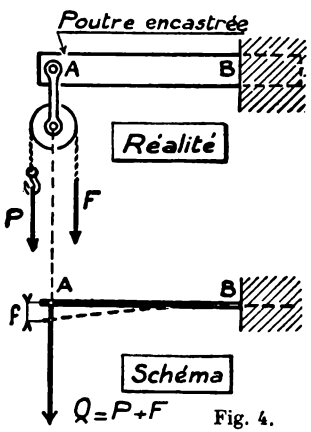


Fig. 4.

Fig. 3 et 4. — Exemples de corps sollicités à la ***flexion.*** La *flèche* est mesurée par ***f.***

ces deux derniers cas, nous verrons que le matériau est sollicité à la fois à la flexion et au cisaillement mais que la déformation due au cisaillement est négligeable devant celle provoquée par la flexion.

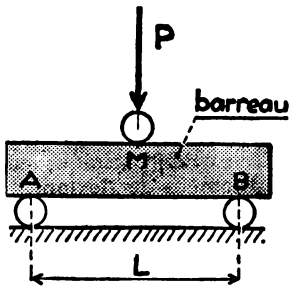


Fig. 5. — Voici comment on dispose un barreau dont on veut étudier la flexion. On fait varier la charge *P* et l'on mesure la flèche prise par le barreau.

2. Essais de flexion.

Ils se font sur des barreaux reposant sur deux appuis (fig. 5). On applique au milieu une charge *P* que l'on fait croître graduellement. On mesure la flèche, ou mieux, on l'enregistre après amplification. On obtient ainsi un diagramme indiquant comment la flèche varie en fonction de la charge *P*.

On observe d'abord *une période de déformations élastiques*, où la flèche est proportionnelle à *P*; puis, au-delà d'une certaine valeur de *P*, à laquelle correspond la limite d'élasticité, *les déformations permanentes* apparaissent. Elles croissent rapidement jusqu'à la rupture qui se produit au milieu du barreau.

3. Déformations produites à l'intérieur du matériau par la flexion : fibres tendues, fibres comprimées, fibres neutres.

Expérience 1. — Courbez lentement une branche d'arbuste (fig. 6). L'écorce se tend, puis se fendille transversalement sur la partie convexe,

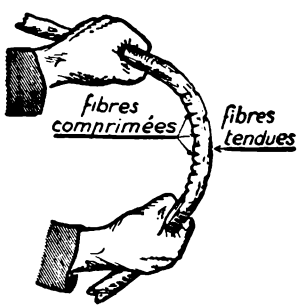


Fig. 6.

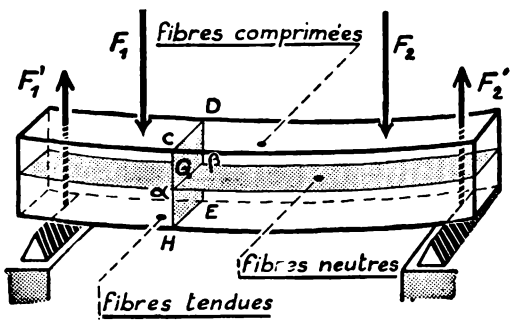


Fig. 7.

Fig. 6. — Sous l'effet de la flexion certaines fibres ***s'allongent***, d'autres se ***raccourcissent***.

Fig. 7. — Les ***fibres comprimées*** sont séparées des ***fibres tendues*** par la couche des ***fibres neutres*** qui ne subissent aucune variation de longueur. Cette couche passe par les centres de gravité *G* des sections droites de la poutre.

preuve qu'elle y est soumise à des efforts d'extension. Elle se plisse dans la partie concave, preuve qu'elle est comprimée.

Il en est de même pour une poutre, bien que la flexion ne soit pas si apparente (fig. 7). *Les fibres tendues* de la partie convexe sont séparées *des fibres comprimées* de la partie concave par une couche de fibres dites *neutres*, qui ne sont ni tendues, ni comprimées et, par suite, ne subissent aucune variation de longueur.

Cette couche de fibres neutres *passe par le centre de gravité de chaque section droite.* Si la poutre est un parallélépipède rectangle, elles est à égale distance de la face concave et de la face convexe.

Expérience 2. — Si l'on perce un petit trou dans le plan d'une section droite, on constate qu'il est encore rectiligne après la flexion. *Une section droite quelconque de la poutre reste donc plane après flexion.*

Expérience 3. — Courbez fortement une règle métallique plate comme l'indique la figure 8; appliquez un bord sur le *tableau noir* et *faites un trait à la craie le long de ce bord.* Vous pourrez vérifier ainsi que la règle fléchie a la forme d'un arc de cercle de grand rayon.

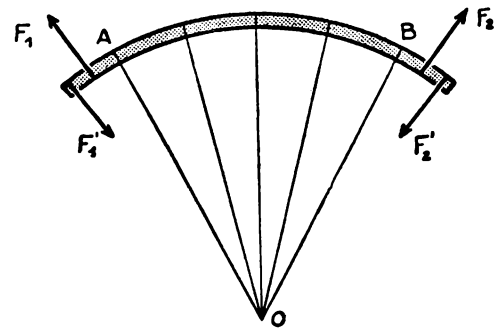


Fig. 8. — Cette règle plate, sollicitée par les couples (F_1, F'_1) et (F_2, F'_2), se courbe suivant un arc de cercle de grand rayon.

Les diverses sections droites de la règle étaient parallèles avant la flexion. Elles ne le sont plus après, car chacune d'elles passe par le centre de courbure O. Les bords de deux sections droites voisines se sont écartées sur la partie convexe, et rapprochées sur la partie concave; ainsi s'explique que les fibres soient allongées du côté convexe, et raccourcies du côté concave.

4. La flexion développe dans toute section droite de la poutre des forces intérieures normales à la section.

a) Soient : S et S' deux sections droites voisines d'une poutre fléchie (fig. 9);

Δs les sections d'une fibre tendue;

$\Delta s'$ les sections d'une fibre comprimée.

La fibre tendue est évidemment soumise à un effort d'extension Δf appliqué *normalement* sur sa section droite Δs.

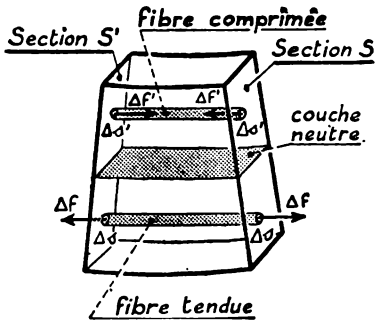


Fig. 9.

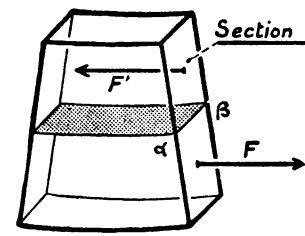


Fig. 10.

Fig. 9. — *S* et *S'* sont deux sections très voisines. Une fibre comprimée se raccourcit sous l'effet des forces $\Delta f'$; une fibre tendue s'allonge sous l'effet des forces Δf.

Fig. 10. — Le ***couple*** (F', F) équivaut à l'ensemble des couples élémentaires tels que $(\Delta f, \Delta f')$ appliqués sur tous les éléments de surface tels que Δs et $\Delta s'$ de la section S.

De même, la fibre comprimée est soumise à un effort de compression $\Delta f'$ appliqué normalement sur sa section droite $\Delta s'$.

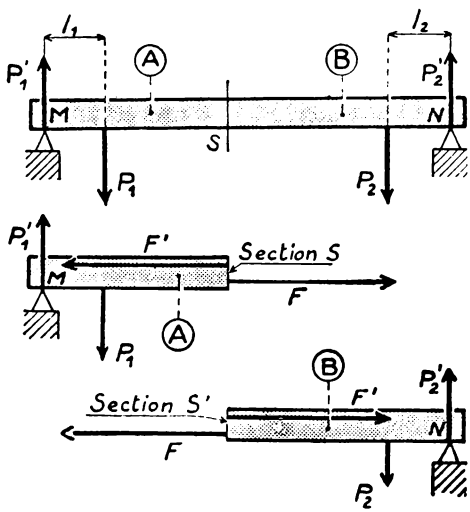


Fig. 11. — ***Méthode de la section.***

Pour maintenir le tronçon *A* en équilibre il faut appliquer sur la section S un couple (F, F') qui équilibre le couple (P_1, P_1'). Que représente ce couple (F, F')?

Raisonnez de même pour le tronçon *B*.

Si les éléments de surfaces Δs et $\Delta s'$ sont égaux et à égale distance de la couche des fibres neutres, les efforts Δf et $\Delta f'$ sont égaux en valeur absolue; ils constituent un *couple*.

L'ensemble des couples analogues au précédent, est équivalent à un *couple unique* (F, F') qui tend à faire tourner la section *S* autour de la droite $\alpha\beta$, trace des fibres neutres sur le plan de cette section (fig. 10).

b) Ce résultat est confirmé par la méthode de la section. Soit la poutre MN sollicitée à la flexion par les couples $(P_1\, P_1')$ et $(P_2\, P_2')$ de moments égaux en valeur absolue et de sens contraires ($\mathcal{M} = P_1 \times l_1 = P_2 \times l_2$). Imaginez qu'on la coupe en deux tronçons A et B par une section droite quelconque S (fig. 11).

Pour maintenir en équilibre

le tronçon A comme il l'était avant la coupure, il faut lui appliquer un couple tel que (FF') qui équilibre le couple $(P_1P'_1)$. *Avant la coupure*, c'est évidemment le tronçon B qui exerce ce couple (FF') sur la section S; les points de la surface S' du tronçon B exercent alors sur ceux de la surface S du tronçon A avec lesquels ils sont en contact des forces dont l'ensemble équivaut au couple (FF').

Ce couple (FF') équilibrant le couple $(P_1P'_1)$ a un moment de même valeur absolue $\mathcal{M}_f = P_1 \times l_1$, mais de sens contraire : *c'est le moment de flexion.*

CONCLUONS : **La flexion développe, dans toute section droite de la poutre, des forces intérieures normales à cette section, et dont l'ensemble est équivalent à un couple dont le moment est égal au moment de flexion.**

REMARQUE. — Les forces intérieures qui s'exercent sur la section S' du tronçon B sont exactement opposées aux forces intérieures qui s'exercent sur la section S du tronçon A (*principe de l'égalité de l'action et de la réaction*). Elles sont donc équivalentes à un couple $(-F, -F')$ de sens contraire au couple qui s'exerce sur S. Ce couple équilibre le couple $(P_2P'_2)$.

5. Contrainte normale en un point d'une section droite d'une poutre à section rectangulaire.

a) Soient : C un point à l'intérieur de la poutre (fig. 12);

Δs une petite surface, dans le plan de la section droite, autour de ce point;

Δf la force intérieure qui sollicite Δs.

Par définition, la contrainte n au point C est :

$$n = \frac{\Delta f}{\Delta s}$$

elle est dite *normale* parce que Δf est normale à Δs.

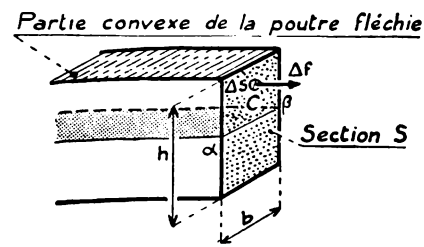


Fig. 12. — La contrainte n au point C de la section S est mesurée par le quotient $n = \Delta f : \Delta s$.

b) La contrainte est d'autant plus grande que la fibre est plus tendue, ou plus comprimée; donc qu'elle est plus éloignée de la couche des fibres neutres. Elle est maximum sur les faces extérieures de la poutre parallèles à cette couche.

Dans le cas d'une poutre à **section droite rectangulaire** (largeur b, hauteur h), on démontre que ce maximum n_{max} est :

1° proportionnel au moment de flexion $\mathcal{M}_f$;

2° inversement proportionnel à l'aire S de la section droite;

3° inversement proportionnel à la hauteur h.

(1) $$\boxed{n_{max} = \frac{6 \times \mathcal{M}_f}{S \times h}} \quad \text{ou} \quad \boxed{n_{max} = \frac{6\,\mathcal{M}_f}{b \cdot h^2}} \quad (2)$$

n_{max} : kgp/mm² ; $\mathcal{M}_f$: mm.kg ; S : mm² ; h : mm ; b : mm

APPLICATION NUMÉRIQUE. — *Une poutre à section rectangulaire* (b = 12 *cm*, h = 4 *cm*) *repose sur deux appuis situés au même niveau* (fig. 13). *Elle supporte deux charges de* 200 kgp *à* 1,20 m *de chacun des appuis. Quelle est la contrainte maximum entre les appuis?*

La contrainte est maximum sur la face supérieure (*contrainte de compression*) et sur la face inférieure (*contrainte d'extension*). Sa valeur est donnée par la formule (1). Ici, en tenant compte des unités (*mm* et *kgp*) :

$\mathcal{M}_f = 1{,}200 \times 200 = 240\,000$ *mm.kg*
$S = 120 \times 40 = 4\,800$ *mm²*
$h = 40$ *mm*

Donc : $$n_{max} = \frac{6 \times 240\,000}{4\,800 \times 40} = 7{,}5 \text{ kgp/mm}^2$$

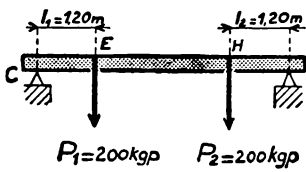


Fig. 13.

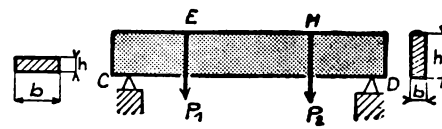


Fig. 14.

REMARQUE. — Si l'on fait reposer la poutre sur ses appuis par sa face latérale la plus petite (fig. 14), alors $b = 4$ *cm* et $h = 12$ *cm*. La contrainte maximum devient :

$$n_{max} = \frac{6 \times 240\,000}{4\,800 \times 120} = 2{,}5 \text{ kgp/mm}^2$$

Sa valeur est *trois fois plus petite* que dans la position précédente. Par suite, une telle poutre posée ***sur champ*** résiste mieux à la flexion que lorsqu'elle est posée ***sur plat.***

6. Formule générale de la contrainte due à la flexion.

Une poutre rectiligne étant soumise à la flexion (fig. 15), désignons par :

n la contrainte normale en un point situé à une distance ρ du plan des fibres neutres (plan qui passe par le centre de gravité de la section);

$\mathcal{M}_f$ le moment fléchissant dans la section droite considérée;

$I_{\alpha\beta}$ une grandeur qui ne dépend que de la grandeur de la section droite de la poutre et nommée **moment d'inertie** *de la section par rapport à la trace* $\alpha\beta$ *du plan des fibres neutres* (fig. 16).

On démontre que la contrainte n est :

1° proportionnelle au moment fléchissant $\mathcal{M}_f$;

2° proportionnelle à la distance ρ du point considéré à la trace αβ ;
3° inversement proportionnelle au moment d'inertie $I_{\alpha\beta}$:

$$n = \frac{\mathcal{M}_f \times \rho}{I_{\alpha\beta}}$$

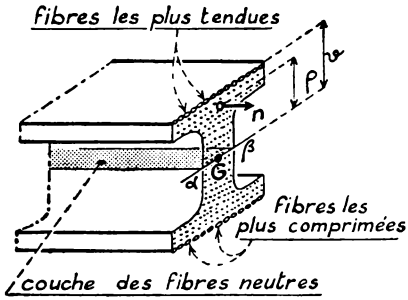


Fig. 15.

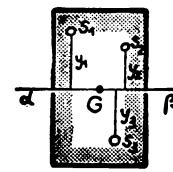


Fig. 16.

Fig. 15. — La contrainte *n* pour une fibre située à une distance ρ de l'*axe neutre* αβ est mesurée par $n = \frac{\mathcal{M}_f \times \rho}{I_{\alpha\beta}}$.

En quels points de la section cette contrainte est-elle maximum? Où est-elle nulle?

Fig. 16. — Par définition, le ***moment d'inertie** par rapport à l'axe* αβ est une grandeur définie par la relation mathématique : $I_{\alpha\beta} = s_1.y_1^2 + s_2.y_2^2 + s_3.y_3^2 + \ldots$

Si la poutre a une section constante, $I_{\alpha\beta}$ est constant. Mais, comme nous le verrons dans la leçon suivante, **le moment fléchissant *est, en général*, variable avec la position de la section droite choisie**; la section pour laquelle il est maximum est dite **section dangereuse**; et la contrainte est maximum pour les fibres les plus éloignées des fibres neutres. Soit ***v*** **leur distance au plan de ces fibres :**

$$\underset{kgp/mm^2}{n_{max}} = \frac{\underset{mm.kg}{\mathcal{M}_{f\,max}} \times \underset{mm}{v}}{\underset{mm^4}{I_{\alpha\beta}}} = \frac{\underset{mm.kg}{\mathcal{M}_{f\,max}}}{\underset{mm^3}{\left(\frac{I_{\alpha\beta}}{v}\right)}}$$

$\frac{I_{\alpha\beta}}{v}$ **s'appelle le module d'inertie à la flexion.**

7. Condition de résistance à la flexion.

La contrainte de la fibre la plus tendue, ou de la fibre la plus comprimée, ne doit naturellement pas atteindre la résistance pratique correspondante : R_e pour l'extension, R_c pour la compression. D'où la **relation fondamentale.**

$$n_{max} < R_e \quad \text{ou} \quad n_{max} < R_c$$

ou encore :

$$\frac{\mathcal{M}_{f\,max}}{\left(\frac{I_{\alpha\beta}}{v}\right)} \leq R_e \quad \text{ou} \quad R_e$$

mm.kg / mm³ / kgp/mm²

8. Voici les valeurs des modules d'inertie que vous devez retenir.

Elles correspondent aux sections couramment adoptées en pratique. La figure 17 et sa légende sont suffisamment explicites.

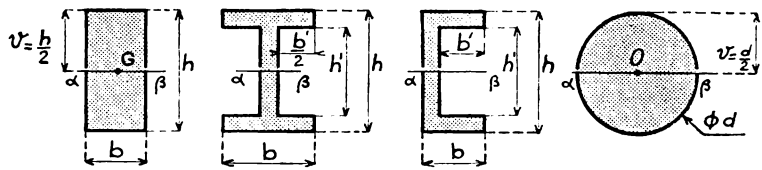


Fig. 17. — *Modules d'inertie de sections courantes.*

Section rectangulaire : $\frac{I_{\alpha\beta}}{v} = \frac{b.h^2}{6}$

Section en I : $\frac{I_{\alpha\beta}}{v} = \frac{bh^3 - b'h'^3}{6h}$

Section en [: $\frac{I_{\alpha\beta}}{v} = \frac{bh^3 - b'h'^3}{6h}$

Section circulaire : $\frac{I_{\alpha\beta}}{v} = \frac{\pi d^3}{32} \simeq 0{,}1d^3$

Résumé.

1. Un solide est sollicité à la *flexion* quanb li est soumis à l'action de deux couples situés dans le même plan et de sens contraires.

2. Dans une poutre déformée par la flexion, les fibres de la partie convexe sont *tendues*, celles de la partie concave sont *comprimées*. Fibres tendues et fibres comprimées sont séparées par la couche des *fibres neutres* qui passe par le centre de gravité des sections droites de la poutre.

3. La flexion développe, dans toute section droite de la poutre, des forces intérieures dont l'ensemble est équivalent à un couple dont le moment est égal au *moment de flexion* $\mathcal{M}_f$.
Le moment de flexion $\mathcal{M}_f$ est égal au moment du couple des forces extérieures qui agissent sur le tronçon de poutre considéré.

4. Dans une poutre à section rectangulaire, la *contrainte normale d'extension* ou de *compression* a pour expression

$$n_{max} = \frac{6\mathcal{M}_f}{b \cdot h^2} \quad \text{ou} \quad \frac{6\mathcal{M}_f}{S \cdot h}$$

kgp/mm² mm mm² / mm² mm

S : surface de la section rectangulaire (base : *b*, hauteur : *h*).

5. Le plus souvent les forces extérieures qui agissent sur un tronçon de poutre déterminé ne se réduisent pas à un couple et le moment de flexion ou *moment fléchissant* n'est pas constant. La contrainte normale maximum a lieu dans la *section dangereuse* de la poutre (section pour laquelle $\mathcal{M}_{f}$ est maximum); elle se calcule à l'aide de la formule

$$n_{max} = \frac{\mathcal{M}_{f\,max}}{\left(\frac{I_{\alpha\beta}}{v}\right)}$$

mm.kg au numérateur ; *kgp/mm²* et *mm³* au dénominateur.

$\frac{I_{\alpha\beta}}{v}$ **est le *module d'inertie à la flexion* de la section.**

6. Valeurs du module d'inertie à la flexion pour des axes $\alpha\beta$ passant par le centre de gravité de la section et parallèles aux bases.

Section rectangulaire. — Base *b*, hauteur *h* : $\frac{I_{\alpha\beta}}{v} = \frac{b.h^2}{6}$

Section circulaire. — Diamètre *d* : $\frac{I_{\alpha\beta}}{v} = \frac{\pi . d^3}{32} \simeq 0{,}1\ d^3$

Exercices.

1. L'essieu de la figure 2 est formé d'une tige d'acier doux dont la partie médiane a une section carrée de côté *a*.

On donne : $F_1 = F_2 = F'_1 = F'_2 = 2\,000\ kgp$;

$l_1 = l_2 = 0{,}20\ m$.

Résistances pratiques : $R_e = R_c = 8\ kgp/mm^2$.

Calculer *a* de façon que la partie médiane de l'essieu résiste en toute sécurité.

2. Une poutre de chêne à section rectangulaire (base *b*, hauteur $h = 2b$) repose sur deux appuis situés au même niveau. Elle doit supporter deux charges de 300 *kgp* agissant à 0,80 *m* de chaque appui. Sachant que l'on admet une résistance pratique $R_e = 0{,}6\ kgp/mm^2$, calculer les dimensions de la section.

3. Trois poutres ont des sections représentées sur la figure 18; ces sections ont même surface : 36 cm^2; les trois poutres ont donc même volume si elles ont même longueur et sont de même nature.

1° Calculer le module d'inertie à la flexion de chaque section.

2° On suppose que chacune des trois poutres est sollicitée par un couple de flexion de moment constant $\mathcal{M}_f$. Dans quelle poutre la contrainte normale maximum est-elle la plus faible? Pouvez-vous alors justifier l'avantage des sections évidées ou rétrécies au voisinage de l'axe neutre $\alpha\beta$?

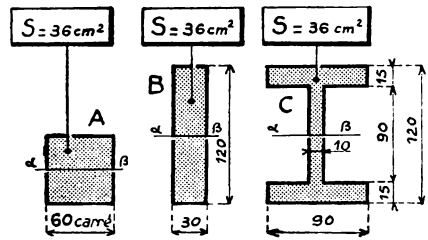


Fig. 18.

Flexion et cisaillement.

I. — POUTRE CHARGÉE EN SON MILIEU

1. Recherche des forces intérieures dans une section droite.

La méthode de la section permet de les déterminer. Elle est résumée par les schémas qui suivent (fig. 1 à 8).

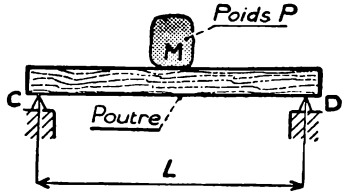


Fig. 1. — **Réalité** : la poutre reposant sur deux appuis de niveau porte une charge P en son milieu. Son propre *poids* est *négligeable* devant P.

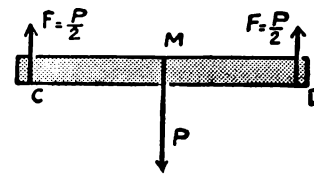


Fig. 2. — **Schéma des forces extérieures.** Les forces extérieures appliquées sur la poutre sont :
1° la *charge* P au milieu M de CD ;
2° les *réactions des appuis*, d'intensité $F = P : 2$.

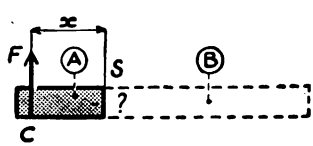


Fig. 3. — Le tronçon A est en équilibre sous l'action de la force F et des **forces intérieures** appliquées par le tronçon B sur la section S.
Ces forces intérieures équilibrent donc la force F. Nous allons les calculer.

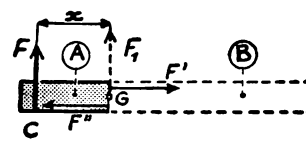


Fig. 4. — La force F réduite au centre de gravité G de la section S donne : une *force* F_1 équipollente à F ($F_1 = F$) ; un *couple* schématisé par les forces F' et F'' de moment :

$$\mathcal{M}_0 = -(x \times F) = -\left(x \times \frac{P}{2}\right)$$

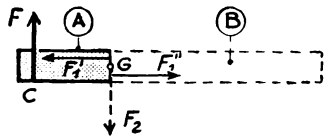


Fig. 5.

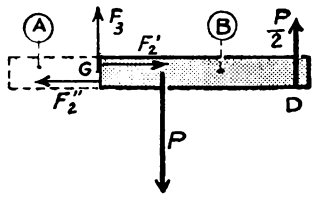


Fig. 6.

Fig. 5. — Puisque les **forces intérieures** appliquées sur la section S du tronçon A équilibrent la force F, elles se réduisent donc, au point G de cette section, en : une *force* F_2 opposée à F_1 ($F_2 = F_1 = F$); un *couple* opposé au couple (F', F''), donc de même moment en valeur absolue : $\mathcal{M}_b = x \times F$

La force F_2 située dans le plan de la section S est un **effort tranchant.**

Le couple F'_1, F''_1, dont les forces sont normales à la section S est un **couple de flexion.**

Fig. 6. — En vertu du principe de l'égalité de l'action et de la réaction, les forces intérieures qui s'exercent sur la section S du tronçon B équivalent :

1° à un *effort tranchant* : F_3 opposé à F_2;

2° à un *couple de flexion* (F'_3, F''_2) opposé au couple (F'_1, F''_1) qui s'exerce sur la section S du tronçon **A.**

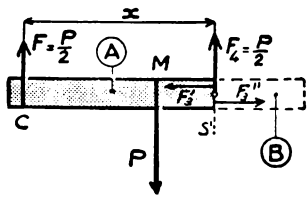


Fig. 7. — On démontre de même que, dans une section S' située au-delà du milieu M, les forces intérieures qui agissent sur le tronçon **de gauche** sont équivalentes :

1° à un effort tranchant $F_4 = \frac{P}{2}$ dirigé vers le haut (*sens contraire à* F_2);

2° à un couple de flexion (F'_3, F''_3) de moment $\mathcal{M}_b = (L - x)\frac{P}{2}$ (*même sens que précédemment*).

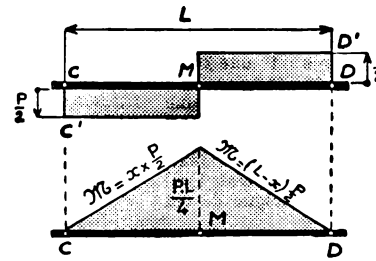


Fig. 8. — En haut, **diagramme de l'effort tranchant** le long de la poutre (CC' = DD' = P : 2).
Il change de sens au milieu **M.**

En bas, **diagramme des moments de flexion.** Moment fléchissant maximum au milieu M :

$$\mathcal{M}_{b\,max} = \frac{P.L}{4}$$

Résumons : Étant donné une poutre CD de longueur L supportant une charge P en son milieu M, les forces intérieures développées dans une section S, située à la distance x de l'appui C, équivalent :

à un **effort tranchant** de valeur absolue $\frac{P}{2}$;

à un **couple de flexion** de moment $\mathcal{M} = x.\frac{P}{2}$ si $0 < x < \frac{L}{2}$

ou $\mathcal{M} = (L - x)\,\frac{P}{2}$ si $\frac{L}{2} < x < L$

Le moment fléchissant est maximum au milieu M de la poutre; il a pour valeur :

$$\mathcal{M}_{max} = \frac{P.L}{4}$$

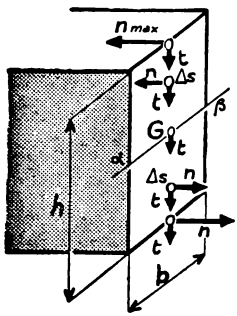


Fig. 9. — En chaque point de la section s'exerce : 1° une ***contrainte tangentielle t,*** *constante;* 2° une ***contrainte normale n*** (*extension* ou *compression*) dont la valeur, *nulle* sur αβ, *croît* lorsqu'on s'éloigne de cet axe.

La **section dangereuse** de la poutre est celle où le moment fléchissant est maximum, c'est-à-dire au point M.

2. Contraintes dans une section droite.

La figure 9 montre qu'en chaque point d'une telle section le matériau de la poutre est soumis :

1° à une *contrainte tangentielle :*

$$t = \frac{P}{2S}$$

2° à une *contrainte normale*, variable suivant la position du point. La contrainte normale est maximum dans la section dangereuse (moment fléchissant maximum).

Si la poutre est à section rectangulaire :

$$n_{max} = \frac{6 \times \frac{P.L}{4}}{S.h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P.L}{S.h}$$

On voit que le rapport $\frac{n_{max}}{t} = \frac{3L}{h}$, ce qui montre que la contrainte normale maximum due à la flexion est beaucoup plus grande que la contrainte tangentielle due au cisaillement.

3. Problème d'application.

Une poutre en sapin repose sur deux appuis distants de 5 m; elle est à section rectangulaire : b = 10 cm, h = 20 cm. *Quelle charge* P *placée en son milieu peut-elle supporter en toute sécurité sachant que la résistance pratique adoptée pour l'extension et la compression est de* 0,6 kgp/mm²?

Choix des unités : longueurs, le *centimètre*
forces, le *kilogramme-poids.*

Le moment fléchissant devra donc s'exprimer en *centimètres-kilogrammes* et la contrainte en *kilogramme-poids par centimètre carré.*

Ici : $\mathcal{M}_{f\,max} = \frac{P.L}{4} = \frac{P \times 500}{4}$ *cm.kg*

$S = b \times h = 200\ cm^2$

$n_{max} = \frac{6 \times \frac{P \times 500}{4}}{200 \times 20} = \frac{3P}{16}$ *kgp/cm²*

On doit avoir : $n_{max} \leqslant 0{,}6$ *kgp/mm²* ou 60 *kgp/cm²*

D'où : $\frac{3P}{16} < 60$ et $P < 320$ *kgp*

II. — POUTRE UNIFORMÉMENT CHARGÉE

1. Recherche des forces intérieures dans une section droite.

La poutre est uniformément chargée sur toute la longueur comprise entre les appuis (fig. 10). La recherche des forces intérieures s'effectue de la même façon que précédemment (fig. 10 à 17).

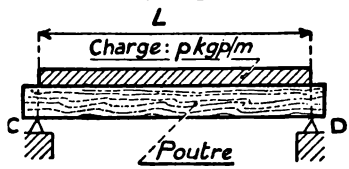


Fig. 10. — La poutre repose sur deux appuis C et D de niveau. Elle porte une charge uniformément répartie de *p kilogramme-poids* par mètre de longueur (charge totale $P = p.L$). Le poids propre de la poutre est négligé.

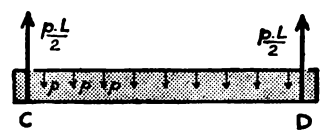


Fig. 11. — Les forces extérieures qui sollicitent la poutre sont :
le *poids de la charge* $P = p \times L$;
les *réactions des appuis*, toutes deux égales à $\frac{p.L}{2}$

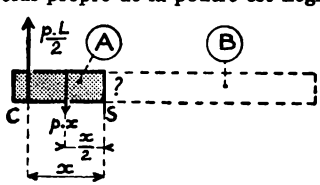


Fig. 12. — Le tronçon A est en équilibre sous l'action :

1° de la *force* $\frac{p.L}{2}$ agissant à la distance x de la section S;

2° de la *résultante* $p.x$ des charges portées par le tronçon A, résultante agissant à la distance $\frac{x}{2}$ de S;

3° des **forces intérieures** inconnues agissant sur la section S.

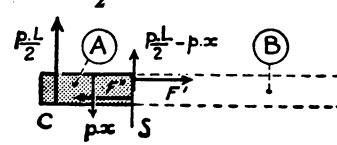


Fig. 13. — Les forces $\frac{p.L}{2}$ et px réduites au centre de gravité de la section S donnent :

une *force* $\left(\frac{p.L}{2} - px\right)$, sens de bas en haut;

un *couple* schématisé par les forces F' et F'' dont le moment est :

$-\left(\frac{p.L}{2} \times x\right) + p.x \cdot \frac{x}{2} = -\frac{p.x}{2}(L - x)$

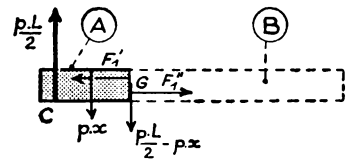


Fig. 14. — Les forces intérieures agissant sur la section S du tronçon A équilibrent les forces de la figure 12 (forces réduites au c.d.g. de cette section). Elles sont donc équivalentes :

1° à une *force* $\left(\frac{p.L}{2} - p.x\right)$, sens de haut en bas;

2° à un *couple* de moment

$$\mathcal{M}_b = \frac{p.x}{2}(L - x),$$

dont les forces sont normales au plan de la section S

La force $\left(\frac{p.L}{2} - p.x\right)$ est un **effort tranchant.**

Le couple $(F'_1\ F''_1)$ est un **couple de flexion.**

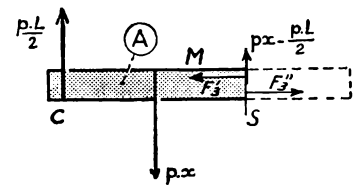


Fig. 15. — Si la section S est située au-delà du milieu M de la poutre, $p.x$ est supérieur à $\frac{p.L}{2}$.

1° L'effort tranchant change de sens et devient : $p.x - \frac{p.L}{2}$

2° Le moment du couple de flexion a encore pour valeur $\frac{p.x}{2}(L - x)$; il ne change pas de sens ($L > x$).

Il est *maximum* pour $x = \frac{L}{2}$ et alors :

$$\mathcal{M}_{f\,max} = \frac{p.L^2}{8} = \frac{P.L}{8}$$

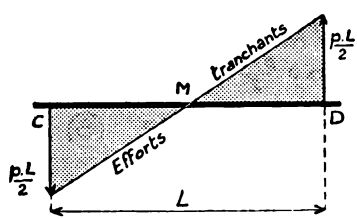


Fig. 16.
Diagramme des efforts tranchants.

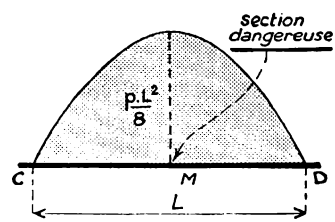


Fig. 17. — **Diagramme des moments de flexion.** C'est une *parabole.*

5. Problème d'application.

Quelle est la charge totale, uniformément répartie *sur toute sa longueur, que la poutre du problème précédent* (paragraphe 3) *peut supporter en toute sécurité?*

Choix des unités : longueurs, le *mètre*
forces, le *kilogramme-poids.*

Le moment fléchissant devra donc s'exprimer en *mètres-kilogrammes* et la contrainte en *kilogrammes-poids par mètre carré.*

Ici :

$$\mathcal{M}_{f\,max} = \frac{P.L}{8} = \frac{5.P}{8}\ m.kg$$

$$S = 0{,}10 \times 0{,}20 = 0{,}02\ m^2$$

$$n_{max} = \frac{6 \times \frac{5P}{8}}{0{,}02 \times 0{,}2} = \frac{15\,P}{0{,}016}$$

On doit avoir : $n_{max} < 0{,}6\ kgp/mm^2$ ou $600\,000\ kgp/m^2$

D'où $\dfrac{15\,P}{0{,}016} < 600\,000$ et $P < 640\ kgp$

III. — POUTRE ENCASTRÉE A UNE EXTRÉMITÉ

Vous étudierez, comme il vient d'être fait, l'effort tranchant et le moment de flexion dans une section droite d'une poutre encastrée à une extrémité.

1er Cas. — **La poutre porte une charge unique à la distance L de l'encastrement** (fig. 18).

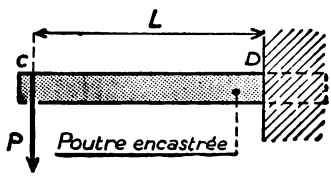


Fig. 18. — ***Poutre encastrée*** à une extrémité et supportant une ***charge unique*** à l'autre extrémité.

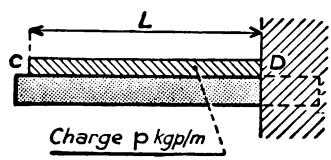


Fig. 19. — ***Poutre encastrée*** à une extrémité et supportant une ***charge uniformément répartie*** sur toute la longueur ***L***.

2e Cas. — **La poutre porte une charge uniformément répartie sur la longueur L à partir de l'encastrement** (fig. 19).

Vous trouverez les résultats suivants :

	Charge unique	*Charge uniformément répartie à raison de p kgp/m*
Effort tranchant		
à la distance x de la charge P	P (constant)	$p.x$ (variable)
maximum	P	$p.L = P$
Moment de flexion		
à la distance x	$x.P$	$\frac{x}{2} \times p.x = p.\frac{x^2}{2}$
maximum	$L.P$	$\frac{p.L^2}{2} = \frac{P.L}{2}$

Résumé.

1. En général, les forces intérieures qui agissent dans une section droite d'une poutre fléchie équivalent :
à un *effort tranchant*
et à un *couple de flexion*
qui équilibrent les forces extérieures qui agissent sur le tronçon de poutre considéré.

2. L'effort tranchant donne lieu à une contrainte de cisaillement, uniforme dans toute l'étendue de la section droite.

3. Le couple de flexion donne lieu à des contraintes normales d'extension ou de compression. Le moment de ce couple est égal au *moment fléchissant* au point considéré, c'est-à-dire à la somme algébrique des moments des forces extérieures qui agissent sur le tronçon de poutre considéré.

4. Le moment fléchissant est généralement variable. La section pour laquelle il atteint sa valeur maximum est dite *section dangereuse*.

5. Dans la section dangereuse, la contrainte normale d'extension ou de compression est maximum pour les fibres les plus éloignées de l'axe neutre $\alpha\beta$ de cette section. Cette contrainte maximum est calculée à l'aide de la relation :

$$\boxed{\overset{kgp/mm^2}{n_{max}} = \frac{\overset{mm.kg}{\mathcal{M}_{f\,max}}}{\left(\frac{I_{\alpha\beta}}{V}\right)}}$$

(kgp)

6. On ne calcule généralement que la contrainte normale maximum, beaucoup plus grande que la contrainte de cisaillement que l'on néglige. Pour qu'une poutre fléchie résiste en toute sécurité il faut que :

$$\boxed{n_{max} < R_e \text{ ou } R_c}$$

Exercices.

1. Une poutre en sapin repose sur deux appuis de niveau C et D distants de 6 *m*. Elle supporte une charge de 480 *kgp* appliquée en un point E, à 2 *m* de l'appui C. Calculer :

1° les réactions des appuis que l'on désignera par F_C et F_D;

2° le moment de flexion en une section droite située à 0,5 *m*, 1 *m*, 1,5 *m*, 2 *m*, 2,5 *m*, 3 *m* de distance de l'appui C. En déduire la valeur du moment fléchissant maximum;

3° les dimensions de la section sachant que $h = 2b$ et que la résistance pratique admise est de 0,6 kgp/mm^2.

2. Quelle est la charge maximum que peut supporter à son extrémité libre un profilé I encastré à l'autre extrémité (fig. 20)?

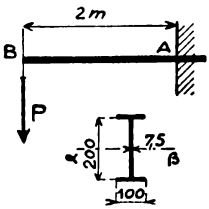


Fig. 20.

On néglige le poids propre du profilé et l'on donne :

Moment d'inertie $I_{\alpha\beta} = 2\,140\ cm^4$

$R_e = 10\ kgp/mm^2$

(*C. A. P. Dessinateurs, Oise.*)

3. On veut monter dans un grenier des sacs de farine pesant 100 *kgp* à l'aide d'une poulie mobile et d'une poulie fixe (fig. 21).

On dispose d'un profilé ⊔ d'acier doux dont les dimensions sont 50 × 28 × 8, profilé placé comme l'indique la figure. Calculer :

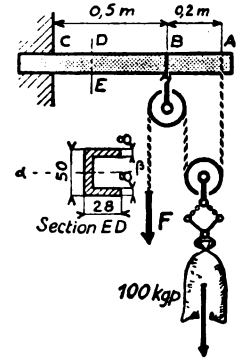


Fig. 21.

1° le moment fléchissant maximum;

2° le module d'inertie à la flexion;

3° la contrainte normale maximum. Peut-on, de ces résultats, conclure que le profilé en question peut être employé en toute sécurité?

(*C. A. P. Dessinateurs d'exécution, Seine.*)

4. Une poutre horizontale, CB, en profilé I, repose sur deux consoles en profilé ⊔ qui sont scellées dans un mur vertical (fig. 22).

Une charge $P = 700\ kgp$ est appliquée en A.

1° Quelles sont les charges appliquées en B et C?

2° Quels sont les efforts supportés par EC et CD et quel est l'effet de ces efforts sur ces barres?

3° Sachant que la section dangereuse de la poutre est en A, calculer le moment de flexion dans cette section.

4° Déterminer la contrainte en kgp/mm^2 supportée par le métal de la poutre CB.

(*C. A. P. Dessinateurs d'exécution, Seine.*)

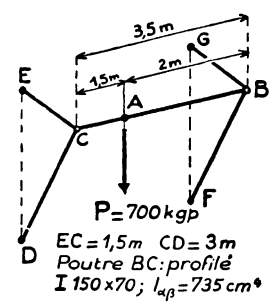


Fig. 22.

5. Module d'une dent de roue d'engrenage. — Pour calculer les dimensions d'une dent de roue dentée on suppose :

1° que la dent est semblable à une poutre encastrée à une extrémité dans la jante de la roue;

2° qu'elle supporte à l'autre extrémité une charge égale à l'effort tangentiel F exercé par la roue menante sur la roue menée.

Toutes les dimensions de la dent étant exprimées en fonction du module M de la denture, le calcul conduit à l'expression :

$$\underset{mm}{M} > 2{,}3\sqrt{\frac{F}{k.R_e}} \quad \begin{matrix}(kgp)\\(kgp/mm^2)\end{matrix}$$

k : rapport de la largeur l de la denture au module M (le plus souvent égal à 10).

Application. — Une roue d'engrenage en fonte dont le diamètre primitif est 240 *mm* transmet une puissance de 2 *ch* à la vitesse de 50 *tr/mn*. Calculer :

1° l'effort tangentiel F à la circonférence primitive de la roue;

2° le module de la denture ($l = 10\ M$; $R_e = 2\ kgp/mm^2$);

3° le nombre de dents;

4° le diamètre de l'arbre sur lequel la roue dentée est calée en supposant que cet arbre soit uniquement sollicité à la torsion ($R_g = 4\ kgp/mm^2$).

6. Calcul d'un tourillon d'extrémité d'arbre de transmission (fig. 23). Le tourillon A, de diamètre *d*, est supposé encastré dans la partie B. Il est en contact avec le coussinet qui exerce sur lui une poussée *F* qu'on suppose appliquée au milieu de la portée *l*.

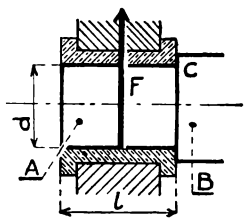


Fig. 23.

Lorsque l'arbre tourne, les fibres du tourillon sont alternativement tendues et comprimées. Cette alternance d'efforts, tantôt dirigés dans un sens, tantôt dirigés en sens contraire, provoque une fatigue du métal susceptible de provoquer la rupture si le diamètre *d* n'est pas assez grand. C'est pourquoi les mécaniciens choisissent dans ce cas une résistance pratique $R_e = R_c$ égale au *tiers* de la résistance pratique admise pour un effort permanent et constant.

Application. — Un tourillon d'extrémité d'arbre de transmission supporte un effort $F = 1\ 600\ kgp$. Il est en acier mi-doux de résistance à la rupture par traction $(R_r)_e = 48\ kgp/mm^2$.

1° Calculer le diamètre *d* sachant que $l = 2d$ et que pour un effort permanent et constant on adopterait un coefficient de sécurité égal à 4.

2° Quelle devrait être la valeur de ce diamètre pour que la pression sur la surface d'appui (qu'on suppose uniformément répartie sur un rectangle de surface $l \times d$) ne dépasse pas $18\ kgp/cm^2$?

3° Quelle valeur normalisée choisirez-vous finalement pour *d*?

III. PRODUCTION DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE

A l'atelier, la plupart des machines-outils dont vous vous servez sont entraînées par des *moteurs électriques*. Vous êtes-vous demandé d'où provient l'énergie électrique qu'ils consomment? Elle est fournie par les alternateurs de grandes usines, spécialement affectées à la production de cette énergie et appelées *Centrales électriques*, situées parfois à de grandes distances des lieux d'utilisation. Ces alternateurs sont généralement entraînés par des *turbines à vapeur* ou des **turbines hydrauliques**; leur courant est transformé en courant à haute tension, transporté au loin par des lignes aériennes dont l'immense réseau témoigne de l'activité industrielle de notre pays; il est enfin transformé en courant de basse tension pour être distribué et utilisé.

Les **turbines à vapeur** utilisent l'énergie chimique de la *houille noire* extraite des profondeurs du sol; les **turbines hydrauliques**, l'énergie de l'eau qu'on nomme encore par opposition : *houille blanche* (eau des glaciers et des torrents de montagne) et *houille verte* (eau des rivières et des fleuves de plaines).

Houille noire, houille blanche, houille verte sont des sources d'énergie que l'Homme a su capter pour les adapter au mieux de ses besoins. Ce ne sont pas les seules.

L'automobile avance grâce au **moteur à explosion** qui l'anime; elle tire son énergie mécanique de l'énergie chimique de l'essence qu'elle consomme. Les hélices de ce chalutier qui aborde au port sont entraînées par des **moteurs à combustion interne** qui brûlent des huiles lourdes.

Turbines hydrauliques, machines à vapeur alternatives ou rotatives, moteurs à explosion ou à combustion interne sont des **machines motrices**, dont vous devez connaître la constitution et les principes de fonctionnement. Nous en commençons l'étude.

L'aménagement d'une chute d'eau.

1. L'eau peut produire de l'énergie mécanique en agissant par sa vitesse, par son poids ou par sa pression.

1° **Par sa vitesse** : la petite roue à ailettes construite par ces garçonnets (fig. 1) tourne lorsque ses ailettes plongent en partie dans le courant d'un ruisseau. Elle tourne d'autant plus vite que la pente du ruisseau est plus grande; immergée dans une mare, elle resterait immobile. Vous concevez sans peine qu'une *différence de niveau* est nécessaire pour que l'eau s'écoule et prenne de la vitesse.

Fig. 1. — Le ***moulineau***, dont l'axe repose sur des fourches, tourne sous l'action du courant de ce ruisseau.

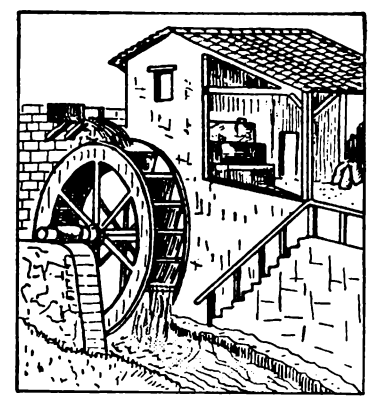


Fig. 2. — On trouve encore aujourd'hui de vieux moulins dont les meules sont actionnées par une ***roue à godets***.

2° **Par son poids,** lorsqu'elle remplit l'un après l'autre les godets de la roue du vieux moulin (fig. 2). Le poids de l'eau contenue dans chaque godet effectue un travail d'autant plus grand que la *hauteur de la chute* est plus grande.

3° **Par sa pression,** lorsqu'elle actionne le piston d'un ascenseur hydraulique par exemple (fig. 3). La pression est due au fait que le réservoir qui alimente la conduite est situé à un niveau beaucoup plus élevé. (*A une hauteur d'eau de* 10 *m correspond un accroissement de pression de* 1 *kgp/cm²*)

Ainsi, dans les trois cas, l'eau agit grâce à une différence de niveau.

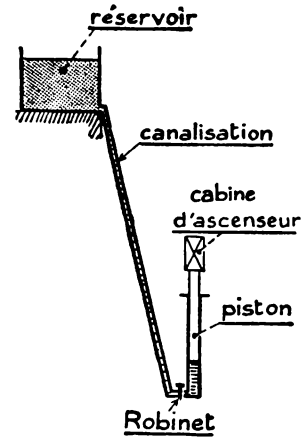


Fig. 3. — La cabine de l'ascenseur monte lorsqu'on ouvre le robinet placé au bas de la canalisation. **Expliquez pourquoi.**

2. Les roues hydrauliques furent les premiers moteurs utilisant l'énergie de l'eau.

Leur apparition remonte au début de l'ère chrétienne. L'installation est des plus sommaires : un mur barre le cours d'une rivière et ménage une *chute*, dont le débit est réglé par une vanne. La chute actionne une roue de grand diamètre.

Bien que la construction de ces roues soit aujourd'hui abandonnée, il est bon d'en connaître les principaux types.

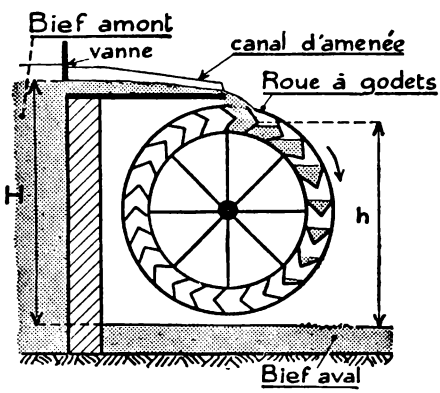


Fig. 4. — ***Roue en dessus.*** — L'eau du barrage se déverse dans les godets par le canal d'amenée. Le poids de l'eau contenue dans les godets fait tourner la roue. Le diamètre de celle-ci, fonction de la hauteur de chute, varie de 5 à 15 *m*. La vitesse linéaire périphérique dépasse rarement 2 *m/s*.

1° **Roue en dessus** (fig. 4). — La jante est formée de deux joues en bois entre lesquelles sont fixées des planchettes constituant le fond et les parois de godets ouverts à la périphérie de la roue.

Un canal débouche à la partie supérieure, à peu près sur la verticale de l'axe de rotation. Les godets se remplissent; le poids de l'eau contenue dans tous les godets pleins fournit le couple moteur qui entraîne la roue. Les godets se vident en arrivant en bas.

Soient ***H*** la différence de niveau entre le *bief amont* et le *bief aval* (**hauteur brute de chute**);

Q le poids de l'eau qui s'écoule en 1 seconde ou **débit.**

En ***t*** secondes, le bief aval reçoit

autant d'eau que le bief amont en fournit, soit $(Q \times t)$ *kgp*. Cette quantité d'eau tombant d'une hauteur H pourrait produire un travail égal à $(Q \times t \times H)$ *kgm*.

La **puissance brute** de la chute, c'est-à-dire le travail qu'on pourrait *théoriquement* recueillir **pendant chaque** seconde, est donc mesurée par Q × H :

$$\boxed{P = Q \times H} \qquad (1)$$

kgm/s kgp/s m

Mais, par suite des frottements mécaniques et de la perte de hauteur due au fait que les godets ne trempent pas dans l'eau, la puissance réellement recueillie sur l'arbre ou **puissance effective** P_e n'est qu'une fraction de la puissance brute : 75 % environ pour une roue bien établie. On dit que le **rendement** : $\eta = 75 : 100 = 0{,}75$ et l'on écrit :

$$P_e = P \times \eta$$

2° Roue de côté (fig. 5). — L'eau arrive sur le côté, un peu au-dessus de l'axe de rotation. Pour éviter qu'elle ne se déverse prématurément, la roue est à palettes droites engagées dans un canal circulaire ou *coursier*, ne laissant qu'un faible jeu entre la roue et les parois qui l'entourent. L'eau pousse sur les palettes, son évacuation est facilitée par un ressaut et un élargissement brusque du coursier. Le rendement est de l'ordre de 0,70.

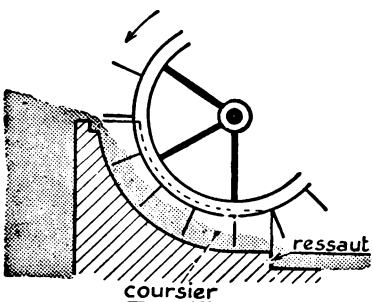


Fig. 5. — ***Roue de côté.*** Les palettes s'engagent dans un *coursier* où l'eau se déverse.

REMARQUE. — L'arrivée de l'eau sur le côté permet d'employer une roue d'un diamètre supérieur à la hauteur de chute et d'accroître ainsi le moment du couple moteur.

3° Roue en dessous (fig. 6). — La roue est à palettes planes ou courbes. L'eau est admise à la partie inférieure et elle agit surtout par sa vitesse. Soient h la distance en *mètres* du centre de l'orifice de sortie de l'eau au niveau amont ;

v la vitesse de sortie en *m/s*, que nous supposerons commune à tous les filets fluides pour simplifier.

Q le débit en *kilogramme-poids par seconde*. La masse d'eau débitée en 1 seconde : $M = \frac{Q}{g}$ a une énergie cinétique égale à $\frac{1}{2} M.v^2 = \frac{1}{2} \frac{Q}{g}.v^2$. Si sa vitesse pouvait s'annuler complètement après son passage dans la roue, elle céde-

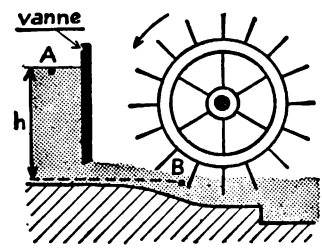


Fig. 6. — ***Roue en dessous.*** L'eau agit surtout par sa vitesse.

rait à celle-ci une quantité de travail égal à $1/2 \frac{Q}{g} . v^2$ pendant chaque seconde. Vous démontrerez facilement que $v^2 = 2gh$.[1]; d'où l'expression de la puissance de l'eau à la sortie de l'orifice :

$$P = \frac{1}{2}\frac{Q}{g} . v^2 = \frac{1}{2} . \frac{Q}{g} \times 2g.h$$

ou

$$\underset{kgm/s}{P} = \underset{kg/s}{Q} \times \underset{m}{h} \qquad (2)$$

Pratiquement, on ne recueille qu'une fraction de cette puissance sur l'arbre de la roue : 30 % pour une roue à palettes planes, car les chocs à l'entrée de l'eau sur les palettes absorbent une grande partie de l'énergie cinétique disponible; 70 % pour une roue à palettes courbes convenablement construite (*roue Poncelet*, fig. 7).

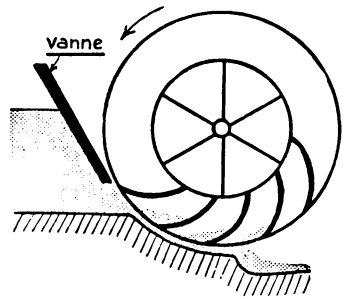


Fig. 7. — ***Roue Poncelet.*** — Les aubes sont courbes et logées entre les deux joues de la roue. L'eau agit surtout par sa vitesse.

Toutes ces roues ont été supplantées par les turbines hydrauliques dont certaines fonctionnent sous des hauteurs de chute dépassant 1 000 mètres.

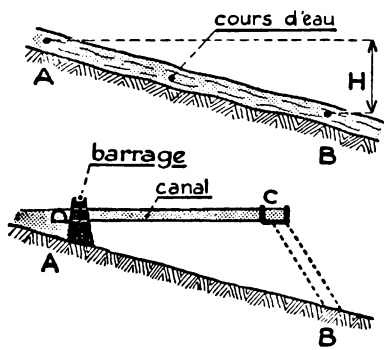


Fig. 8.

3. Comment réalise-t-on de nos jours l'aménagement d'une chute d'eau?

Soit à utiliser la différence de niveau entre deux points A et B d'un cours d'eau (fig. 8).

A l'aide d'un barrage, on dévie ses eaux dans un canal AC, de pente plus faible que le cours d'eau, afin de réaliser la plus grande hauteur de chute possible entre les points C et B très rapprochés.

---

1. Vous appliquerez le théorème de l'énergie cinétique à une particule d'eau de masse m, de poids $p = mg$, partant d'un point A du niveau amont pour aller, en suivant une trajectoire quelconque au centre B de l'orifice de sortie qui débouche à l'air libre. La seule force appliquée à la particule est son poids p si l'on néglige les forces de frottement sur les particules voisines (fig. 6).

L'**installation-type** comprend (fig. 9 et 10) :

1° en amont du barrage, une *prise d'eau* dont les différents ouvrages sont schématisés sur la figure 11;

2° un *canal d'amenée*, souvent à ciel ouvert, parfois en galerie souterraine;

3° un *réservoir de mise en charge* ou chambre d'eau;

4° des *conduites forcées* plus ou moins longues suivant la hauteur de chute;

5° l'*usine (Centrale)* dont les bâtiments renferment les turbines couplées aux alternateurs;

6° un *canal de fuite* qui ramène au cours d'eau les eaux qui viennent d'être utilisées.

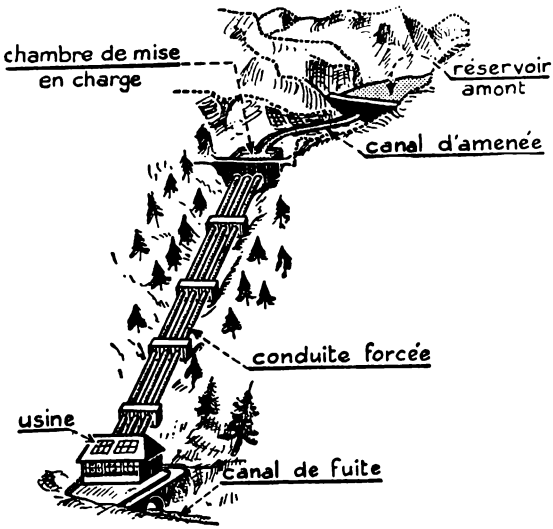


Fig. 9.
Perspective de l'aménagement d'une chute d'eau.

REMARQUES. — 1. Chaque conduite comporte à la partie supérieure une *vanne de tête* et à la partie inférieure une *vanne*

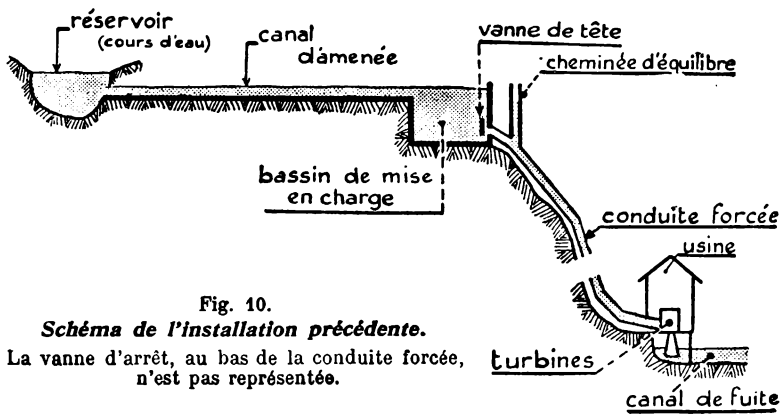


Fig. 10.
Schéma de l'installation précédente.
La vanne d'arrêt, au bas de la conduite forcée, n'est pas représentée.

d'arrêt. Si l'on ferme la première alors que la seconde est ouverte, la colonne de liquide qui est contenue dans la conduite achève de s'écouler, faisant le vide au-dessus d'elle. L'enveloppe de la conduite risquerait alors de s'aplatir sous l'effet de la pression atmosphérique si elle n'était munie à sa partie supérieure d'une *cheminée d'équilibre* ouverte à l'air libre (fig. 10).

2. En période de fonctionnement, une cause accidentelle peut entraîner la fermeture brusque de la conduite au niveau des turbines; il en résulte un véritable choc de la masse liquide contre les parois, choc qui se propage tout au long de la conduite et engendre des surpressions capables de la faire éclater. Grâce à la cheminée d'équilibre, l'eau peut s'écouler à l'extérieur sous l'effet des surpressions.

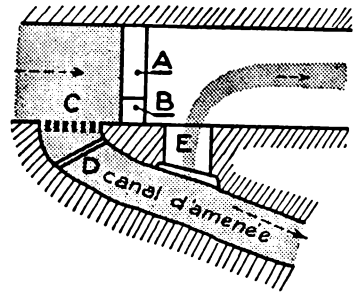


Fig. 11. — *Différents ouvrages d'une prise d'eau.*

A : *barrage* formant ou non déversoir; ***B***: *vanne de chasse* pour évacuer les eaux et chasser les graviers qui se déposent près de l'entrée du canal d'amenée; ***C*** : *grille* arrêtant les gros corps flottants; ***D*** : *Vanne de garde* permettant d'interrompre l'entrée de l'eau dans le canal d'amenée; ***E***: *Déversoir de réglage* fixant le tirant d'eau dans le canal d'amenée.

Ce schéma général d'installation, comporte des variantes : dans certains cas le canal d'amenée ou les conduites forcées sont inutiles. Enfin, il n'est pas rare de voir plusieurs barrages espacés le long d'un même cours d'eau.

4. Les barrages modernes sont des barrages-poids ou des barrages-voûtes.

1° S'il s'agit d'une rivière ou d'un fleuve à cours régulier le barrage est généralement de faible hauteur. Il peut être constitué par un massif de maçonnerie ou de béton dont la section est trapézoïdale (fig. 12)

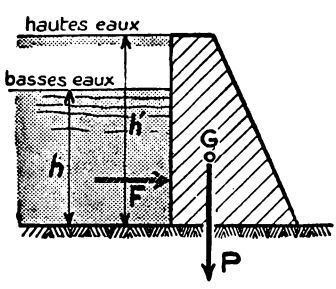


Fig. 12.

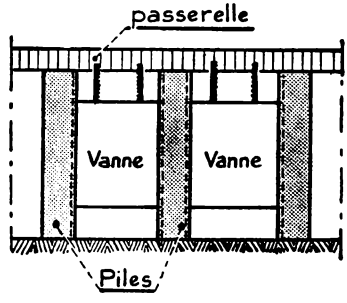


Fig. 13.

Fig. 12. — ***Barrage-poids.*** Il est plus épais à la base qu'au sommet. Son poids ***P*** doit être suffisant pour assurer la stabilité malgré la poussée de l'eau ***F***.
Fig. 13. — Autre type de barrage constitué par des piles de maçonnerie et des vannes.

ou encore par des vannes métalliques prenant appui sur des piles de maçonnerie reliées par une passerelle où sont installés les dispositifs de manœuvre des vannes (fig. 13).

Dans l'un et l'autre cas, le poids du barrage doit être suffisant pour que la poussée de l'eau en amont ne puisse le renverser, même en période de crue; d'où le nom de **barrage-poids.**

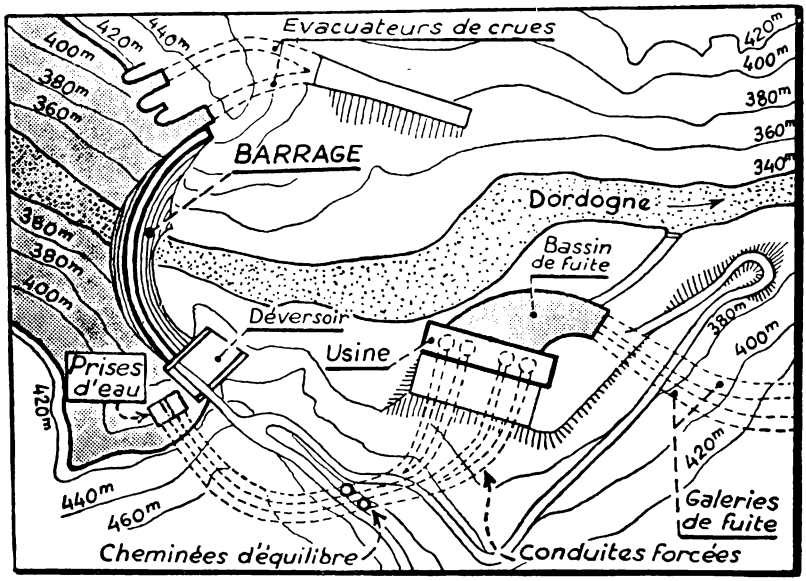


Fig. 14. — ***Barrage-voûte de Marèges*** (*Corrèze*). Il alimente une usine qui produit chaque année une quantité d'énergie de l'ordre de 300 *millions de kWh.*

(A gauche du barrage, la partie ombrée représente le plan d'eau du lac artificiel.)

2° Mais lorsque le cours d'eau est irrégulier, que son débit est faible, on doit procéder à une amélioration préalable de son régime hydraulique. Par exemple, s'il coule dans une vallée encaissée, bordée de rives rocheuses ou de terrains incultes, on élève un barrage de grande hauteur, de préférence à l'endroit d'un rétrécissement brusque des berges dont le sol doit être imperméable et sans fissures. L'eau s'accumule, en amont, inonde les rives, constituant ainsi un lac artificiel de très grande capacité à plan d'eau élevé. Un tel barrage est construit en béton suivant le type barrage-poids (fig. 12) ou le type **barrage-voûte** (fig. 14 et 15). La stabilité du barrage-voûte tient surtout au fait que la poussée de l'eau en provoque

l'arc-boutement sur les rives. Le barrage-voûte est beaucoup plus léger que le barrage-poids[1].

En général, l'usine est au pied même du barrage; le canal d'amenée et le réservoir de mise en charge n'ont alors aucune raison d'être; les conduites forcées sont de faible longueur.

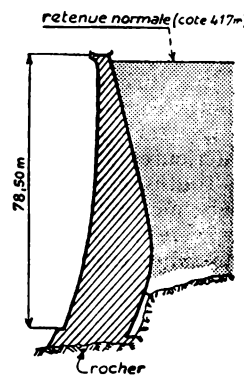


Fig. 15. — *Section droite* du barrage-voûte de *Marèges*.

5. Quelques définitions : hauteur brute, puissance brute, puissance nette, hauteur nette d'une chute.

La **hauteur brute** H d'une chute est la différence des niveaux entre les plans d'eau à l'origine et à la fin de l'installation. Le **débit** Q est le poids de l'eau qui s'écoule pendant 1 seconde. Il lui correspond une **puissance brute**

$$\underset{kgm/s}{P} = \underset{kgp/s}{Q} \times \underset{m}{H} \qquad (1)$$

Avant son entrée dans les turbines, et *après sa sortie*, l'eau en mouvement perd une partie de son énergie dans les conduits où elle circule (frottements, changements de direction, etc.). Une partie seulement de la puissance brute agit donc sur la turbine : on l'appelle **puissance nette** ou **puissance hydraulique** P_h et on l'écrit :

$$P_h = Q \times H_n$$

formule dans laquelle H_n représente la **hauteur nette** de chute.

La différence $H - H_n$ mesure la somme des **pertes de charge** qui se produisent *à l'extérieur* des turbines; on s'efforce, en pratique, de les réduire le plus possible.

6. Quels sont les types de turbines actuellement employés?

La formule (1) montre qu'une même puissance peut être réalisée de deux façons, soit avec un **gros débit** sous une **faible hauteur** de chute, soit avec un **faible débit** sous une **grande hauteur** de chute. Il est donc

---

1. Le barrage-voûte présente sur le barrage-poids les avantages suivants : économie de cube de béton; réalisation d'une fermeture autoclave car les réactions développées par les appuis sont proportionnelles à la poussée de l'eau (*une surcharge énorme est alors possible*). A *Marèges*, par exemple, on estime qu'étant donné le coefficient de sécurité atteint, il faudrait remplacer l'eau par du mercure (13,6 *fois plus lourd*) pour ruiner le barrage.

nécessaire de disposer de turbines qui soient adaptées à ces possibilités.

On ne construit plus actuellement que trois types de turbines : la turbine *Pelton*, la turbine *Francis* et la *turbine-hélice*.

Les **turbines Pelton** sont employées pour les hautes et très hautes chutes, supérieures à 100 *m*. En France la plus haute chute réalisée est celle de la Bissorte (Savoie); elle dépasse 1 100 *m*.

Les **turbines Francis** conviennent aux hautes, moyennes et basses chutes comprises entre 1 *m* et 300 *m*.

Les **turbines-hélices** caractérisent l'aménagement des basses chutes, inférieures à 35 *m*.

Toutes ces turbines ont reçu de nombreux perfectionnements; la puissance recueillie sur leur arbre ou **puissance effective** est de l'ordre de 90% de la puissance hydraulique nette; certaines unités atteignent une puissance effective de 50 000 *chevaux*.

Résumé.

1. L'eau retenue par un barrage possède de l'énergie potentielle qu'on peut, à volonté, transformer en énergie mécanique en la faisant agir sur des *roues* ou des *turbines hydrauliques*.

2. Le barrage peut être des plus sommaires (mur jeté en travers d'une rivière) ou comporter de véritables ouvrages d'art. Les barrages modernes sont des *barrages-poids* ou des *barrages-voûtes*.

3. L'installation-type d'un grand barrage comprend :
une prise d'eau en amont du barrage, un canal d'amenée, un réservoir de mise en charge, des conduites forcées, l'usine, un canal de fuite.

4. On appelle *hauteur brute de chute H* la différence des plans d'eau à l'origine et à la fin de l'installation.
Le *débit Q* est le poids de l'eau qui s'écoule en 1 seconde.
La *puissance brute de la chute P* a pour expression :

$$\underset{kgm/s}{P} = \underset{kgp/s}{Q} \times \underset{m}{H}$$

5. Une partie de la puissance brute est perdue par l'eau dans les conduits où elle s'écoule *avant* d'entrer dans la turbine et *après* sa sortie. On écrit :

$$P_h = Q \times H_n$$

formule dans laquelle P_h désigne la *puissance nette* ou *puissance hydraulique* mise à la disposition de la turbine et H_n la *hauteur nette* de chute. La différence $H - H_n$ mesure la somme des pertes de charge qui se produisent à l'extérieur de la turbine.

6. Une même puissance peut être obtenue, soit avec un gros débit sous une faible hauteur de chute, soit avec un faible débit sous une grande hauteur de chute.
Trois sortes de turbines modernes sont adaptées à ces possibilités : la *turbine Pelton*, la *turbine Francis* et la *turbine-hélice*.

Exercices.

1. Une chute d'eau de 5,50 *m* de hauteur brute débite 1 m^3 par seconde et actionne une turbine. Calculer :

1° la puissance brute de la chute, en *kgm/s* et en *ch*;

2° le rendement global de l'installation sachant que la turbine développe une puissance maximum de 50 *ch*.

2. Une roue en dessous, à palettes courbes, a un diamètre moyen de 2 *m*. Elle reçoit l'eau d'un barrage dont le débit est de 2 m^3 par seconde à la vitesse de 3 *m/s*. La puissance disponible sur l'arbre de la roue est de 6 *ch*. Le mouvement de rotation de cet arbre est transmis par une couronne dentée de 1 *m* de diamètre primitif qui engrène avec un pignon. Calculer :

1° l'énergie cinétique de chaque tonne d'eau;

2° la puissance de la chute en *kgm/s* et en *ch*;

3° le rendement de l'installation;

4° le nombre de tours de l'arbre sachant que la vitesse circonférentielle de la roue est égale à la moitié de la vitesse du courant;

5° la valeur de l'effort tangentiel *F* à la circonférence primitive de la couronne dentée;

6° le module de la denture, donné par la relation : $M > 2{,}3\sqrt{\frac{F}{k.R_e}}$ dans laquelle on prendra $k = 10$, $R_e = 2$ *kgp/mm²*.

LECTURE. — Le barrage de MARÈGES *(Corrèze)*.

Mis en service en 1935, le barrage de Marèges est établi sur la Haute-Dordogne dans une région où la rivière coule au fond de nombreuses gorges creusées dans une masse granitique compacte (*voir fig.* 14 *et* 15).

Ce barrage est un ***barrage-voûte*** qui a les caractéristiques suivantes :

hauteur maximum : 90 *m* — *épaisseur à la base :* 19 *m*

longueur de crête : 247 *m* — *épaisseur à la crête :* 3 *m*.

Il s'appuie d'un côté sur le rocher d'une rive et de l'autre côté sur un déversoir servant de culée. Sa construction a nécessité 50 000 m^3 de fouilles et exigé 185 000 m^3 de béton. Le barrage crée un réservoir dont la capacité est de 47 *millions* de m^3 d'eau. En période de crues, l'eau est évacuée par un déversoir sur la culée de rive droite, et par 2 souterrains sur la rive gauche. Ces évacuateurs de crues permettent le passage de 2 700 m^3 d'eau par seconde.

La Centrale hydro-électrique est installée à proximité du barrage. Elle renferme quatre groupes turbo-alternateurs de grande puissance et deux groupes auxiliaires. Au niveau des turbines, la hauteur nette de chute, considérée comme normale, est de 72,5 *m*; mais cette hauteur peut varier, suivant la retenue d'eau dans le barrage, entre 48 *m* et 75 *m*.

Chacun des quatre groupes turbo-alternateurs comprend :

1° Une turbine Francis développant une puissance de 43 500 *ch* sous 72,5 *m* de chute (46 500 *ch* sous 75 *m* de chute nette). Sa roue, en acier au nickel-chrome inoxydable, a un diamètre maximum de 3,5 *m*; elle pèse 18 tonnes :

2° Un alternateur de 37 500 *kVA*. Pour un facteur de puissance de 0,85, la puissance électrique fournie est de 31 875 *kW*.

La puissance de la centrale est de 127 500 *kW*, soit environ 170 000 *ch*.

L'énergie produite annuellement est de l'ordre de *300 millions de kWh*.

Le grand barrage du CHAMBON *(Isère)*, barrage de régularisation.

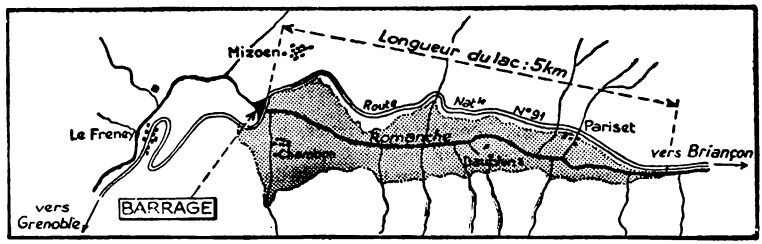


Fig. 16. — ***Barrage de régularisation du Chambon*** *(Isère)*.

C'est un ***barrage-poids*** situé dans une partie étranglée des gorges de la Romanche (fig. 16) dont il ferme la vallée, créant ainsi un lac artificiel d'une capacité de 54 *millions* de m^3.

Sa hauteur, au-dessus du lit naturel de la rivière, est de 88 *m* (136 *m* pour les fondations les plus profondes); son épaisseur est de 70 *m* à la base et de 5 *m* au sommet; la longueur de crête ou couronnement est d'environ 294 *m*.

Selon les périodes de l'année, le plan de la retenue d'eau oscille entre la cote 1 040 et la cote 980, soit une dénivellation de 60 *m* (fig. 17).

Le barrage ne comporte pas, pour le moment, de centrale hydro-électrique; il sert uniquement à régulariser le cours de la Romanche, rivière alpestre au régime torrentueux, dont le débit naturel passait de 1,9 m^3/s en hiver à 50 m^3/s au moment de la fonte des neiges. Depuis sa construction, il est possible de maintenir un débit régulier au moins égal à 5,7 m^3/s. Par suite, la puissance des différentes usines situées en aval se trouve augmentée.

On estime que le barrage retient chaque année 100 000 m^3 d'alluvions qui, au lieu d'aller se déposer dans la plaine de Bourg d'Oisans autrefois dévastée périodiquement par les crues soudaines de la Romanche, combleront peu à peu le lac artificiel du Chambon. Mais il faudra environ 500 ans pour que pareil résultat soit atteint!

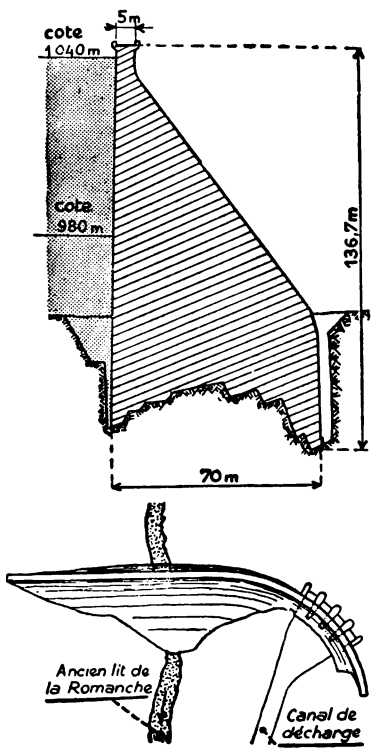


Fig. 17. — Section droite du ***barrage-poids*** du Chambon et vue de dessus du même barrage.

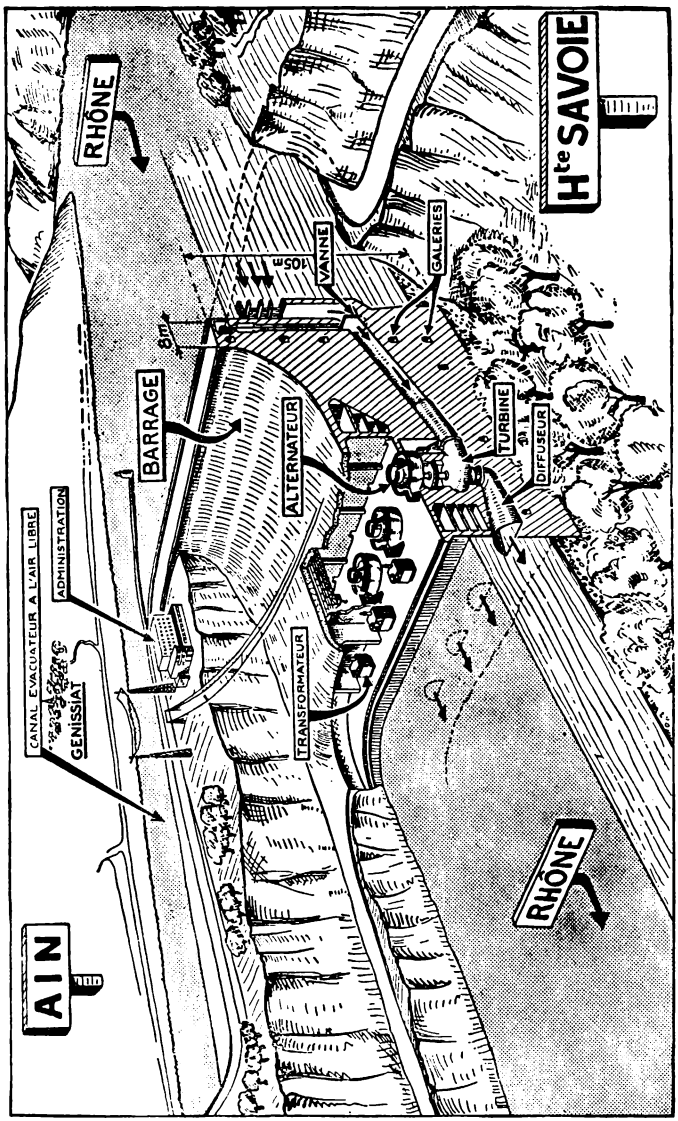


Fig. 18. — ***Le grand barrage de Génissiat*** (Ain).

Remarquez, à l'intérieur même du barrage, les groupes turbo-alternateurs qui engendrent le courant électrique.

Le barrage de GÉNISSIAT *(Ain)*, le plus important des barrages européens.

Dans la région de Bellegarde, le Rhône est un véritable torrent contenu par deux falaises abruptes; aussi a-t-on jugé cette région favorable à la construction d'une puissante usine hydro-électrique (fig. 18).

Un grand barrage a été établi au niveau du village de Génissiat, situé sur la rive droite du fleuve; ***barrage-poids*** de 105 *m* de haut, large de 100 *m* à la base et de 20 *m* au sommet, créant un lac de retenue d'eau de 23 *km* de long et d'une capacité de 53 *millions de* m^3. Au faîte du barrage passe une route qui relie le département de l'Ain à celui de la Haute-Savoie. Cet ouvrage d'art, réalisé à l'aide des moyens les plus modernes, a nécessité 700 000 m^3 de béton. Commencé en 1939, on l'a mis en service en 1948.

L'usine est logée dans le barrage lui-même; elle est construite pour recevoir 6 groupes turbo-alternateurs (4 de 65 000 *kW* chacun et 2 de 85 000 *kW*). Une conduite forcée de 5,75 *m* de diamètre alimente chaque turbine dont la roue est traversée par 120 m^3 d'eau par seconde sous une hauteur de chute nette de 69 *m*.

La puissance totale escomptée de 430 000 *kW*, pourra être portée plus tard à 500 000 *kW* (720 000 *ch* pour les turbines).

L'utilisation modérée des débits disponibles permet un fonctionnement continu pendant les 12 heures de jour, l'usine étant arrêtée la nuit en période de basses eaux.

La production annuelle d'énergie sera de l'ordre de 1 800 *millions de kWh*.

La turbine Pelton.

La turbine Pelton peut être employée dès que la hauteur nette de chute est supérieure à 100 *m.* C'est la seule qui soit utilisable pour les très hautes chutes dont le débit est relativement faible.

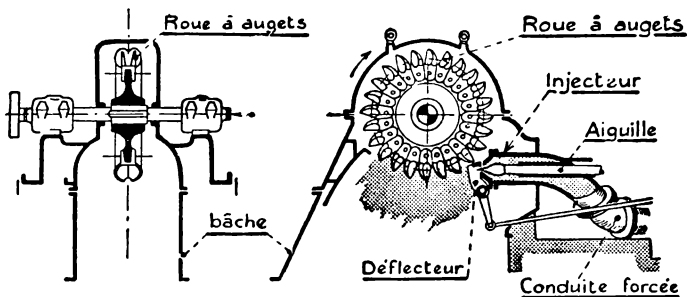


Fig. 1. — ***Schéma d'une turbine Pelton.*** — Observez la *conduite forcée* qui amène l'eau jusqu'à la buse de l'*injecteur*, l'*aiguille* ou *pointeau* qui permet de réduire le diamètre du jet, la *roue à augets* et le *déflecteur* qui dévie le jet lorsque c'est nécessaire.

1. La turbine Pelton comprend deux organes principaux : une roue à augets et un injecteur.

1° La **roue** est calée sur un arbre dont l'axe de rotation est le plus souvent horizontal (fig. 1). Elle porte sur sa périphérie des **augets** venus de fonderie avec la roue ou rapportés sur elle à l'aide de solides boulons. Chacun d'eux se présente sous forme de deux cuillers accolées, séparées par une arête vive (fig. 2); au sommet se trouve une échancrure circulaire dont nous verrons plus loin la nécessité.

2° L'**injecteur**, manchon cylindrique qui reçoit l'eau d'une conduite forcée, est terminé par une buse convergente qui dirige un puissant jet d'eau tangentiellement à la circonférence moyenne de la roue.

Une **aiguille** (ou *pointeau*), dis-

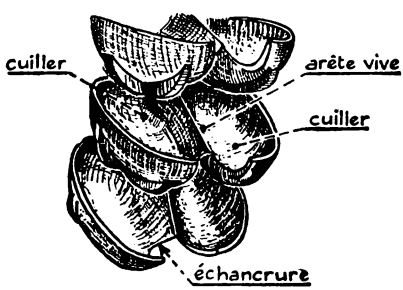


Fig. 2. — ***Augets d'une roue Pelton.*** Chaque auget se présente sous forme de deux cuillers accolées séparées par une arête vive.

posée suivant l'axe géométrique de l'injecteur et manœuvrée par un mécanisme automatique[1], permet de modifier la grandeur de l'orifice de sortie, et, par suite, de faire varier le débit.

La forme de la buse et celle du pointeau ont été soigneusement étudiées pour que le jet d'eau soit homogène, sans tourbillons qui absorberaient une partie de son énergie cinétique, et de forme cylindrique quelle que soit la position de l'aiguille par rapport à la buse[2]. Pour des raisons de construction, le diamètre du jet ne dépasse pas 200 *mm*.

Enfin, pour éviter les projections d'eau, une *carapace* enveloppe l'ensemble et permet sa fixation sur un massif de béton.

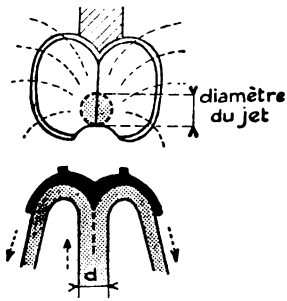


Fig. 3. — L'arête vive sépare le jet en deux parties égales. Le jet abandonne la plus grande partie de son énergie cinétique au cours de son passage dans l'auget.

2. Fonctionnement.

En régime permanent, le jet, semblable à une barre de verre transparent, rencontre l'un après l'autre les augets de la roue qui tourne à vitesse constante. Dès qu'il entre en contact avec l'un d'eux, l'arête vive le sépare en deux moitiés qui s'épanouissent dans les cuillers correspondantes où elles sont déviées et rejetées latéralement hors de la roue (fig. 3).

La figure 4 montre les phases successives de l'action de l'eau sur un même auget B :

Position 1 : l'auget B pénètre dans le jet qui va tout entier dans l'auget précédent A. Sans l'échancrure du sommet une partie de l'eau serait interceptée et viendrait lécher le dos de l'auget B, ce qui tendrait à faire tourner la roue en sens inverse.

Position 2 : l'auget B a pris la place de A ; le jet y pénètre tout entier car l'échancrure passe juste au-dessous de sa génératrice inférieure.

Position 3 : l'auget C, qui suit B, intercepte à son tour le jet ; l'eau admise dans B continue à s'écouler latéralement.

Position 4 : les dernières particules d'eau achèvent de s'écouler dans l'auget B.

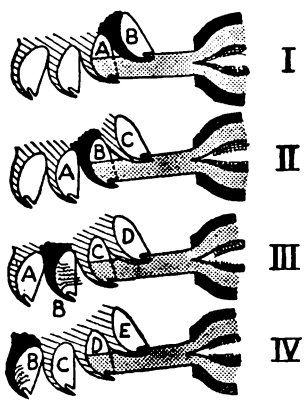


Fig. 4. — Ce schéma montre l'action du jet sur les augets. Pourquoi l'échancrure pratiquée sur ceux-ci est-elle indispensable.

1. Non représenté sur la figure.
2. L'aiguille ralentit les filets axiaux dont la vitesse serait, sans cela, plus grande que celle des filets frottant contre les parois de la buse.

Pendant la durée du contact la quantité d'eau admise dans un auget lui cède à peu près toute son énergie cinétique qui se transforme en travail mécanique recueilli sur l'arbre.

L'espacement des augets étant déterminé de telle sorte qu'aucune particule d'eau ne puisse passer sans rencontrer un auget, l'énergie cinétique totale de l'eau qui sort de l'injecteur est presque entièrement utilisée.

En réalité, les frottements de l'eau sur les augets, la vitesse résiduelle du jet expulsé de la roue, les frottements de l'arbre sur ses paliers, etc., absorbent une partie de cette énergie, de sorte que l'arbre ne recueille que 84 à 90% de l'énergie disponible à la sortie de la buse. Ce rendement n'est d'ailleurs atteint que *si la vitesse périphérique de la roue est égale à la moitié de la vitesse du jet*, ce que l'on réalise toujours en pratique.

3. Bien que tournant à vitesse constante, la roue Pelton doit fournir une puissance effective variable.

L'énergie mécanique fournie par une turbine hydraulique est rarement utilisée telle. La plupart du temps, on la transforme en énergie électrique, ce qui facilite son transport à de longues distances[1].

A cet effet, chaque turbine est accouplée à un alternateur dont le courant doit avoir une fréquence constante. Celle-ci étant fonction de la vitesse de rotation[2], **la roue de la turbine doit tourner à une vitesse constante** imposée par celle du rotor de l'alternateur.

Or, selon les besoins des usagers, l'alternateur produit une quantité d'énergie électrique qui s'*ajuste* aux demandes; sa puissance électrique varie donc avec le temps et il doit en être de même de la puissance mécanique fournie par la turbine qui l'entraîne. Mais la *puissance mécanique*, fraction de la puissance hydraulique mise à la disposition de la turbine, est proportionnelle :

1° à la hauteur nette de chute (*constante*);

2° au débit.

Le débit est lui-même proportionnel à la *surface* de la section de sortie du jet et à sa *vitesse*, laquelle est *constante* pour une hauteur de chute donnée. D'où la nécessité d'étrangler plus ou moins l'orifice de la buse pour faire varier la puissance effective de la turbine (fig. 5).

---

1. Voir cours d'électricité.

1. La fréquence $f = \frac{p.n}{60}$ (p : nombre de paires de pôles de l'alternateur; n : nombre de tours par minute du rotor de l'alternateur).

4. L'aiguille de l'injecteur permet de régler automatiquement le débit; son action est complétée par celle d'un déflecteur.

Comme il vient d'être dit, la *charge* de la turbine varie suivant la consommation d'énergie. Si la charge diminue, la roue tend à s'emballer; si elle augmente, la roue tend à ralentir. Il faut donc la munir d'un dispositif capable de s'opposer *automatiquement* à toute variation de vitesse de la roue.

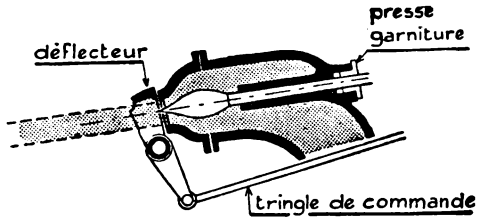


Fig. 5.

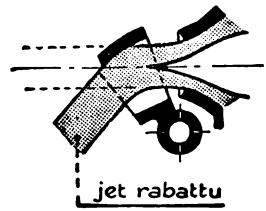


Fig. 6.

Fig. 5. — **A la sortie de la buse de l'injecteur** (*diamètre* ***d***) **la section circulaire du jet se contracte un peu avant de devenir cylindrique** (*diamètre* $d_0 \simeq d : 1{,}19$). **A pleine ouverture la vitesse de sortie** $v_0 = 0{,}97$ à $0{,}98\ \sqrt{2\,g\,.\,H_n}$.

Fig. 6. — **Quand le déflecteur entre en action le jet est dévié.**

Dans la turbine Pelton cet automatisme est réalisé par l'action d'un **régulateur** agissant à la fois sur l'aiguille et sur un **déflecteur** placé près du nez de la buse.

a) La charge vient-elle à diminuer brusquement? La vitesse de la roue tend à augmenter; *instantanément* le déflecteur entre en action; il pivote autour de son axe et vient en contact avec le jet qu'il dévie partiellement ou en totalité (fig. 6). Aussitôt l'aiguille se ferme lentement tandis que le déflecteur reprend sa position initiale. Ce mouvement lent de l'aiguille évite les **coups de bélier**[1] qui se produiraient dans la conduite si la section de la buse était brusquement étranglée.

b) La charge vient-elle à augmenter? La vitesse de la roue tend à diminuer; l'aiguille s'ouvre de la quantité voulue sans que le déflecteur ait à intervenir.

5. Dispositions particulières.

Une même roue peut être attaquée par plusieurs jets, souvent 2, rarement 4. Dans ce dernier cas l'axe de rotation est disposé verticalement. Plusieurs roues peuvent être calées sur le même arbre, chacune d'elles étant attaquée par un jet. Ces dispositions permettent d'obtenir des groupes de grande puissance.

1. PHYSIQUE, 1re *Année*, par Pastouriaux et Mohier, page 201, § 1. Delagrave, éditeur.

En France, la *chute de la Bissorte* (Savoie) atteint 1 130 *m*. Elle est équipée par 3 turbines *Pelton* à 1 seul jet développant chacune une puissance de 40 000 *ch* à la vitesse de 500 *tr/mn*.

Les petites turbines ont une puissance de quelques chevaux, les plus grandes une puissance qui dépasse 60 000 *ch*.

Résumé.

1. La *turbine Pelton* est la seule turbine utilisable pour les hautes chutes dont le débit est relativement faible. Elle comprend essentiellement :

1° une *roue* garnie sur la périphérie d'augets constitués par deux poches accolées ou cuillers séparées par une arête vive. Chaque auget porte une échancrure à son sommet ;

2° un *injecteur* qui reçoit l'eau d'une conduite forcée et qui la dirige en un jet puissant dont l'axe géométrique est tangent à la circonférence moyenne de la roue. Au centre de la buse de l'injecteur une *aiguille* mobile permet de modifier la section de l'orifice de sortie du jet. La masse d'eau qui sort de l'injecteur possède une grande énergie cinétique qu'elle cède à la roue à peu près entièrement.

2. La roue de la turbine doit tourner à vitesse constante, surtout lorsqu'elle entraîne un alternateur dont la vitesse de rotation est invariable pour un courant de fréquence donnée.

Or, la puissance électrique demandée à l'alternateur n'est jamais constante ; par suite, la puissance mécanique fournie par la turbine doit varier avec le temps. Cette puissance dépend :

de la hauteur de chute, qui est constante ;

du débit qui est fonction de la vitesse du jet (constante pour une hauteur de chute donnée) et de la section de sortie de la buse.

On modifie donc la puissance en augmentant ou en diminuant la surface de cette section.

3. La variation du débit est obtenue automatiquement :

par les actions conjuguées d'un *déflecteur* et de l'aiguille (qui se ferme) lorsque la charge de l'alternateur diminue brusquement ;

par l'action de l'aiguille seule (qui s'ouvre) quand cette charge augmente.

4. Le *rendement* de la turbine Pelton est maximum lorsque la vitesse linéaire d'un point de la circonférence moyenne de la roue est égale à la moitié de la vitesse du jet. Ce rendement est de l'ordre de 84 à 90 % (η = 0,84 à 0,90).

Exercices.

1. Une turbine *Pelton* à une roue et à un seul jet a les caractéristique ssuivantes :

Puissance effective maximum sur l'arbre	$P_e = 8\,700$ *ch*
Hauteur nette de chute	$H_n = 342$ *m*
Débit à pleine ouverture	2 230 *l/s*
Vitesse de rotation	$n = 300$ *tr/mn*
Diamètre moyen de la roue	$D_0 \simeq 2{,}22$ *m*

Calculer :

1° La puissance nette de la chute P_n ;

2° Le rendement de la turbine ($\eta = P_e : P_n$) ;

3° La vitesse de sortie du jet ainsi que la section de celui-ci ;

4° L'énergie cinétique fournie à la roue *pendant chaque seconde* par la masse d'eau qui sort par la buse de l'injecteur (*prendre* $g = 9{,}81$ *m/s/s*);

5° la vitesse linéaire d'un point de la circonférence moyenne de la roue;

6° L'effort F qui, appliqué tangentiellement à cette circonférence, produirait le même effet que le jet, c'est-à-dire fournirait le même travail;

7° Le moment du couple correspondant à l'effort tangentiel F;

8° Le moment du couple moteur recueilli sur l'arbre (*appliquer la relation* : $\mathcal{M}b = 716 \frac{P_e}{n}$. Comparer à la valeur précédente et donner une idée des causes de pertes).

2. On appelle *vitesse spécifique* ou *nombre de tours spécifique* n_s le nombre de tours par minute que doit faire une turbine de type déterminé pour développer une puissance de 1 *ch* sous 1 *m* de chute avec le meilleur rendement. Elle est donnée par la relation :

$$n_s = \frac{n}{H_n} \sqrt{\frac{P_{(ch)}}{H_{n\,(m)}}}$$

n_s en *tr/mn*; n en *tr/mn*; H_n en *m*.

Étant donné les caractéristiques de la turbine *Pelton* précédente (Exercice 1), calculer le n_s de la turbine.

3. L'une des turbines Pelton d'une usine hydro-électrique a les caractéristiques suivantes :

1 *roue à* 1 *jet de diamètre*	$d = 0{,}086$ *m*;
Hauteur nette de chute	$H_n = 715$ *m*;
Vitesse de rotation	$n = 500$ *tr/mn*;
Rendement maximum	$\eta = 0{,}90$

Calculer :

1° la vitesse du jet à sa sortie de l'injecteur;

2° le débit en *kgp/s*;

3° la puissance nette de chute;

4° la puissance effective sur l'arbre de la turbine et le moment du couple moteur;

5° le nombre de tours spécifique (*voir* Exercice 2).

4. La roue d'une turbine *Pelton* développant une puissance de 5 000 *ch* à la vitesse de 500 *tr/mn* est fixée sur un plateau venu de forge avec l'arbre de la turbine. Le serrage est effectué à l'aide de 8 boulons non ajustés de 48 *mm* de diamètre (*pas :* 5 *mm; section du noyau de la partie filetée :* 1 318 mm^2) répartis sur une circonférence de 300 *mm* de rayon. On suppose que la force de serrage F qui appuie la roue sur le plateau a une intensité suffisante pour que le plateau soit entraîné par la seule adhérence des surfaces en contact (*coefficient de frottement* 0,35).

Calculer :

1° le moment du couple moteur;

2° l'intensité de l'effort tangentiel théorique T qui, appliqué sur la circonférence des boulons, aurait même moment;

3° l'intensité de la force F capable d'engendrer une force tangentielle de frottement au moins égale à T;

4° la contrainte d'extension dans les boulons en supposant que chacun d'eux exerce le même effort de serrage.

La turbine Francis et la turbine-hélice.

Dans la turbine *Pelton*, l'eau n'est pas admise à la fois sur tous les augets : **l'injection est partielle.** D'autre part, elle aborde la roue avec toute sa vitesse à la sortie de l'injecteur; elle pénètre dans les augets et en sort à la pression atmosphérique. La seule énergie fournie par l'eau à la roue est donc de l'énergie cinétique. On dit encore que la turbine Pelton est une *turbine à impulsion* ou *à pression constante.*

La turbine *Francis* et la *turbine-hélice* fonctionnent différemment. D'abord, elles sont à **injection totale,** c'est-à-dire que *toutes* les aubes reçoivent simultanément l'eau qui sort du distributeur. De plus l'eau agit non seulement par sa vitesse, mais aussi par sa pression qui diminue pendant son passage dans la roue. Pour cette raison, ces turbines sont dites à *réaction.* Nous préciserons ce terme plus loin.

TURBINE FRANCIS

1. La turbine Francis comprend trois organes essentiels : le distributeur, la roue à aubes et le diffuseur.

1° Le **distributeur** (fig. 1) est constitué par deux couronnes planes et parallèles entre lesquelles sont insérées les *directrices,* sortes d'ailettes mobiles autour d'un axe dont les tourillons s'engagent dans les alésages pratiqués sur chaque couronne.

Ces directrices peuvent tourner simultanément du même angle ce qui permet de faire varier le *débit* jusqu'à le rendre nul. Nous verrons plus loin comment s'obtient le mouvement d'ensemble.

2° La **roue à aubes** (fig. 2) comporte un *plafond* et une *ceinture,* entre lesquels sont implantées les aubes limitées par des surfaces gauches qui affectent la forme d'une poche ou cuiller du côté de la ceinture. La roue est fixée sur un arbre dont l'axe peut être horizontal ou vertical.

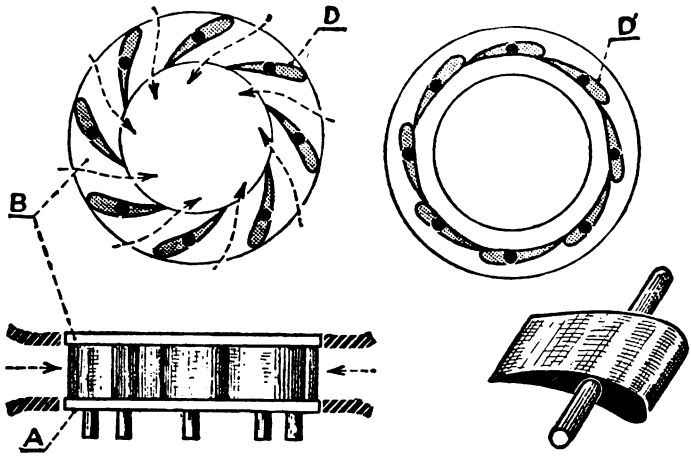


Fig. 1. — ***Distributeur d'une turbine Francis.*** *A gauche*, distributeur à pleine ouverture : les directrices *D* laissent passer l'eau suivant les flèches. *A droite*, distributeur fermé : les directrices *D'* s'opposent au passage de l'eau.

Les directrices se font en acier coulé, en acier forgé ou en bronze. Elles forment une seule pièce avec leurs tourillons.

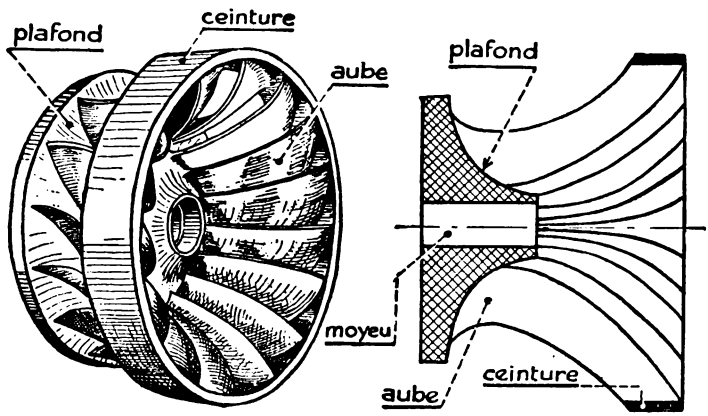


Fig. 2. — ***Roue*** de ***turbine Francis.*** Cette roue est construite en fonte, en acier coulé ou en bronze phosphoreux suivant la nature des eaux et la hauteur de chute (*acier pour les hautes chutes et grandes puissances ; fonte pour moyennes et basses chutes ; bronze pour les eaux chargées de sable*).

A droite : schéma de la roue de gauche.

3° Le **diffuseur**, tubulure de forme évasée vers le bas, débouche *en dessous* du plan d'eau dans le canal de fuite (fig. 3 et 4). Rempli d'eau en régime permanent il joue le rôle de *tube d'aspiration*, créant à la sortie de la roue une pression inférieure à la pression atmosphérique. Sa hauteur, théoriquement limitée à 10 *m*, n'excède pas 5 à 6 *m* en pratique; au-delà de cette limite des dégagements d'air en dissolution dans l'eau risquent de se produire, ce qui nuirait au maintien de la dépression.

La figure 4 représente une turbine Francis à axe vertical, immergée dans une chambre d'eau ouverte à l'air libre. Cette disposition est employée dans le cas de faibles chutes.

Lorsque la hauteur de chute dépasse 5 *m*, la turbine Francis est

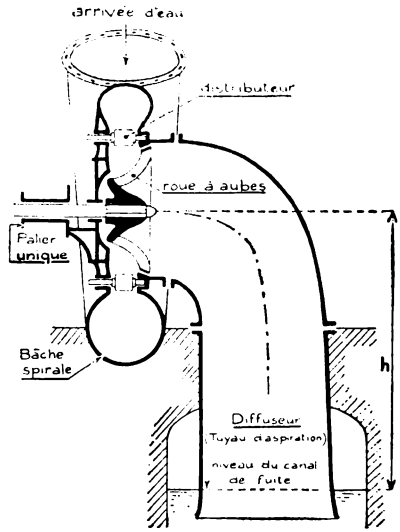


Fig. 3. — ***Turbine Francis*** à axe horizontal. Quel est le rôle du ***diffuseur***?

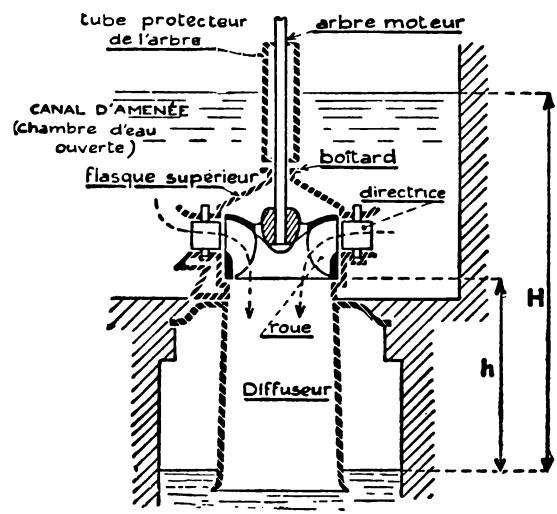


Fig. 4. — ***Turbine Francis*** à axe **vertical.**

entourée d'une *bâche spirale* (fig. 4 et 5). La section du colimaçon diminue à mesure que l'eau pénètre dans les canaux de distributeur, ce qui permet d'assurer au fluide une vitesse à peu près constante sur le pourtour avant son entrée dans le distributeur (fig. 5).

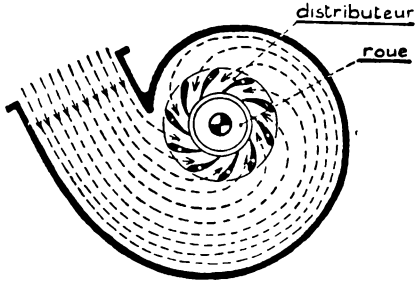


Fig. 5. — La ***bâche*** ou ***colimaçon*** est ménagée dans une maçonnerie en béton armé pour les petites chutes. Elle est en fonte pour les chutes moyennes ou en tôle d'acier pour les grandes chutes.
Les lignes pointillées figurent les trajectoires des particules d'eau avant leur entrée dans le distributeur.

2. Fonctionnement.

L'eau venant de la chambre d'eau, ou de la conduite forcée raccordée à la bâche spirale, s'engage dans les canaux du distributeur, les traverse en prenant progressivement de la vitesse, vient agir sur les aubes qu'elle aborde sans choc, les entraîne en rotation et sort de la roue avec une vitesse résiduelle relativement grande; car, pour des raisons de construction, il n'est pas possible d'épuiser totalement la vitesse de l'eau pendant son passage dans la roue. Il en résulterait une perte d'énergie importante[1] si le diffuseur n'intervenait pour la récupérer. Grâce à sa forme évasée, il réduit progressivement la vitesse de l'eau et transforme une grande partie de son énergie cinétique en énergie potentielle.

Le diffuseur permet donc de placer la turbine notablement au-dessus du niveau aval sans perdre pour cela la hauteur h (fig. 3 et 4) qui, négligeable pour une turbine Pelton, ne l'est pas pour une turbine Francis.

Comment l'eau agit-elle sur les aubes? A la fois par sa *vitesse* et par sa *pression*. L'eau entre dans la roue avec une vitesse moindre que celle qu'elle aurait si le distributeur débouchait à l'air libre, comme dans la turbine Pelton, mais sa pression est plus grande à l'entrée qu'à la sortie. C'est pendant son passage sur les aubes que s'achève la transformation de l'énergie de pression en énergie cinétique. Pour caractériser cette chute de pression à l'*intérieur de la roue* la turbine Francis est dite **à réaction** alors qu'il serait plus logique de dire : à **pression variable.**

3. Réglage de la puissance.

Comme la turbine Pelton, la turbine Francis couplée à un alternateur doit fournir une puissance variable sous une vitesse de rotation constante. On y parvient en faisant varier le débit, c'est-à-dire en ouvrant plus ou moins le distributeur.

1. Car l'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse.

A cet effet, l'un des tourillons de chaque directrice porte une manivelle reliée par une biellette à un **cercle de vannage** (fig. 6). Chaque biellette présente un point faible dans sa partie médiane de manière à pouvoir se briser lorsqu'une directrice est bloquée par la présence d'un corps dur charrié par l'eau.

Le cercle de vannage est lui-même commandé par deux bielles dont le déplacement est sous la dépendance d'un **régulateur** entraîné par la turbine.

L'ouverture et la fermeture des distributeurs sont donc automatiques.

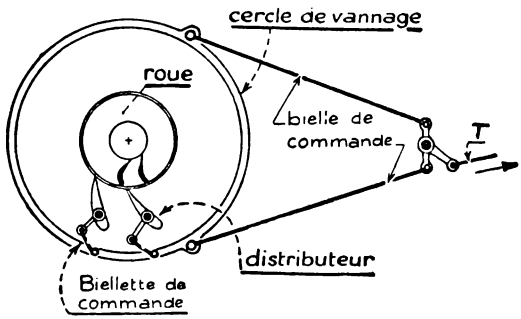


Fig. 6. — ***Commande du distributeur*** d'une turbine *Francis*. Le cercle de vannage roule ou glisse sur les flasques du distributeur. Les tourillons des directrices sont commandés par manivelles et biellettes. Celles ci présentent une partie faible dans leur région médiane. Si un caillou ou un galet entraîné par l'eau se coince et s'oppose à la fermeture d'une directrice, la biellette correspondante se brise et tout le reste du mécanisme est protégé. Dans certains cas, les biellettes sont remplacées par des ressorts à boudin.

REMARQUE. — Les roues *Francis* sont munies d'un dispositif antibélier analogue au déflecteur des roues *Pelton*. Une **vanne compensatrice** (ou régulateur de pression), constituée par un robinet placé en amont de la turbine, s'ouvre brusquement quand les directrices du distributeur se ferment vite sous l'effet d'une diminution soudaine de la charge. La vanne laisse passer un débit équivalent à celui qui aurait traversé la roue; elle se ferme ensuite lentement.

4. Conditions d'emploi et rendement des turbines Francis.

Les limites d'emploi des turbines *Francis* sont assez étendues : depuis les basses chutes de quelques mètres de hauteur et à gros débits aux hautes chutes pouvant atteindre 180 *m*. Leur rendement maximum est de l'ordre de ***0,90***.

TURBINE-HÉLICE

De deux turbines de même puissance, fonctionnant sous la même hauteur de chute, la plus volumineuse est celle qui tourne le moins vite[1]. C'est aussi celle dont la construction et l'installation coûtent le plus cher. On a donc intérêt a accroître la vitesse de rotation.

Or, augmenter cette vitesse, c'est augmenter les vitesses circonférentielles des divers points de la roue et, par suite, les vitesses relatives de l'eau par rapport aux aubages. Corrélativement les frottements hydrauliques augmentent et d'autant plus que la surface des aubes est plus étendue. Afin de conserver un bon rendement on est conduit à diminuer le nombre des aubes et à leur donner une faible longueur. D'où les **turbines-hélices.**

5. La turbine-hélice comprend les mêmes organes essentiels que la turbine Francis.

Le **distributeur** est identique à celui de la turbine Francis. Les directrices sont commandées par un cercle de vannage.

La **roue** est une hélice de faible hauteur comportant 2 à 6 pales, fixes sur le moyeu (fig. 7) ou mobiles (fig. 8). Elle est placée très au-dessous du

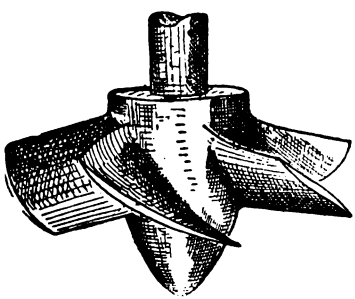


Fig. 7.

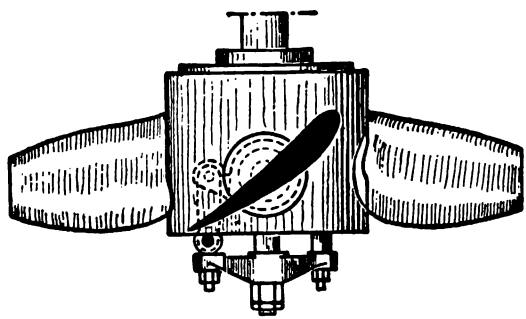


Fig. 8.

Fig. 7. — ***Roue de turbine hélice.*** Les aubes ou pales sont fixes et venues de fonderie avec le moyeu. Une telle roue atteint parfois plusieurs mètres de diamètre.

Fig. 8. — ***Roue de turbine Kaplan.*** — Les pales sont mobiles; leur orientation s'opère à l'aide d'une timonerie logée dans le moyeu. Le diamètre de ce dernier atteint 40 % du diamètre extérieur de la roue.

---

1. Car elle doit évacuer la même quantité d'eau que celle qui tourne le plus vite et, par conséquent, avoir des orifices plus larges. D'autre part, comme elle transmet un couple moteur plus grand, ses organes doivent être plus robustes.

distributeur (fig. 9), si bien que la direction générale de l'écoulement de l'eau est parallèle à l'axe de rotation. L'arbre de la roue est le plus souvent vertical.

Pour réaliser une grande puissance avec une faible chute il faut un gros débit. Une grande masse d'eau traverse donc la roue; comme sa vitesse de sortie est relativement importante cette masse possède une énergie mécanique considérable. On la récupère à l'aide d'un **diffuseur** (fig. 10) dont le profil est soigneusement étudié.

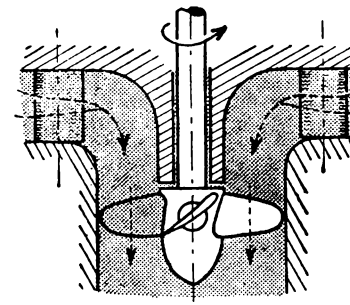


Fig. 9. — La ***roue-hélice*** est placée notablement en dessous des ***directrices***.

REMARQUE. — Le diffuseur crée une dépression à l'aval de la roue qui peut engendrer la *cavitation*. Ce phénomène, caractérisé par un dégagement de bulles d'air en dissolution dans l'eau, s'amorce du voisinage de l'axe géométrique de rotation de la roue et trouble le régime de l'écoulement. Pour l'éviter on construit la roue avec un très gros moyeu, ce qui permet, en outre, de loger la timonerie d'orientation des pales.

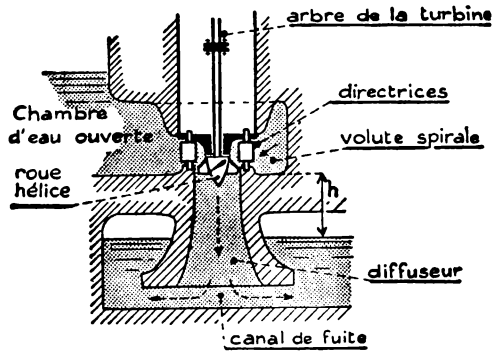


Fig. 10. — *Roue-hélice* et son *diffuseur*.

6. Conditions d'emploi et rendement des turbines-hélice.

La turbine-hélice s'emploie pour les petites chutes n'excédant guère 10 à 15 *m*; elle permet d'absorber de gros débits.

L'avantage des pales orientables (turbines *Kaplan*) est de conserver à la turbine un bon rendement aux charges réduites. Celui-ci est de l'ordre de ***0,85***.

A titre d'exemple, l'une des turbines Kaplan de l'usine de *Kembs*, sur le Rhin, fonctionne sous une hauteur de chute de 16,6 *m*; elle absorbe un débit de 187,5 m^3/s et développe une puissance de 36 000 *ch* à la vitesse de 94 *tr/mn*.

LECTURE. — Turbines hydrauliques et houille blanche.

La mise en œuvre des ressources offertes par la nature en matière d'énergie hydraulique est illustrée par de grands noms français.

Il convient tout d'abord de rendre hommage à ***Benoît Fourneyron*** (1802-1867), né à Saint-Étienne, inventeur de la turbine hydraulique. Inspiré sans doute par les roues horizontales alors en usage dans le midi de la France, il réalise, en 1827, une turbine à axe vertical qu'il appelle *roue à* ***pression universelle et continue*** (fig. 11). L'eau y est distribuée par des aubes fixes; elle arrive tangentiellement aux aubes de la roue mobile, y pénètre avec une vitesse dont la direction est horizontale et sort à la périphérie après avoir abandonné la plus grande partie de son énergie. Cette découverte devait être heureusement complétée plus tard par l'invention de la dynamo ***(Gramme)***, l'invention du transport de l'énergie électrique ***(Marcel Deprez)***, l'utilisation des chutes d'eau.

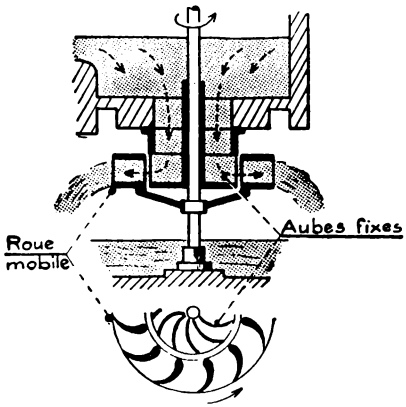


Fig. 11.
Schéma de la ***turbine Fourneyron.***

Puis c'est ***Fontaine*** (1833-1917), ingénieur des Arts et Métiers, qui imagine une turbine dont la roue mobile est placée au-dessous du distributeur et où l'eau descend verticalement.

Dans le domaine de l'utilisation des chutes d'eau, il faut citer ***Aristide Bergès*** (1833-1904) fils d'un fabricant de papier de l'Ariège. Cet ingénieur de l'École Centrale s'établit en 1866 dans le Dauphiné, en vue d'installer une râpeuse à bois. Il songe alors à employer la force des torrents de montagne et, en 1869, il équipe une première chute haute de 200 mètres, dont le débit moyen est de 200 litres par seconde; l'usine qu'elle alimente est mise en route sans incident.

En 1882, après avoir gagné les procès intentés contre lui par les riverains du ruisseau dont il a dérivé les eaux, *Bergès* remonte la prise d'eau de son usine et porte à 500 mètres la hauteur de chute. Hardi novateur, travailleur persévérant et d'une volonté tenace, il mérite bien le nom qu'on lui a donné d'inventeur de la houille blanche. Lui-même disait :

« De la houille blanche, il n'y en a pas; ce n'est évidemment qu'une métaphore. Mais j'ai voulu employer ce mot pour frapper l'imagination et signaler avec vivacité que les glaciers des montagnes peuvent, étant exploités en force motrice, être pour la région et pour l'État des richesses aussi précieuses que la houille des profondeurs.

. . . . . .

Des millions de chevaux de force motrice presque gratuite peuvent être acquis à l'industrie et exploités pour les applications électriques. »

L'exemple de *Bergès* a été suivi. L'énergie hydraulique est actuellement une des principales richesses de notre pays qui dispose, à ce point de vue, de ressources considérables encore inutilisées[1].

D'après *La France, pays de grandes découvertes*, par Léon Guillet (*Presses Universitaires de France*).

---

1. Citons quelques chiffres. En France, la production annuelle d'énergie électrique fut approximativement :

— en 1930, de 16 750 millions de *kWh* (usines thermiques : 8 450 millions *kWh*; usines hydrauliques : 8 300 millions *kWh*);

Résumé.

1. Alors que dans la turbine Pelton l'eau agit successivement sur chacun des augets qu'elle pousse, dans la *turbine Francis* et la *turbine-hélice* elle agit simultanément sur toutes les aubes de la roue.

2. La turbine Francis comporte :
1° un *distributeur* constitué par des aubes directrices pouvant pivoter autour de leurs axes et commandées par un *cercle de vannage;*
2° une *roue à aubes;*
3° un *diffuseur* qui joue le rôle du tube d'aspiration et qui permet de récupérer une partie importante de la hauteur de chute à la sortie de la roue.
Très souvent une *bâche spirale* entoure la roue.

3. La variation du débit, qui entraîne la variation de la puissance fournie par la turbine, est obtenue par l'ouverture plus ou moins grande des aubes directrices.
Une *vanne compensatrice* permet d'éviter les coups de bélier lorsque la charge diminue brusquement.

4. La *turbine-hélice* comporte les mêmes organes essentiels que la turbine Francis; elle en diffère par la forme de la roue qui ressemble à une hélice dont les pales sont fixes ou orientables. La turbine-hélice absorbe de très gros débits sous de faibles hauteurs de chute.

5. Le rendement maximum de ces deux genres de turbines est de l'ordre de 0,85 à 0,90.

Exercices.

1. L'usine hydro-électrique du barrage d'*Eguzon* (Creuse) est équipée avec des turbines *Francis* à une roue et à axe vertical. La hauteur nette de chute $H_n = 55$ *m.*

Chaque roue débite 25,5 m^3/s à pleine ouverture du distributeur et fournit une puissance de 15 000 *ch* à la vitesse de 250 *tr/mn.* Calculer pour une turbine :
1° la puissance hydraulique mise à sa disposition;
2° le rendement;
3° le moment du couple moteur sur l'arbre de la roue.

2. Une des turbines Francis du barrage de *Marèges* (*Corrèze*) fonctionne sous une hauteur nette de chute $H_n = 75$ *m.* Elle développe une puissance maximum de 46 500 *ch* à la vitesse de 150 *tr/mn* et son rendement est alors de 0,894. Calculer :
1° le moment du couple moteur sur l'arbre de la roue;
2° le débit.

3. Calculer le rendement de la turbine-hélice citée en exemple au paragraphe C.

— en 1938, de 21 000 millions *kWh* (usines thermiques : 9 000 millions *kWh*; usines hydrauliques : 12 000 millions *kWh*);
— en 1948, de 30 000 millions de *kWh* (usines thermiques : 13 000 millions *kWh*; usines hydrauliques : 17 000 millions de *kWh*.

Pendant longtemps, le charbon a été la source prédominante d'énergie et son importance s'est accrue du fait qu'il est à l'origine d'une série de produits chimiques essentiels. Par sa position géographique, son climat, son relief, la France est à même, en développant le nombre et l'importance de ses barrages, de faire face aux insuffisances de sa production charbonnière.

Machine à vapeur. Notions générales.

I. — ORGANES ESSENTIELS. LEUR FONCTIONNEMENT

1. Des observations familières montrent que la vapeur d'eau peut produire des effets dynamiques.

Lorsque l'eau bout dans une marmite, sa vapeur soulève le couvercle pour s'échapper au dehors.

Les autoclaves, réalisations modernes de la célèbre marmite de Papin, portent toujours une soupape de sûreté qui se soulève lorsque la pression de la vapeur devient trop grande.

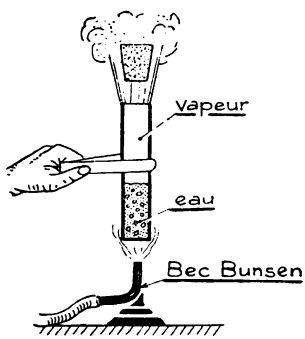


Fig. 1. — Le bouchon saute lorsque la pression de la vapeur d'eau devient suffisante.

Expérience. — Versez de l'eau dans un tube métallique, et fermez-le hermétiquement à l'aide d'un bouchon légèrement graissé (fig. 1). Chauffez. Il arrive un moment où la force pressante de la vapeur fait sauter le bouchon.

Conclusion. — La vapeur de l'eau chauffée dans un récipient clos peut acquérir une pression suffisante pour déplacer une paroi de ce récipient *si elle est mobile.*

C'est sur ce fait expérimental que repose le fonctionnement de la machine à vapeur.

2. Une machine à vapeur comporte trois organes essentiels.

1° une **chaudière** ou **générateur de vapeur,** qui reçoit la chaleur dégagée par le combustible brûlé dans le foyer; l'eau qu'elle contient se vaporise (fig. 2);

2° un **cylindre,** où la vapeur venue de la chaudière pousse une **paroi mobile,** le **piston,** tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre;

3° un système **bielle-manivelle,** qui transforme le mouvement rectiligne alternatif du piston en un mouvement de rotation continu de l'*arbre de couche,* sur lequel est calé un lourd volant.

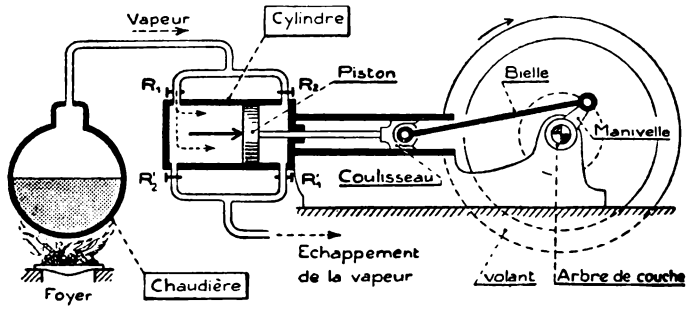


Fig. 2. — *Schéma d'une machine à vapeur à piston.*

Décrivez les trois organes essentiels de la machine et expliquez-en le fonctionnement.

3. La chaudière produit de la vapeur dont la pression croît avec la température.

La chaudière ne communique qu'avec l'une des chambres du cylindre : le tout forme un espace *clos.* Aussi la température de l'eau et de la *vapeur saturée* qui la surmonte dépasse-t-elle 100°; elle atteint 250° dans certaines machines.

La pression de la vapeur croît rapidement avec la température. Le tableau suivant donne quelques résultats d'expériences faites par le physicien français *Regnault*[1].

PRESSION DE LA VAPEUR D'EAU SATURÉE

Température *t*	Pression en *grammes par cm²*	Température *t*	Pression en *kilogrammes par cm²*
— 10°	2,9 *gp/cm²*	120°	2,03 *kgp/cm²*
0°	6,3 —	140°	3,7 —
20°	23,7 —	160°	6,3 —
40°	75 —	180°	10,3 —
60°	204 —	200°	15,9 —
80°	483 —	250°	40 —
100°	1 033 —	300°	78 —

1. REGNAULT (1810-1878) : physicien français, célèbre par ses mesures des pressions maxima de la vapeur d'eau aux diverses températures.

4. Schéma du fonctionnement d'une machine à vapeur.

1° **Production du mouvement rectiligne du piston.** — La vapeur arrive dans le cylindre par deux tuyaux munis chacun d'un robinet R_1 et R_2. Elle en sort et s'échappe dans l'atmosphère par deux autres tuyaux également munis de robinets R'_1 et R_2 (fig. 2).

Supposez le piston près du fond gauche du cylindre (fig. 3, I). Les robinets R_1 et R'_1 s'ouvrent automatiquement; R_2 et R'_2 se ferment. La vapeur envahit la chambre A et exerce sur le piston une force F qui le pousse vers la droite. La chambre B communique avec l'air atmosphérique dont la pression pousse le piston vers la gauche avec une force f. Mais la pression de la vapeur étant supérieure à la pression atmosphérique, la force F est supérieure à la force f. Le piston se déplace vers la droite.

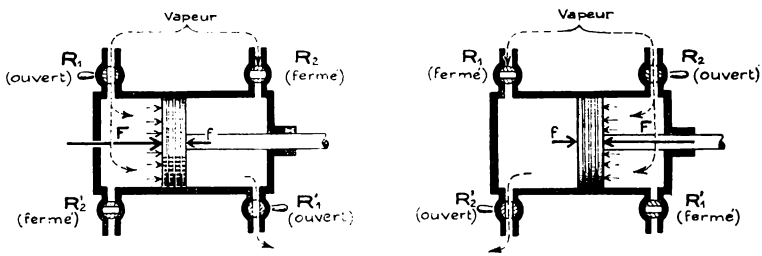


Fig. 3, I. Fig. 3, II.

Fig. 3. — Expliquez ce qui se passe lorsque la vapeur est admise dansla chambre *de gauche* (fig. 3, I) puis dans la chambre *de droite* (fig. 3, II).

Quand il arrive près du fond de droite du cylindre, R_1 et R'_1 se ferment, R_2 et R'_2 s'ouvrent. C'est alors la chambre B qui reçoit la vapeur, la chambre A qui communique avec l'atmosphère (fig. 3, II). Le piston est poussé vers la gauche.

Les mêmes manœuvres se succèdent régulièrement; le piston prend un mouvement de va et vient, mouvement rectiligne alternatif.

Remarque. — La machine fonctionnant ainsi est dite à ***double effet***, parce que la vapeur est admise dans les deux chambres A et B du cylindre; pendant qu'elle est admise dans l'une, elle s'échappe de l'autre. Les deux courses, aller et retour, sont donc motrices.

2° **Transformation du mouvement rectiligne alternatif du piston en mouvement de rotation continue de l'arbre de couche.** — Cette transformation a été étudiée en cinématique appliquée (9e Leçon, page 71). Notons qu'à une course aller et une course retour du piston correspond un tour de l'arbre de couche.

5. Calculons la puissance d'une machine à vapeur.

Rappelons que la puissance d'une machine motrice est le travail qu'elle fournit par seconde. Or, dans une machine à vapeur, c'est la vapeur qui produit la force motrice; c'est donc le *travail fourni chaque seconde par la vapeur qu'il s'agit de calculer.*

Pour fixer les idées, supposons que la machine fonctionne dans les conditions suivantes :

Pression de la vapeur admise dans le cylindre ..... $p_0 = 8$ *kgp/cm²*
Pression de la vapeur pendant l'échappement ..... $p_1 = 1$ *kgp/cm²*
(égale à la pression atmosphérique)
Surface du piston ..... $S = 700$ *cm²*
Longueur de la course du piston ..... $L = 0{,}6$ *m*
Nombre de tours par minute de l'arbre de couche ..... $n = 120$ *tr/mn*
La vapeur est admise à pleine pression (8 *kgp/cm²*) *dans le cylindre pendant toute la course d'admission. La machine est à double effet.*

a) **Travail fourni par la vapeur pendant la course d'admission.**

La vapeur exerce sur la base du piston une force pressante ***F***, normale à cette base, donc *parallèle au déplacement, de même sens que ce déplacement,* et dont l'intensité constante est :

$$F = 8 \times 700 = \mathbf{5\,600\ kgp}$$

Cette force produit un travail égal au produit de son intensité par la longueur du déplacement :

$$A_1 = 5\,600 \times 0{,}6 = \mathbf{3\,360\ kgm}$$

b) **Travail fourni par la vapeur pendant la course d'échappement.**

La vapeur exerce alors sur la base du piston une force pressante ***f***, normale à cette base, donc de *même direction que le déplacement,* mais de *sens contraire.* C'est donc une *force résistante,* dont l'intensité constante est :

$$f = 1 \times 700 = \mathbf{700\ kgp}$$

Elle produit un *travail résistant,* égal à :

$$A_2 = -(700 \times 0{,}6) = \mathbf{-\,420\ kgm}$$

c) **Travail fourni par la vapeur dans une chambre du cylindre, pendant un aller et retour du piston.**

C'est la somme des travaux fournis, pendant la course d'admission et la course d'échappement, soit :

$$A = A_1 + A_2 = 3\,360 - 420 = \mathbf{2\,940\ kgm}$$

d) **Puissance de la machine.**

C'est une machine à double effet. Pendant un aller et retour du piston la vapeur est admise une fois dans chaque chambre du cylindre; le travail

de la vapeur est, dans chacune d'elles, de 2 940 *kgm*[1]; pour les deux chambres, il est de :

$$2\,940 \times 2 = 5\,880 \text{ kgm}$$

C'est le travail correspondant à 1 tour de l'arbre de couche. Or cet arbre fait 120 *tr/mn*, soit 2 *tr/s*. Le travail fourni par la vapeur pendant chaque seconde est :

$$5\,880 \times 2 = 11\,760 \text{ kgm/s}$$

La puissance de la machine est donc ***11 760 kgm/s*** ou 11 760 : 75 = ***157 chevaux.*** Cette puissance s'appelle **puissance indiquée** parce qu'elle peut être mesurée à l'aide d'un manomètre enregistreur appelé *indicateur de Watt.* Nous étudierons cet appareil dans la leçon suivante.

REMARQUE. — En recommençant les raisonnements précédents, vous établirez sans difficulté les formules suivantes :

a) *Travail effectué par la vapeur dans une chambre du cylindre pendant un aller et retour du piston :*

$$\underset{kgm}{A} = \underset{kg/cm^2}{(p_0} - \underset{kg/cm^2}{p_1)} \underset{cm^2}{S} . \underset{m}{L} \qquad (1)$$

A : travail en kilogrammètres;

p_0 : pression de la vapeur pendant l'admission en kilogrammes par centimètre carré;

p_1 : pression de la vapeur pendant l'échappement en kilogrammes par centimètre carré;

S : surface de base du piston en centimètres carrés;

L : longueur de la course du piston en mètres.

b) *Puissance indiquée de la machine en chevaux-vapeur :*

$$\underset{ch}{P_i} = \frac{\overset{kgp/cm^2}{(p_0} - \overset{kgp/cm^2}{p_1)} \overset{cm^2}{S} . \overset{m}{L} . \overset{tr/mn}{n}}{30 \times 75} \qquad (2)$$

n : nombre de tours par minute de l'arbre de couche.

II. — LES PERFECTIONNEMENTS

Le combustible coûte cher; il faut, pour l'économiser, *obtenir le maximum de travail de la vapeur produite.* Les mécaniciens ont été conduits à trois perfectionnements principaux :

1° **condensation** de la vapeur qui s'échappe du cylindre;

2° **détente** de la vapeur dans le cylindre;

3° **surchauffe** de la vapeur avant son admission dans le cylindre.

1. En fait, le travail est un peu plus faible dans la chambre traversée par la tige du piston, car la poussée de la vapeur s'exerce sur une surface moins grande du piston (surface de la section de la tige déduite). Nous négligeons ici cette différence.

6. L'emploi d'un condenseur augmente la puissance de la machine à vapeur.

Imaginez que la vapeur, au lieu de s'échapper dans l'atmosphère, s'échappe dans un récipient clos où l'on maintient le vide (*pression nulle*). Pendant toute la course d'échappement la pression p_1 de la vapeur est nulle : $p_1 = 0$; la force résistante qu'elle oppose au déplacement du piston est alors nulle; le travail résistant correspondant est supprimé; d'où un gain appréciable.

Les formules (1) et (2) deviennent :

$$(3) \qquad A = p_0 . S . L \qquad P_i = \frac{p_0 . S . L . n}{30 \times 75} \qquad (4)$$

Dans le cas de la machine précédente, la puissance indiquée serait 179 *ch* au lieu de 157 (augmentation de 22 *ch*, soit 14 %).

Pratiquement, on fait échapper la vapeur dans un récipient vide d'air, ne contenant que de l'eau, et maintenu à température aussi basse que possible : 40° environ. C'est le **condenseur** (fig. 4).

La pression p_1 de la vapeur dans le cylindre au cours de l'échappement est égale à celle qui règne dans le condenseur, c'est-à-dire la *pression de la vapeur d'eau saturée à la température de cet appareil* : par exemple 0,075 *kg/cm²* si cette température est 40°. La puissance de la machine dans ces conditions serait de 175 chevaux-vapeur environ.

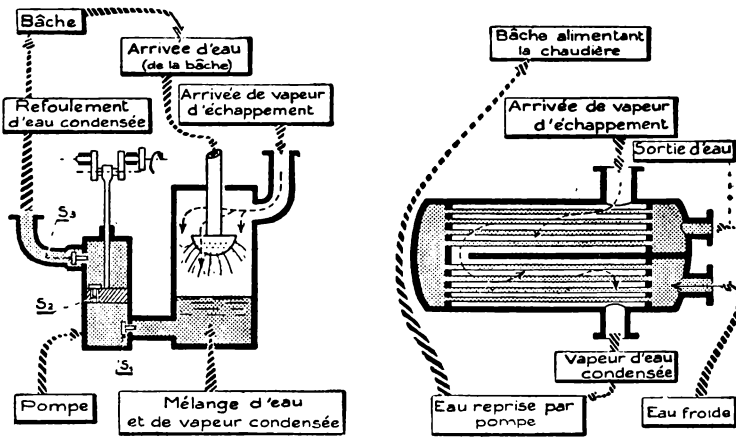


Fig. 4. — ***Schémas de condenseurs*** de vapeur d'échappement.
A gauche : ***condenseur par mélange;***
A droite : ***condenseur par surface.***

7. En faisant détendre la vapeur dans le cylindre, on obtient plus de travail mécanique, avec la même quantité de vapeur.

Nous avons supposé jusqu'ici que la vapeur arrive dans le cylindre pendant toute la course d'admission. Il est possible d'opérer plus économiquement.

Supposez que le robinet d'admission se ferme dès que le piston a parcouru 1/5 de sa course, par exemple. Pendant cette partie de la course, la vapeur a travaillé à pleine pression, comme précédemment. Ensuite, elle continue à pousser le piston, et, pendant les 4/5 de course restants, à fournir du travail moteur; *il y a donc production de travail sans nouvelle dépense de vapeur.*

Mais à mesure que le piston se déplace, le volume occupé par la vapeur (dont la masse ne change plus), va croissant; par suite, sa pression diminue : *la vapeur se détend*[1].

Il est clair qu'on augmente l'économie en prolongeant la détente le plus possible. Il faut toutefois que la pression de la vapeur, en fin de course du piston, soit un peu supérieure à celle qui règne dans le condenseur. Pratiquement on écourte la détente et l'échappement commence alors que la pression de la vapeur est encore supérieure à la pression atmosphérique[2].

Remarque 1. — Lorsqu'une machine fonctionne avec détente, le travail produit pendant la course motrice est évidemment plus faible que lorsque la machine fonctionne à pleine admission, puisque la force qui pousse le piston diminue à mesure que la vapeur se détend. Donc, si la machine tourne à la même vitesse, elle produit moins de travail pendant un temps donné, pendant 1 seconde par exemple : *la puissance d'une machine fonctionnant avec détente est plus faible que celle de la même machine fonctionnant sans détente*[3].

Remarque 2. — Pour pousser la détente sans allonger trop le cylindre, on utilise les machines dites *compound* ou machines à expansions multiples.

---

1. Ce point sera précisé au cours de la leçon suivante où nous étudierons les diagrammes de la vapeur.

2. Une trop longue détente entraîne la construction d'un cylindre plus long, d'organes de transformation du mouvement plus volumineux. Conséquence : en fin de détente, la majeure partie du travail fourni par la vapeur est absorbée par les frottements.

3. Sur certaines machines : les locomotives, par exemple, des dispositifs mécaniques permettent de régler à volonté la détente, donc de régler la puissance de la machine. Au départ du train, le mécanicien la fait fonctionner sans détente; on entend alors le bruit intense des jets de vapeur qui s'échappent; ce bruit diminue, puis cesse, lorsque la détente a lieu.

Dans une machine à double expansion par exemple, la vapeur à haute pression (*H. P.*) se détend partiellement dans un premier cylindre; puis elle passe dans un second cylindre plus grand (fig. 5) où s'achève sa détente; elle en sort pour se rendre dans le condenseur.

En réalité, il y a entre les deux cylindres un réservoir intermédiaire qui reçoit la vapeur : il joue le rôle de condenseur pour le premier cylindre et de chaudière à basse pression (*B. P.*) pour le second cylindre.

Les cylindres (H. P.) et (B. P.) sont disposés côte à côte parallèlement ou en tandem, c'est-à-dire alignés.

Il existe des machines puissantes à triple et même à quadruple expansion. On choisit généralement les pressions intermédiaires pour que chaque cylindre produise le même travail.

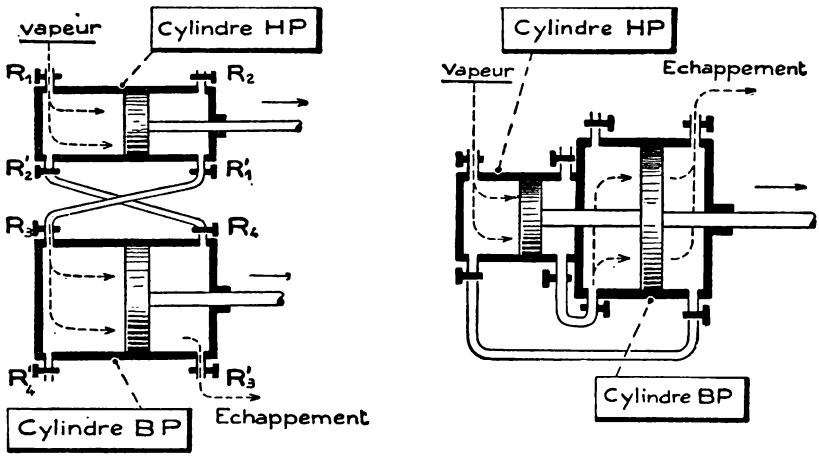


Fig. 5. — Schémas de principe de machines à vapeur à ***double expansion.***

A gauche : cylindre *HP* et cylindre *BP* parallèles;

A droite : cylindre *HP* et cylindre *BP* alignés ou en tandem. Vous pouvez en expliquer le fonctionnement.

8. Il y a intérêt à surchauffer la vapeur avant de l'admettre dans le cylindre.

1° La vapeur saturée qui sort de la chaudière pour se rendre au cylindre entraîne toujours des particules de liquide. La chaleur employée pour chauffer cette eau est de la chaleur perdue puisqu'elle ne correspond à aucun travail.

2° La vapeur se refroidit au cours de sa détente; une partie se condense si elle est saturée quand elle est admise dans le cylindre. Cette condensation provoque une perte de travail.

Pour ces deux raisons principales, on a tendance à *élever de plus en plus la température de la vapeur, sans accroître sa pression*, avant de l'admettre dans le cylindre. A cet effet, on la fait passer dans un **surchauffeur,** faisceau de tubes chauffés par les gaz du foyer de la chaudière (fig. 6). Alors que la température de la chaudière ne dépasse pas 250° environ, la surchauffe porte la température de la vapeur à 400° et même 500°. La vapeur n'est plus saturée, mais sèche.

9. La machine à vapeur moderne.

Outre les organes essentiels : *chaudière, cylindre, mécanisme bielle-manivelle*, elle comporte donc : un *condenseur* et un *surchauffeur*.

L'eau condensée est reprise par une pompe qui la renvoie dans la chaudière. Elle traverse, avant d'y arriver, des *tubes réchauffeurs* placés sur le trajet des fumées : celles-ci se refroidissent à leur contact ; on diminue ainsi les calories qu'elles emportent dans l'atmosphère et qui sont des calories perdues.

La figure 6 donne le schéma de l'installation d'une machine à vapeur moderne, à *double effet, détente* et *simple expansion*.

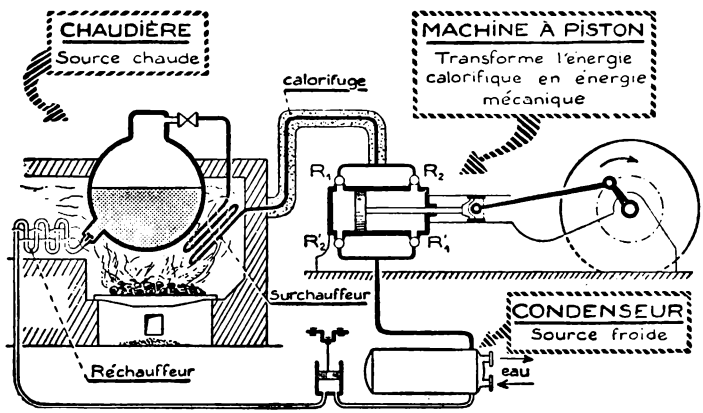


Fig. 6. — ***Surchauffe, détente*** et ***condensation*** permettent d'améliorer le rendement d'une machine à vapeur. Celle-ci transforme en énergie mécanique la « *chute de chaleur* » entre la source **chaude** (*chaudière*) et la source froide (*condenseur*).

Résumé.

1. Une machine à vapeur comporte trois organes essentiels :

1° une *chaudière* ou générateur de vapeur où l'eau se vaporise sous l'action de la chaleur dégagée par le combustible brûlé dans son foyer ;

2° un *cylindre* où la vapeur agit alternativement sur les faces d'un piston mobile ;

3° un *système bielle-manivelle* qui transforme le mouvement rectiligne alternatif du piston en mouvement circulaire continu de l'arbre de couche.
Un *volant* calé sur l'arbre de couche et de grand moment d'inertie assure une vitesse de régime sensiblement constante.

2. Divers perfectionnements permettent d'économiser le combustible brûlé dans la chaudière et d'obtenir le maximum de travail de la vapeur produite :
condensation de la vapeur qui, au lieu de s'échapper à l'air libre après avoir poussé le piston, se rend dans un condenseur où la pression est inférieure à la pression atmosphérique ;
détente de la vapeur dans le cylindre ;
surchauffe de la vapeur avant son introduction dans le cylindre.

Exercices.

1. En vous aidant du tableau de la page 179 tracez les diagrammes de la variation de la pression maximum de la vapeur d'eau entre — 10° et 80° et entre 80° et 230°.

Échelles 1er DIAGRAMME { *températures* : 5 *mm* pour 10°
pressions : 10 *mm* pour 100 *gp/cm²*
2e DIAGRAMME { *températures* : 5 *mm* pour 10°
pressions : 5 *mm* pour 1 *kgp/cm²*.

2. A. La ***formule de Regnault*** (valable jusqu'à la pression de 25 *kgp/cm²*) :

$$\underset{\text{kilocalories}}{Q = 606{,}5 + 0{,}305\, t_1}$$

permet de calculer la quantité de chaleur nécessaire pour transformer 1 *kgp* d'eau pris à la température de 0° entièrement en vapeur saturante à la température t_1 degrés centésimaux.

Calculer la quantité de chaleur nécessaire pour transformer 1 *tonne-masse* d'eau, prise à la température $t_2 = 60°$ en vapeur saturante à la température de 200°.

B. La *chaleur spécifique moyenne* de la vapeur surchauffée est de 0,6 *kilocalorie par kilogramme de vapeur et par degré* c'est-à-dire, qu'il faut fournir 0,6 *kilocalorie* à 1 *kgp* de cette vapeur pour élever sa température de 1°. Calculer la quantité de chaleur nécessaire pour surchauffer, à la température de 250°, 1 *tonne* de vapeur saturante prise à la température de 200°.

C. Déduire des résultats précédents la quantité de charbon qu'il faudra brûler dans la chaudière pour transformer 1 *tonne* d'eau, prise à la température de 60°, en vapeur surchauffée à 250° sachant que 1 *kg* de charbon dégage 7 500 *kilocalories* et que le rendement de la chaudière est de 70 %.

Machine à vapeur. Puissance. Rendement. Régulation.

PUISSANCE ET RENDEMENT

Nous avons calculé le travail fourni par la vapeur dans une chambre du cylindre, pendant un aller et retour du piston, dans le cas d'une machine sans détente :

$$A = (p_0 - p_1)\, S.L$$

et nous en avons déduit facilement la *puissance indiquée* de la machine.

Lorsqu'il y a détente de la vapeur, le calcul est plus compliqué. Nous ne l'aborderons pas ; mais nous montrerons comment on mesure pratiquement le travail fourni par la vapeur. Pour comprendre le principe de cette mesure, il nous faut étudier d'abord comment évolue la pression de la vapeur pendant son travail.

1. Les variations de la pression de la vapeur, dans une chambre du cylindre, lorsque le piston se déplace, peuvent être représentées par un diagramme.

Occupons-nous de ce qui se passe dans la chambre S (fig. 1).

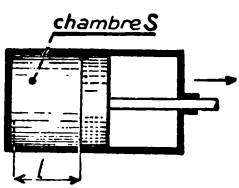


Fig. 1.

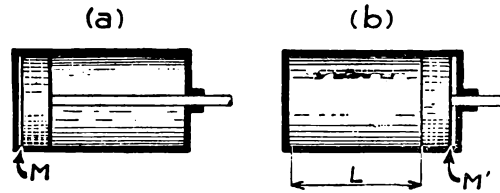


Fig. 2.

A. **Machine sans détente.** — Traçons deux axes de coordonnées rectangulaires O*x*, O*y* et, *pour chaque position du piston*, portons :

en abscisses : la longueur *l* de la chambre (échelle : *x cm* pour *1 m*) ;

en ordonnées : la pression *p* de la vapeur dans cette chambre (échelle : *y cm* pour *1 kgp/cm²*).

1° L'admission de la vapeur commence lorsque le piston est au point mort M (fig. 2, *a*). *Sans qu'il se déplace, la pression passe de la valeur* p_1 (pression dans le condenseur) *à la valeur* p_0 (pression dans la chaudière). Le point figuratif de la pression décrit la droite BC (fig. 3) :

$$OB = (y \times p_1)cm;$$
$$OC = (y \times p_0)\ cm$$

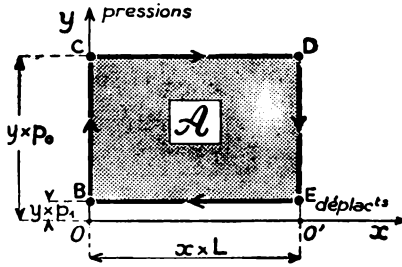


Fig. 3. — ***Diagramme d'une machine sans détente.***

Le travail mécanique fourni par la vapeur au piston est proportionnel à l'aire *A* embrassée par le diagramme.

2° L'admission continue pendant que le piston se déplace du point mort M ($l = 0$) au point mort M' ($l = L$) (fig. 2 *b*).

La vapeur étant admise pendant toute cette course, *sa pression reste égale à* p_0. Le point figuratif décrit une parallèle CD à l'axe des abscisses :

$$CD = (x \times L)\ cm$$

3° Lorsque le piston arrive en M', l'admission cesse; l'échappement commence. *Sans qu'il se déplace, la pression tombe de la valeur* p_0 *à la valeur* p_1; le point figuratif décrit la droite DE parallèle à l'axe des ordonnées

$$OD = (y \times p_0)\ cm; \qquad OE = (y \times p_1)\ cm$$

4° Ensuite, le piston revient en arrière jusqu'à sa position initiale. La chambre communique avec le condenseur pendant toute cette course. *La pression y reste constante, égale à* p_1. Le point figuratif de la pression décrit la droite EB parallèle à l'axe des abscisses

$$EB = (x \times L)\ cm$$

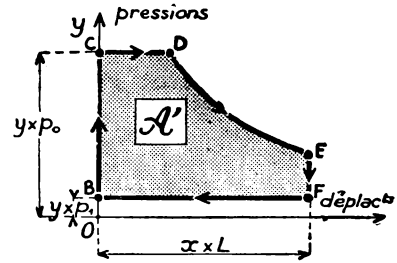


Fig. 4. — ***Diagramme d'une machine à détente.***

L'aire $\mathcal{A}$ embrassée par le diagramme est égale à :

$$\mathcal{A} = BC \times CD = y(p_0 - p_1) \times x.L$$
$$= xy(p_0 - p_1)L$$

B. Machine avec détente. — Le diagramme est BCDEFB (fig. 4) :

BC : début de l'admission;
CD : admission (pendant une partie de la course aller);
DE : détente (pendant le reste de la course aller);
EF : début de l'échappement;
FB : échappement (pendant la course de retour).

REMARQUE 1. — Le diagramme, s'il est construit pour la même machine, avec les mêmes échelles, a même longueur BF et même hauteur maximum que le diagramme à pleine admission (fig. 3); mais, à cause de la détente et de la courbe DE qui en résulte, l'aire $\mathcal{A}'$ qu'il embrasse est plus petite que l'aire $\mathcal{A}$ (fig. 3).

REMARQUE 2. — Une analyse plus précise du fonctionnement de la machine tient compte :

1° de l'*avance à l'admission* qui a lieu un peu avant la fin de la course au retour (point K, fig. 5).

2° de l'*avance à l'échappement* : l'orifice d'échappement s'ouvre un peu avant la fin de la course aller (point I) et se ferme avant la fin de la course de retour (point J);

3° du fait que, pendant l'admission, la pression de la vapeur dans le cylindre est un peu inférieure à la pression p_0 qui règne dans la chaudière; de même, pendant l'échappement, la pression est un peu plus forte dans le cylindre que dans le condenseur.

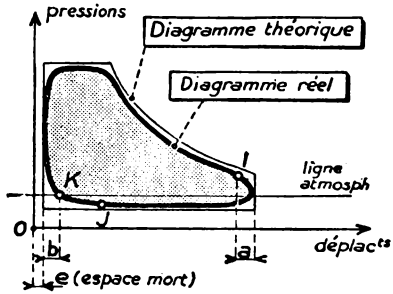


Fig. 5. — ***Diagramme réel.*** L'aire qu'il embrasse est inférieure à celle du diagramme théorique.

A quoi correspondent les points *I*, *J* et *K* du diagramme?

Le diagramme ne présente plus de points anguleux; et il est tout entier situé à l'intérieur du diagramme théorique (fig. 4).

2. Le travail A fourni par la vapeur au piston est proportionnel à l'aire embrassée par le diagramme : déplacement du piston-pression de la vapeur.

Machine sans détente. — Nous avons montré :

1° que le travail A fourni par la vapeur pendant une course aller et retour du piston, dans une seule chambre du cylindre, a pour mesure :

$$A = (p_0 - p_1)\, S.L$$

2° que l'aire $\mathcal{A}$ embrassée par le diagramme : déplacement du piston-pression de la vapeur, a pour mesure :

$$\mathcal{A} = x.y(p_0 - p_1)L$$

On a donc : $\dfrac{A}{\mathcal{A}} = \dfrac{S}{x.y}$ ou : $\boxed{A = \dfrac{S}{x.y} \times \mathcal{A}}$ (1)

S : surface de base du piston, mesurée en cm^2, est un nombre constant qui caractérise la machine;

x et y : échelles des abscisses et des ordonnées du diagramme sont également des nombres constants .

Le nombre $\frac{S}{x.y}$ est donc constant et l'on a :

$$A = \text{Constante} \times \mathcal{A}$$

Le travail A est proportionnel à l'aire $\mathcal{A}$ du diagramme.

Machine avec détente. — La démonstration est un peu plus compliquée, mais elle conduit au même résultat.

3. Le diagramme réel peut être relevé directement à l'aide d'un indicateur de Watt.

L'**indicateur de Watt** est un *manomètre métallique enregistreur* qui inscrit, à chaque instant de la course du piston, la pression de la vapeur dans une chambre du cylindre.

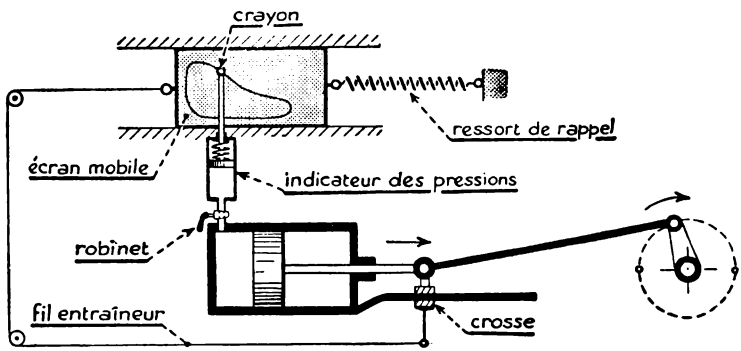


Fig. 6. — ***Principe de l'enregistrement d'un diagramme*** (1er *dispositif de Watt*). — L'écran mobile est tiré de droite à gauche par le fil entraîneur; il est rappelé de gauche à droite par le ressort de rappel. Le crayon traceur se déplace verticalement, d'une quantité proportionnelle à la pression qui règne dans la chambre du cylindre.

La figure 6 est un schéma qui fait comprendre le fonctionnement de cet appareil. La tige du piston communique son mouvement à un écran qui prend ainsi un mouvement rectiligne alternatif. Un très petit cylindre auxiliaire peut être mis en communication avec l'une des chambres du cylindre de la machine à vapeur; il contient un piston que repousse la force pressante de la vapeur. Ce piston écrase un ressort à boudin, d'autant plus que la pression de la vapeur est plus grande; l'élasticité du ressort est parfaite : son écrasement est, à chaque instant, proportionnel à la pression. Le crayon porté par la tige de ce petit piston inscrit donc, sur l'écran, la valeur de la pression pour chaque position du piston de la machine à vapeur.

L'indicateur de Watt (fig. 7) réalise pratiquement le schéma précédent. L'écran est constitué par une feuille de papier enroulée sur un cylindre mobile autour de son axe. Une corde K, attachée à la crosse de la machine à vapeur, commande, par son mouvement alternatif, la rotation de la poulie R. La poulie R' solidaire de R, mais de plus petit rayon, transmet ce mouvement de rotation au cylindre enregistreur avec une amplitude réduite.

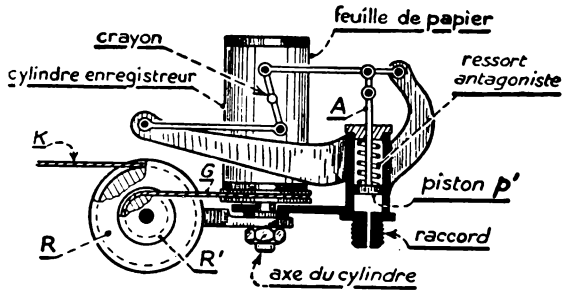


Fig. 7. — ***Indicateur de Watt.*** Le *raccord* est vissé sur le cylindre de la machine de sorte que la vapeur contenue dans celui-ci peut agir sur le piston *p'*. La corde *K* est reliée à la crosse. Les roues *R* et *R'* permettent de réduire l'angle de rotation du cylindre enregistreur.

Le cylindre du manomètre est mis en communication avec l'une des chambres du cylindre de la machine à vapeur par un tube fileté ou *raccord*. Le mouvement de la tige A est transmis au crayon inscripteur par un système de leviers combinés pour donner à ce crayon un mouvement rectiligne suivant les génératrices du cylindre enregistreur.

Le diagramme obtenu a la forme indiquée (fig. 6).

4. Comment utilise-t-on pratiquement le diagramme réel pour mesurer la puissance de la machine?

1° On mesure par une méthode quelconque l'aire embrassée par le diagramme : soit $\mathcal{A}$ *cm²*, puis la longueur *l cm* de ce diagramme, ce qui permet de calculer l'**ordonnée moyenne,** c'est-à-dire la hauteur y_m du rectangle NPQR qui a même aire $\mathcal{A}$ *cm²* et même longueur que le diagramme (fig. 8) :

$$\mathcal{A} = y_m \times l$$

2° La formule (1) devient :

$$A = \frac{S}{x.y} \times y_m \times l = \frac{y_m \times l}{y \times x}.S$$

Mais $\frac{l}{x}$ représente la course réelle *L mètres* du piston dans le cylindre de la machine à vapeur; *L* est facile à mesurer directement.

D'autre part *y* est l'échelle des ordonnées : c'est le nombre de centimètres dont se déplace la pointe du crayon enregistreur lorsque la

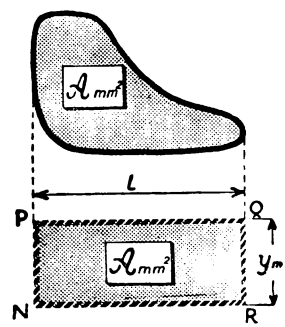


Fig. 8. — ***L'ordonnée moyenne*** du diagramme est la hauteur y_m du rectangle qui a même aire et même longueur *l* que le diagramme réel.

pression s'accroît de 1 kgp/cm^2. Ce nombre est donné par le constructeur de l'indicateur de *Watt*.

On peut donc calculer $\frac{y_m}{y}$: c'est une pression en kgp/cm^2; on l'appelle **pression moyenne : p_m**

En définitive :

$$\underset{kgm}{A} = \underset{kgp/cm^2}{p_m} \times \underset{cm^2}{S} \times \underset{m}{L}$$

C'est le travail fourni par la vapeur admise dans une chambre.

La vapeur, *pendant une course aller et retour* du piston, est admise dans les deux chambres. Elle produit donc un travail égal à $2A$.

Si l'arbre fait n *tr/mn*, soit $\frac{n}{60}$ *tr/s*, le travail par seconde, c'est-à-dire a puissance de la machine est :

$$P = 2A \times \frac{n}{60} = \frac{A.n}{30} = \frac{p_m . S . L . n}{30} \ kgm/s$$

ou :

$$\underset{ch}{P} = \frac{\underset{kgp/cm^2}{p_m} \cdot \underset{cm^2}{S} \cdot \underset{m}{L} \cdot \underset{tr/mn}{n}}{30 \times 75}$$

REMARQUE. — S et L sont des nombres qui caractérisent la construction de la machine; on les mesure une fois pour toutes.

n est le nombre de tours par minute de la machine lors de l'essai; on le mesure à l'aide d'un compte-tours ou d'un tachymètre.

p_m se déduit du diagramme comme il a été dit : mesure de l'aire embrassée $\mathcal{A}$, mesure de la longueur l (fig. 8), calcul de l'ordonnée moyenne $y_m = \frac{\mathcal{A}}{l}$, enfin calcul de p_m connaissant la flèche y du ressort de l'indicateur pour une pression de 1 kgp/cm^2.

5. Voici des expressions dont vous devez connaître le sens.

Puissance indiquée P_i : c'est la puissance évaluée à l'aide de l'indicateur de *Watt*.

Cette puissance est fournie au piston qui la transmet par le système bielle-manivelle à l'arbre de couche. Mais les chocs et les frottements, la commande automatique de la distribution de vapeur dans le cylindre et divers autres mécanismes accessoires, absorbent une partie de la puissance indiquée; de sorte que la puissance disponible sur l'arbre pour la commande de machines réceptrices lui est toujours inférieure.

Puissance effective P_e : c'est la puissance disponible sur l'arbre. *On la calcule* à la suite de deux mesures :

1° mesure de la vitesse de rotation au compte-tours;

2° **mesure du moment du couple moteur** à l'aide d'un *frein de Prony* (fig. 9) ou d'une *dynamo-frein*.

La théorie du frein de Prony montre que le moment $\mathcal{M}$ du couple moteur et égal, en valeur absolue, au moment par rapport à l'axe de rotation du poids Q de la charge placée sur le plateau :

$$\underset{m.kg}{\mathcal{M}} = \underset{m}{L} . \underset{kgp}{Q}$$

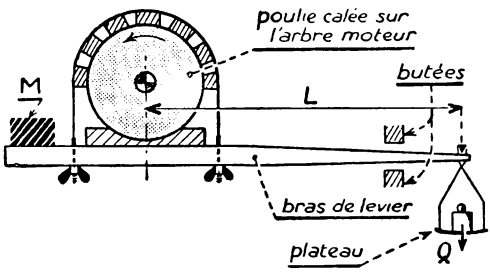


Fig. 9. — *Frein de Prony équilibré.* La masse M réalise l'équilibre horizontal du bras de levier et du plateau vide lorsque la poulie est montée sur un axe parfaitement mobile.

Quand la poulie tourne, elle tend à entraîner le bras de levier dans un mouvement de rotation autour de l'arbre moteur. On maintient le bras horizontal en chargeant le plateau avec des masses marquées (*poids* Q).

Le *moment du couple moteur* est mesuré par le produit $L\ (m) \times Q\ (kgp)$.

Rendement organique ou **rendement mécanique** : c'est le rapport entre la puissance effective et la puissance indiquée :

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_i}$$

Dans une machine de bonne construction, il est de l'ordre de 85%

($\eta_m = 85\% = 0{,}85$).

Rendement global de l'installation chaudière-machine-condenseur : c'est le rapport η_g entre le travail effectivement recueilli sur l'arbre et le nombre de kilogrammètres que pourraient fournir, *si elles étaient intégralement transformées en travail*, les calories du combustible brûlé, *pendant le même temps*, dans le foyer de la chaudière.

Pratiquement, le rendement global d'une machine à vapeur à piston varie de 0,08 à 0,18 selon les types de machines.

EXEMPLE. — *Une machine consomme* 0,500 *kg de charbon par cheval-heure effectif. Le pouvoir calorifique du charbon est de* 7 500 *kilocalories par kilogramme. Calculer le rendement global* η_g.

SOLUTION. — $\eta_g = \dfrac{\text{Travail mécanique recueilli sur l'arbre}}{\text{Travail mécanique équivalent aux calories fournies}}$

$= \dfrac{\text{1 } \textit{cheval-heure}}{\text{Travail équivalent aux calories produites par 0,5 } kg \text{ de charbon}}$

1 ***cheval-heure*** correspond à une quantité de travail égale à

$$75 \times 3\,600 = 270\,000\ kgm$$

Le pouvoir calorifique du charbon est de 7 500 *kilocalories par kg*, c'est-à-dire que 1 *kg* de charbon dégage, en brûlant, 7 500 *kilocalories*.

Or 1 *kilocalorie* équivaut à 427 *kgm*. Par suite, pour 1 *ch-h*, la dépense est de

$$427 \times 7\,500 \times 0{,}5 \simeq 1\,600\,000\ kgm$$

Le rendement global est donc : 270 000 : 1 600 000 $\simeq$ *0,17*.

RÉGULATION

La régulation d'une machine motrice a pour but de maintenir à peu près constante la vitesse de rotation de l'arbre de couche (*vitesse de régime*). Deux organes : le **volant** et le **régulateur** sont employés à cet effet.

6. Rôle du volant.

La poussée de la vapeur sur le piston variant pendant une course, la bielle ayant une obliquité variable, l'effort transmis au maneton de la manivelle change sans cesse de valeur; par suite le moment du *couple moteur* varie.

Si le couple résistant qui sollicite l'arbre de couche a un moment constant, le couple moteur lui est, *dans l'étendue d'un tour*, tantôt supérieur, tantôt inférieur.

Lorsqu'il est supérieur, le mouvement tend à s'accélérer; lorsqu'il est inférieur, le mouvement tend à ralentir. Mais grâce au volant calé sur l'arbre de couche et dont le moment d'inertie est grand, l'accélération angulaire de l'arbre est petite. La vitesse de rotation oscille alors entre deux valeurs si voisines qu'on peut admettre qu'elle est constante.

7. Action du régulateur.

Bornons-nous au *régulateur de Watt*, pratiquement abandonné de nos jours sous sa forme primitive, mais qui a l'avantage de faire apparaître le principe. Il est entraîné par l'arbre de couche (fig. 10).

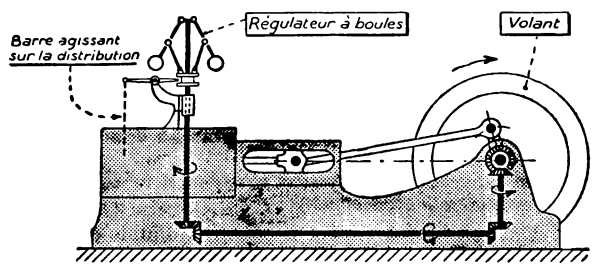


Fig. 10. — ***Régulateur centrifuge.*** Ce schéma montre comment l'arbre moteur commande la rotation du régulateur à boules.

Le moment du couple résistant vient-il à diminuer? Aussitôt le volant qui, *à chaque tour*, reçoit plus d'énergie qu'il n'en cède, tend à tourner de plus en plus vite. De même pour le régulateur dont les boules, en s'écartant, soulèvent le manchon; celui-ci, par un dispositif approprié, suspend ou réduit plus ou moins l'admission de la vapeur[1]; corrélativement, la machine tend à ralentir. Les phénomènes inverses ont lieu lorsque le moment du couple résistant augmente.

1. Voir MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE, 1er Livre, page 208, figure 1.

Résumé.

1. La pression de la vapeur, dans une des chambres du cylindre d'une machine à vapeur, lorsque le piston se déplace, peut être représentée graphiquement. A cet effet on utilise un *indicateur de Watt*, sorte de manomètre enregistreur qui trace directement un diagramme sur la paroi latérale d'un tambour cylindrique dont le mouvement est lié à celui du piston.

2. Le travail fourni par la vapeur au piston est proportionnel à l'aire embrassée par le diagramme de l'indicateur de Watt. C'est le *travail indiqué*. Il lui correspond une certaine *puissance indiquée* P_i que l'on calcule aisément une fois connues l'aire en question, la vitesse de rotation de la machine, la surface et la longueur de la course du piston.

3. Par suite des frottements des divers organes de la machine, la puissance recueillie sur l'arbre ou *puissance effective* P_e est inférieure à la puissance indiquée.

Le rapport $\eta_m = P_e : P_i$ mesure le *rendement organique* ou *rendement mécanique* de la machine. Il est de l'ordre de 0,85 sur une machine de bonne construction.

4. Le *rendement global* de l'installation chaudière-machine-condenseur est beaucoup plus faible et il ne dépasse guère 0,18 sur les ensembles de construction soignée et il est souvent inférieur à 0,10.

5. Deux organes importants contribuent à assurer une vitesse constante à l'arbre de couche :

1° le *volant*, dont le grand moment d'inertie s'oppose aux brusques variations de vitesse;

2° le *régulateur*, qui règle l'arrivée de la vapeur dans le cylindre et ajuste la puissance mécanique fournie par la machine à la puissance nécessaire aux machines opératrices qu'elle commande.

Exercices.

1. Le diamètre du piston d'une machine à double effet est de 300 *mm*. La pression effective d'admission dans le *haut cylindre* (chambre opposée à l'arbre de couche) est de 12 *kgp/cm²*; la pression absolue au condenseur est de 0,2 *kgp/cm²*. Calculer la poussée exercée sur le piston au début de l'admission sachant que le diamètre de la tige est de 60 *mm*.

(*Il est rappelé que la pression effective est la différence entre la pression absolue et la pression atmosphérique.*)

2. Une machine à vapeur à piston, à double effet, à les caractéristiques suivantes :

diamètre du piston	300 *mm*
course	0,50 *m*
vitesse de rotation	150 *tr/mn*

L'ordonnée moyenne du diagramme relevé à l'aide d'un indicateur de *Watt* mesure 32 *mm*. Sachant que le ressort de l'indicateur s'aplatit de 10 *mm* pour une pression de 1 *kgp/cm²*, calculer la puissance indiquée de la machine.

3. Pour évaluer le travail indiqué par un diagramme relevé à l'indicateur de *Watt*, on peut calculer la *pression moyenne*, c'est-à-dire la pression qui devrait avoir la vapeur si l'admission avait lieu pendant toute la course, sans détente aucune et si la pression dans le condenseur était nulle.

La pression moyenne peut être déterminée par le procédé suivant (fig. 11) :

1° *Tracer les droites ON et KM perpendiculaires à la ligne atmosphérique et tangentes aux bords extrêmes de la courbe*;

2° *Tracer les ordonnées* 1, 2, 3, 4,... 10, *perpendiculaires à Ox et espacées de telle façon que les distances entre les ordonnées* 1-2, 2-3, 3-4, ... 9-10, *soient le* double *des distances des ordonnées extrêmes* 1 *et* 10 *aux points O et K.*

3° *Faire la moyenne arithmétique des tronçons de ces ordonnées interceptés par le contour du diagramme et en déduire la pression moyenne connaissant les caractéristiques du ressort de l'indicateur (flèche de x* mm *pour une pression de* 1 kgp/cm²).

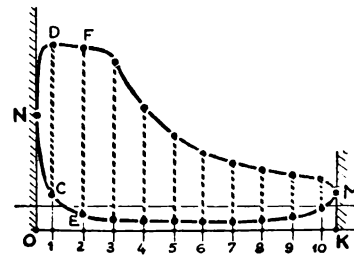


Fig. 11.

D'après le diagramme de la figure 12, calculer la pression moyenne de la vapeur sachant que la flèche du ressort de l'indicateur est de 4,5 *mm* pour une élévation de pression de 1 *kgp/cm²*.

En déduire le travail indiqué pour une course ainsi que la puissance indiquée correspondante sachant que la machine a les caractéristiques suivantes :

diamètre du piston : 300 *mm*;

diamètre de la tige du piston : 60 *mm*;

longueur de la course : 600 *mm*;

vitesse de rotation : 126 *tr/mn*.

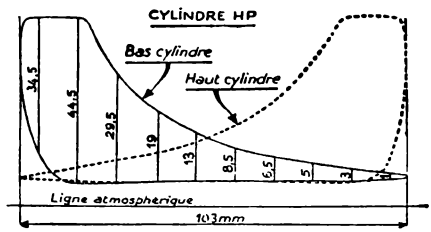


Fig. 12. — *Diagrammes des deux chambres d'un cylindre HP d'une machine compound à double expansion.*

4. **La puissance d'une machine à vapeur à double effet évaluée d'après l'aire des diagrammes relevés dans chacune des chambres est de 312 *ch*. La puissance mesurée sur l'arbre est de 265 *ch*. Calculez le rendement mécanique (ou *rendement organique*) de la machine.**

Quel est le moment du couple moteur supposé constant, sachant que la vitesse de rotation est de 200 *tr/mn*?

5. **Une machine à piston développe une puissance effective de 600 *ch* à la vitesse de 170 *tr/mn*. Par cheval-heure effectif elle consomme 470 *gp* de charbon dont le pouvoir calorifique est de 7 600 *kcal/kg*. Calculer le rendement global de l'installation : *foyer-chaudière-machine*.**

6. **Une locomotive, *type Pacific* de la S. N. C. F, développant une puissance de 2 800 *ch*, met 4 heures pour remorquer un train de Paris à Dijon (*distance* 315 *km*) et consomme environ 6 *tonnes* de houille de pouvoir calorifique 7 500 *kcal/kg*.**

Quel est le rendement de cette machine?

Production et distribution de la vapeur.

Cette leçon est, en réalité, une leçon de technologie de la machine à vapeur. Son contenu est limité à l'essentiel.

I. — PRODUCTION ET DISTRIBUTION DE LA VAPEUR

1. La vapeur est débitée par la chaudière à une pression sensiblement constante.

Lorsque la machine fonctionne en régime normal, la pression de la vapeur saturée qui surmonte l'eau de la chaudière tend :

1° *à augmenter*, parce que l'eau reçoit constamment de la chaleur fournie par le foyer qui élève sa température;

2° *à diminuer*, parce que le cylindre prélève régulièrement une partie de cette vapeur.

Si l'augmentation et la diminution de pression s'équilibrent à chaque instant, la pression de la vapeur dans la chaudière reste constante. Elle est indiquée par un manomètre que le chauffeur consulte fréquemment; s'il connaît bien son métier, il règle sans difficulté l'activité de la combustion du foyer et l'alimentation en eau de la chaudière pour maintenir la pression à la valeur convenable.

Les machines à piston fonctionnent couramment sous des *pressions effectives*[1] de 10 à 16 kgp/cm^2; certaines turbines reçoivent de la vapeur dont la pression effective dépasse 50 kgp/cm^2.

2. La chaudière est caractérisée par son timbre, c'est-à-dire par la pression effective que la vapeur ne doit pas dépasser en service.

Fig. 1.

Cette pression est exprimée en *hectopièzes*[2] sur une plaque ou **timbre**, apposée sur la paroi de la chaudière (fig. 1). Le timbre indique la pression effective à ne pas dépasser et la date de l'essai subi par la chaudière, essai qui est effectué en présence d'un Ingénieur de l'État.

---

1. *Pression effective* : différence entre la pression absolue et la pression atmosphérique.

2. Rappelons que la ***pièze*** (symbole *pz*), unité de pression du système d'unités M. T. S. est la pression exercée par une force pressante de 1 *sthène* sur une surface de 1 *mètre carré*; elle vaut 0,0102 kilogramme-poids par centimètre carré; l'***hectopièze*** (*hpz*) équivaut à 1,02 kgp/cm^2; 1 $hpz \simeq 1\ kgp/cm^2$.

3. Toute chaudière est obligatoirement munie d'appareils de contrôle et de sécurité.

Un règlement administratif[1] impose :

1° au moins **deux soupapes de sûreté** conçues de manière à laisser la vapeur s'écouler à l'extérieur de la chaudière dès que la pression effective atteint la limite indiquée sur le timbre réglementaire (soupapes *à contrepoids* (fig. 2) ou *à ressort*) ;

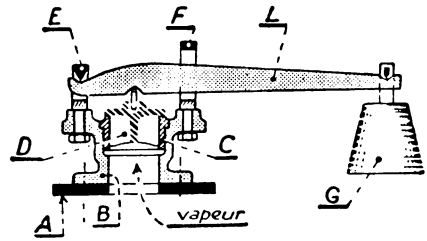


Fig. 2. — ***Soupape de sûreté*** à contrepoids. La soupape D, munie de 4 ailettes, est ici appuyée sur son siège C. Expliquez le fonctionnement de cette soupape dont l'invention est attribuée à ***Denis Papin*** (1681).

2° **un manomètre** placé à la vue du chauffeur et gradué en *hectopièzes* ou en *kilogrammes par centimètre carré* (fig. 3). Une marque très apparente sur l'échelle du manomètre doit indiquer la limite de la pression effective ;

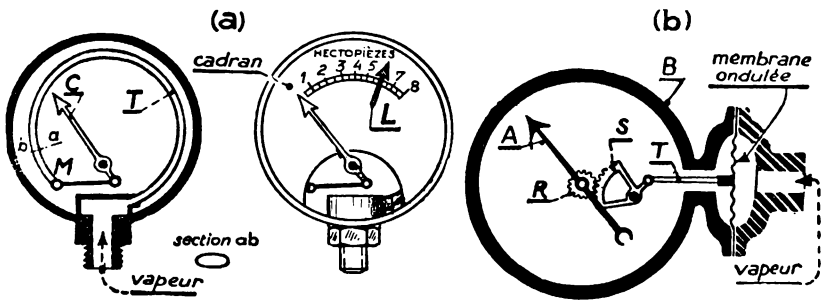


Fig. 3. — *Manomètres.*

En (*a*), *manomètre de Bourdon.* Le tube T, de section elliptique, se déforme d'autant plus que la pression de la vapeur est plus grande.

En (*b*), *manomètre à membrane ondulée.* La déformation de la membrane est amplifiée par le secteur denté S qui engrène avec la roue R solidaire de l'aiguille A.

---

1. Décret du 2 avril 1926 portant règlement sur les appareils à vapeur autres que ceux placés à bord des bateaux et modifié par les décrets du 1er août 1928 et du 25 août 1929.

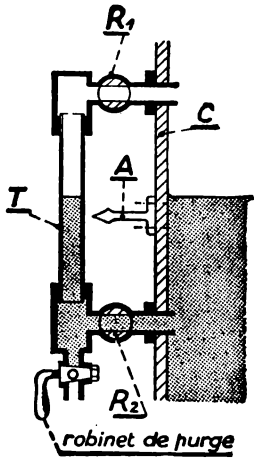


Fig. 4.

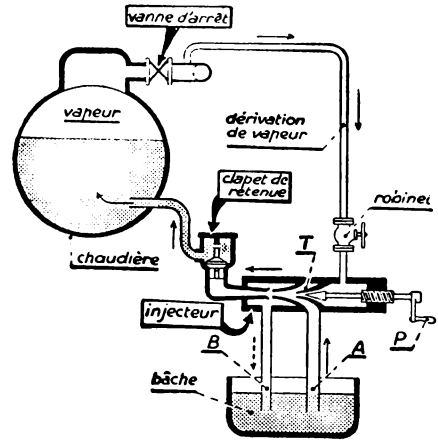


Fig. 5.

Fig. 4. — ***Indicateur de niveau.*** Les robinets R_1 et R_2 mettent le tube de verre T en communication avec l'eau et la vapeur de la chaudière. Un repère fixe A indique le niveau au-dessous duque lle plan d'eau de la chaudière ne doit pas descendre.

Fig. 5. — ***Clapet de retenue*** et ***soupape d'arrêt*** sont deux appareils dont toute chaudière à vapeur doit être munie. Observez sur ce schéma l'***injecteur Giffard***, employé sur certaines chaudières pour l'alimentation en eau. L'eau prise dans une bâche, est entraînée par le jet de vapeur qui sort de la tuyère T. La conduite B sert de trop-plein. Expliquez le fonctionnement de l'injecteur et énumérez les différentes manœuvres à effectuer.

3° **deux indicateurs de niveau,** indépendants l'un de l'autre, dont l'un au moins doit être à paroi transparente (fig. 4);

4° **un appareil de retenue** (soupape ou clapet automatique) au point d'implantation du tuyau d'alimentation sur la chaudière (fig. 5);

5° **une soupape d'arrêt** à l'origine de la conduite de vapeur (fig. 5).

Tous ces appareils sont schématisés sur la figure 6.

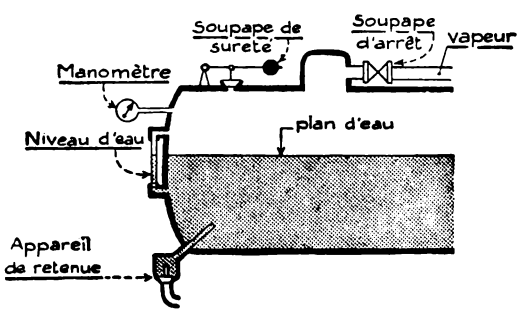


Fig. 6. — D'après cette figure énumérez les appareils de sécurité qui doivent être installés sur une chaudière à vapeur.

4. L'eau qui alimente la chaudière doit être aussi pure que possible.

Si elle contient trop d'impuretés soit *en suspension* (eau trouble), soit *en dissolution* (sels dissous, air dissous), il faut au préalable la purifier[1].

II. — DIFFÉRENTS TYPES DE GÉNÉRATEURS

Les générateurs de vapeur se construisent généralement avec des tôles ou des tubes d'acier extra-doux ne prenant pas la trempe. Il en existe un grand nombre de types; il vous suffit d'en connaître quelques-uns.

5. Chaudière cylindrique à bouilleurs.

Le *corps* central du générateur est un cylindre réuni aux deux *bouilleurs* latéraux par des *cuissards* (fig. 7). L'ensemble repose sur un massif de maçonnerie dans lequel

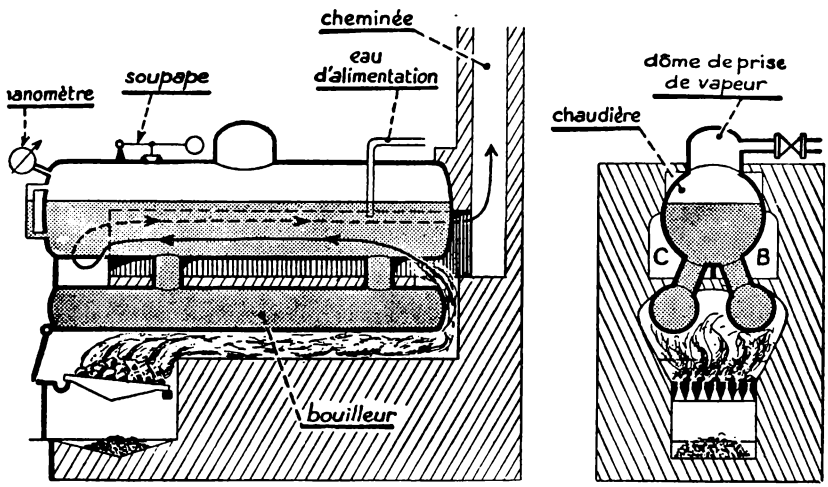


Fig. 7. — *Chaudière à bouilleurs.*

sont prévus un certain nombre de conduits ou *carneaux* communiquant ensemble.

Le charbon est chargé sur une *grille* placée en avant de la chaudière; les gaz chauds provenant de la combustion lèchent les bouilleurs sur toute leur longueur, s'engagent dans le carneau B, reviennent vers l'avant et retournent vers l'arrière.

---

1. Voir, CHIMIE *Pastouriaux Valdenaire* (Delagrave, éditeur), 8e Leçon, page 36 et 11e Leçon, page 53, paragraphe 5 *b* ou, pour plus de détails : *Chimie industrielle.* 3e Année, par Lignon (Delagrave, éditeur).

en empruntant le carneau C qui débouche dans la cheminée. Chemin faisant ils sont en contact avec le corps central auquel ils cèdent une partie de la chaleur qu'ils emportent.

Le timbre de cette chaudière peut atteindre 12 *hpz.* La *surface de chauffe,* c'est-à-dire la surface des parois de la chaudière en contact avec les gaz du foyer dépasse rarement 110 m^2; la *vaporisation* est de l'ordre de 12 à 15 *kg* par mètre carré de surface de chauffe et par heure (12 à 15 $kg/m^2/h$).

Ce type de chaudière tend à disparaître. La chaudière à foyer intérieur (fig. 8) rencontre plus de faveur pour les installations d'importance moyenne.

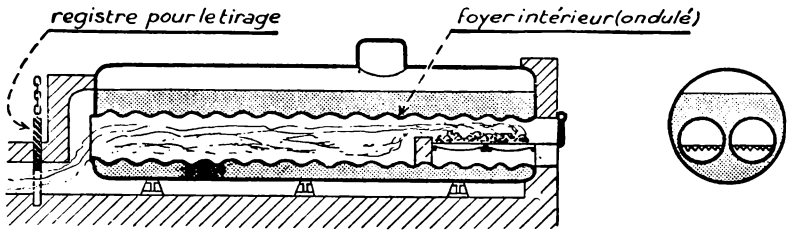


Fig. 8. — ***Chaudière à foyers intérieurs*** (1 foyer : type *Cornouailles*; 2 foyers : type *Lancashire*). Le foyer intérieur est constitué par une tôle cylindrique ondulée qui lui donne une plus grande rigidité.

6. Chaudière à tubes de fumée.

Elle comporte un corps cylindrique traversé par des tubes débouchant sur les fonds du cylindre (fig. 9).

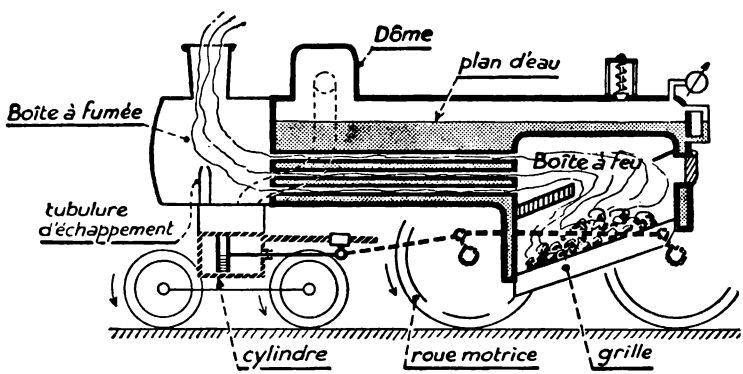


Fig. 9. — ***Chaudière à tubes de fumée de locomotive.***

Ce type de chaudière a été inventé en 1827 par le Français ***Marc Séguin.***

Sur les locomotives modernes l'eau d'alimentation est réchauffée à la température de 100°. La vapeur, après surchauffe à 400°, est admise dans les cylindres (*un de chaque côté de la machine*). Elle s'échappe ensuite dans une boîte à fumée, donnant ainsi à la cheminée un fort tirage qui a pour effet d'activer la combustion du charbon. Une locomotive de 3 000 *ch* consomme 2 *tonnes* de charbon par heure; elle vaporise 10 à 15 tonnes d'eau pendant le même temps.

Avant d'arriver à la cheminée, les gaz chauds du foyer passent dans les tubes entourés d'eau. Sous un faible volume, on réalise ainsi une grande surface de chauffe et une vaporisation plus active; aussi ce type de chaudière a-t-il été adopté sur les locomotives et les bateaux à vapeur. Sur les puissantes locomotives modernes la surface de chauffe est de l'ordre de 200 m^2, la vaporisation peut atteindre 100 $kg/m^2/h$ à la pression de 16 *hpz*; la puissance maximum développée est de l'ordre de 3 000 *ch*.

Signalons une variante : la chaudière **semi-tubulaire, beaucoup employée en France pour les machines fixes (fig. 10).**

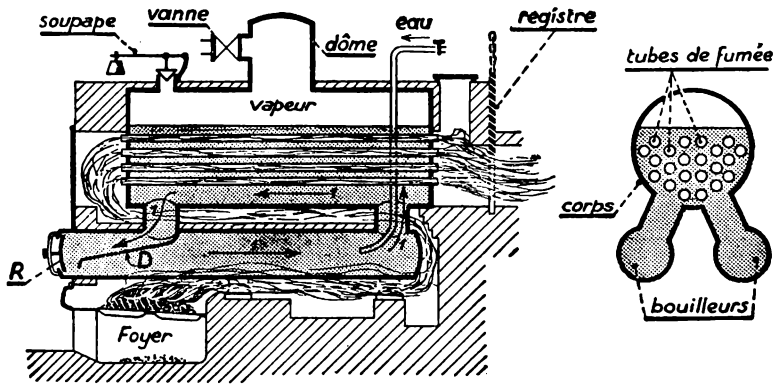


Fig. 10. — *Chaudière semi-tubulaire.* Les tubes de fumées ont un diamètre de 80 à 90 *mm*. La cloison D oblige l'eau à circuler dans le sens des flèches 1. Les impuretés et les dépôts de sels contenus dans l'eau se localisent à l'extrémité des bouilleurs, à l'opposé du foyer. Si les sels se déposaient naturellement au-dessus du foyer ils s'incrusteraient sur la tôle; celle-ci pourrait rougir au contact des flammes; les sels, en se détachant brusquement, mettraient l'eau en contact direct avec la tôle d'où une production instantanée de vapeur (*caléfaction*) capable de faire éclater la chaudière.

7. Chaudières à tubes d'eau.

1° Chaudière Field (fig. 11).

Le corps de la chaudière est cylindrique, disposé verticalement; la cheminée est au centre, fixée au ciel du foyer; le foyer est entouré d'une chemise d'eau.

Le faisceau vaporisateur est constitué par des tubes verticaux, suspendus au ciel du foyer. La figure 12 donne le détail de l'un d'eux : à l'extérieur un tube bouilleur; au centre un tube directeur, ouvert en bas, fermé en haut où il est raccordé à une tubulure latérale débouchant dans la chaudière. L'espace annulaire compris entre les deux tubes se remplit d'un mélange de vapeur et d'eau de densité moindre que le liquide du tube central, d'où un courant ascendant dans l'espace annulaire et descendant dans le tube central.

Ce courant est assez rapide pour empêcher l'incrustation des dépôts calcaires qui se concentrent, par gravité, dans le bas de la chemise d'eau d'où on peut les extraire.

Ce type de chaudière ne comportant aucune maçonnerie est d'un transport facile et

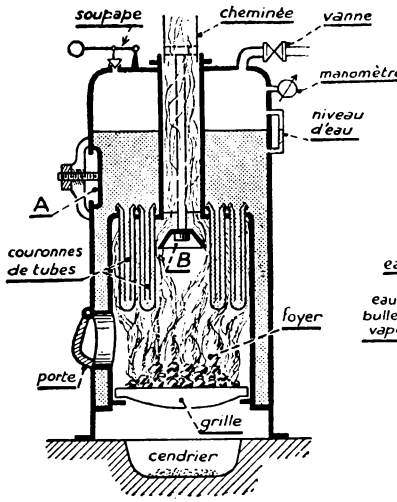


Fig. 11.

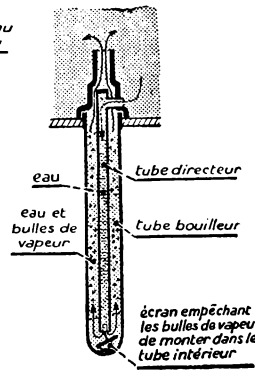


Fig. 12.

Fig. 11.
Chaudière à tubes d'eau, système Field.

Fig. 12.
Élément d'une chaudière *Field.*

est souvent employé dans les installations provisoires des chantiers (treuils, grues, moutons à vapeurs, etc.).

La limite supérieure de la surface de chauffe atteint 100 m^2.

2° Chaudière Niclausse (fig. 13).

Comme pour la chaudière *Field*, chaque élément du faisceau vaporisateur comprend un tube extérieur en contact avec les gaz du foyer et un tube central. Les tubes sont inclinés; ils débouchent dans un collecteur relié au corps cylindrique de la chaudière.

L'eau d'alimentation est injectée au sein de la vapeur où elle s'échauffe, ce qui favorise le dépôt des tartres dans une poche d'où ils peuvent être expulsés par un robinet purgeur.

Comme la précédente cette chaudière est à vaporisation rapide et à faible volume d'eau. Sa surface de chauffe peut atteindre 250 m^2 et la vaporisation 25 $kg/m^2/h$.

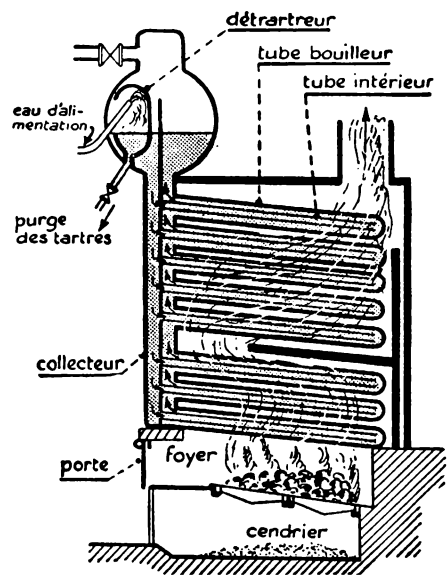


Fig. 13. — *Chaudière à tubes d'eau, système Niclausse.*

3° Chaudière Babcock et Wilcox (fig. 14).

Les tubes, disposés en quinconce, ont leurs extrémités mandrinées sur deux collecteurs reliés au corps cylindrique de la chaudière. Ils sont inclinés d'un angle de 15° environ de manière à faciliter l'ascension de la vapeur. Des chicanes obligent

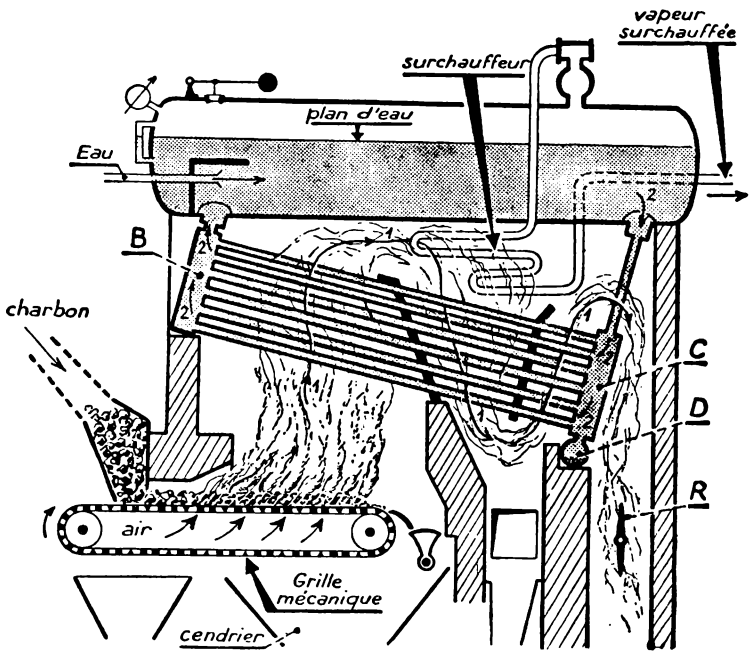


Fig. 14. — ***Chaudière Babcock et Wilcox*** à tubes d'eau et à grille mécanique. Les flèches 1 représentent la circulation des gaz, les flèches 2 celles de l'eau. Les boues et dépôts calcaires se concentrent dans la partie D du collecteur C.

les gaz à circuler tout autour des tubes; elles sont disposées de telle sorte que la vitesse de ces gaz augmente à mesure que leur température diminue.

Ce type de chaudière est à gros volume d'eau; sa surface de chauffe peut atteindre 800 m^2; la vaporisation est comprise entre 16 et 30 $kg/m^2/h$; certaines unités sont timbrées à 30 *hpz.*

8. Chaudières à faisceaux tubulaires.

Chaudières Sterling (fig. 15) et Ladd-Belleville (fig. 16).

Elles sont constituées par un certain nombre de collecteurs réunis entre eux par des faisceaux comportant de nombreux tubes disposés verticalement ou très inclinés. Des chicanes assurent le passage des gaz tout autour des tubes; la circulation de

l'eau est très active, la vaporisation intense : 40 à 50 *kgp/m²/h* lorsque les tubes sont lisses, 100 *kg/m²/h* lorsqu'ils sont munis d'ailettes.

Dans la chaudière *Ladd-Belleville*, par exemple, la surface de chauffe varie, selon les types, de 75 à 3 000 *m²* et la vaporisation de 20 à 40 *kg/m²/h*. Elle est construite pour des pressions de 10 à 40 *hpz*, certaines unités atteignant 80 *hpz*.

Ce sont des chaudières à faisceaux tubulaires à grande surface de chauffe qui, dans les centrales thermiques à grande puissance, alimentent les turbines à vapeur couplées aux alternateurs.

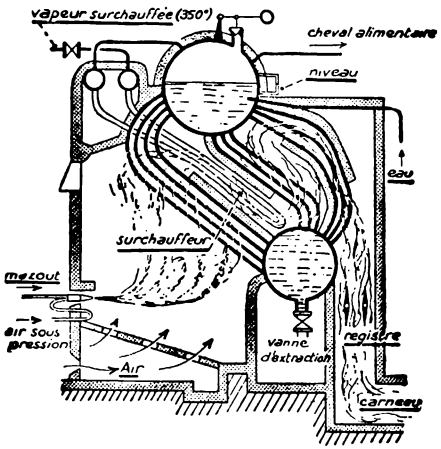


Fig. 15.

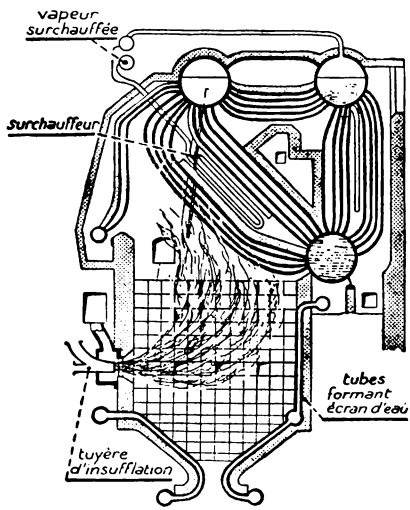


Fig. 16.

Fig. 15. — ***Chaudière Fives-Lille, type Stirling.*** Vaporisation : 2 400 *kg/h*, pression 16 *hpz*, température de surchauffe 350°, chauffée au mazout. Une conduite de vapeur va vers le *cheval alimentaire*, pompe qui alimente la chaudière en eau. La *vanne d'extraction* permet d'éliminer les sels qui se déposent dans le collecteur inférieur.

Fig. 16. — ***Chaudière Ladd-Belleville*** chauffée au charbon pulvérisé. La chambre de combustion est ici une chambre système *Bailey*, comportant des tubes à écrans d'eau sur lesquels sont fixés des blocs en fonte spéciale. Les parois métalliques sont d'une solidité et d'une durée bien supérieures à celles de parois composées uniquement de briques réfractaires. Certaines de ces chaudières vaporisent plus de 100 tonnes d'eau par heure.

9. Que brûle-t-on dans le foyer des chaudières?

On y brûle divers combustibles; charbon, charbon pulvérisé, huiles lourdes, gaz de hauts fourneaux.

Le *charbon* est brûlé sur une grille fixe ou sur une grille mécanique (fig. 14) approvisionnée automatiquement par divers procédés.

Le *charbon pulvérisé* est soufflé dans une chambre de combustion de grandes dimensions (fig. 16).

Huiles lourdes et gaz sont introduits dans des brûleurs spéciaux.

Enfin le *tirage* peut être naturel ou activé par une soufflante.

10. Comment la chaleur dégagée par le combustible brûlé dans le foyer se répartit-elle?

Une partie est utilisée pour porter l'eau de la chaudière à la température voulue et la transformer en vapeur; une autre sert à la surchauffe et au réchauffage de l'eau d'alimentation. Le reste est perdu dans les fumées, les cendres, les parois de la maçonnerie, etc.

Le **rendement thermique** de la chaudière est le rapport de la chaleur utilisée à la chaleur dégagée par le combustible pendant le même temps. Il est de 55 à 60% dans les installations ordinaires. Dans les installations de grande puissance, où la chauffe est conduite avec soin et contrôlée en permanence par des instruments de mesure, le rendement thermique peut atteindre 80 à 85%.

III. — DISTRIBUTION DE LA VAPEUR DANS LE CYLINDRE D'UNE MACHINE A PISTON

Les organes de distribution ont pour but de mettre alternativement chaque face du piston en communication, soit avec la chaudière, soit avec le condenseur. On distingue : le *tiroir plan*, le *tiroir cylindrique*, l'*obturateur Corliss*, la *soupape* et le *piston-valve*.

11. Tiroir plan.

Il est constitué par une boîte sans fond dont les bords s'appuient sur une surface plane ou *glace* ménagée dans le fond de la boîte *de distribution* (fig. 17). La glace présente trois ouvertures rectangulaires ou *lumières*; les lumières extrêmes communiquent avec les fonds du cylindre; la lumière centrale est reliée au condenseur. Les rebords du tiroir sont déterminés de manière à réaliser une distribution conforme au diagramme réel (avance à la fermeture de l'échappement, avance à l'admission, etc.).

Le *tiroir* est commandé par une tige solidaire d'un excentrique dont le disque est entraîné par l'arbre de couche. La manivelle équivalant à l'excentrique doit être calée, *en avant* de la manivelle motrice, d'un cer-

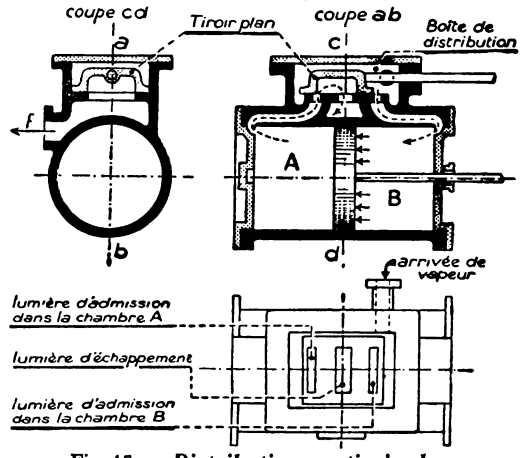


Fig. 17. — *Distribution par tiroir plan.*

tain angle α appelé *angle de calage*. Cet angle est toujours supérieur à 90°.

Le tiroir plan étant soumis d'un côté à la pression de la chaudière et de l'autre à celle du condenseur, il en résulte une poussée intense sur la glace d'où des pertes importantes d'énergie par frottement.

Cependant ce type de tiroir convient aux grandes allures : jusqu'à 400 *tr/mn*.

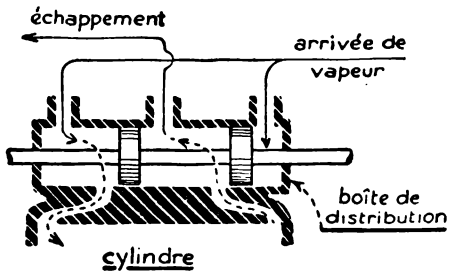


Fig. 18.
Distribution par tiroir cylindrique.

12. Tiroir cylindrique.

Ce tiroir comporte deux pistons montés sur la même tige et pouvant glisser dans un cylindre placé dans la boîte de distribution (fig. 18). Il est parfaitement équilibré car la vapeur presse également sur les deux faces extrêmes des pistons. Le frottement dans le cylindre est donc indépendant de la pression; par suite, ce tiroir peut fonctionner à plus grande allure que le précédent : jusqu'à 600 *tr/mn*. Le tiroir cylindrique permet l'emploi des hautes pressions.

13. Obturateur Corliss.

La distribution se fait par 4 obturateurs oscillants : deux pour l'admission, placés à la partie supérieure du cylindre; deux pour l'échappement, placés à la partie inférieure (fig. 19).

Chaque obturateur est commandé séparément par un système bielle-manivelle.

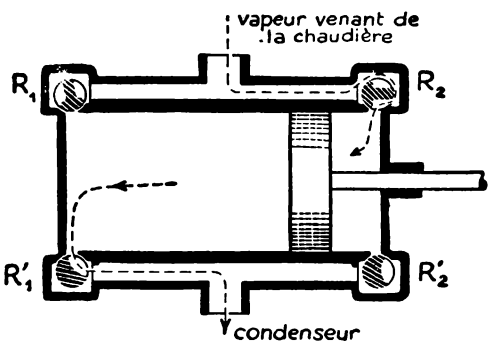


Fig. 19. — ***Distribution par obturateurs Corliss.***

Les deux obturateurs d'admission R_1 et R_2 et les deux obturateurs d'échappement R'_1 et R'_2 tournent autour d'un axe géométrique perpendiculaire au plan de figure, exactement comme un robinet à boisseau. La forme de ces obturateurs est ici schématisée.

La figure 20 donne le détail de commande de deux obturateurs d'un même fond. La barre d'excentrique A, commandée par l'arbre de couche, fait osciller autour du point fixe O un plateau sur lequel s'articulent les bielles CD et EF. La bielle EF commande la rotation alternative de l'obturateur d'échappement; la bielle CD celle d'une *lame de sabre* H, mobile autour du point fixe G.

Cette lame porte un ressort K qui en épouse la forme. Lorsqu'elle se déplace vers la droite, elle entraîne une *virgule* V qui pousse un *dé* solidaire du piston P d'un amortisseur (*dash-pot*). Par l'intermédiaire de la bielle QR ce piston fait tourner l'obturateur d'admission : la vapeur pénètre alors dans le cylindre.

En fin d'admission, la queue de la virgule touche un taquet T; elle pivote et abandonne le dé qui revient rapidement en arrière sous l'action du ressort K qui s'écarte de la lame. Le dash-pot permet d'amortir les chocs à fond de course.

Tandis que le dé revient en arrière l'obturateur d'admission se ferme; la lame de sabre reprend sa position initiale : la virgule s'enclenche à nouveau sur le dé.

Le taquet T étant sous la dépendance du régulateur, on voit que celui-ci permet d'agir sur la durée de l'admission et, au besoin, de la supprimer tout à fait.

Les machines *Corliss* ne fonctionnent que pour de faibles pressions (10 *kgp/cm²*) sans surchauffe; leur vitesse normale ne dépasse pas 100 *tr/mn*.

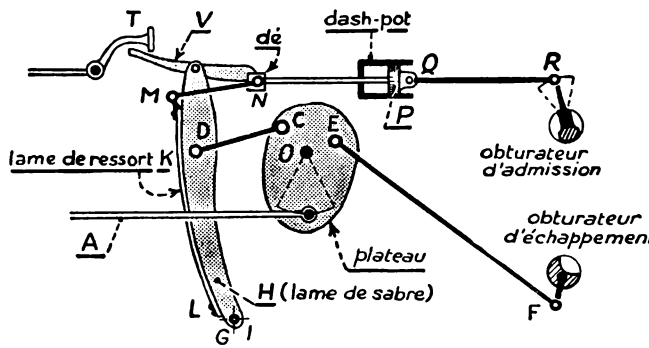


Fig. 20. — ***Commande des obturateurs Corliss d'un même fond de cylindre.*** (*La lame de ressort K épouse la forme du dos de la lame de sabre* H *sur laquelle elle est fixée à une seule extrémité, en* L).

14. Soupapes.

La machine comporte 4 soupapes : deux pour l'admission, deux pour l'échappement, placés aux extrémités du cylindre de la même façon que les obturateurs *Corliss* (fig. 21).

Les soupapes sont à double siège[1], le diamètre du siège inférieur étant plus petit que celui du siège supérieur afin de permettre le montage. La différence de pression sur les surfaces d'appui assure l'étanchéité. En outre, un ressort de rappel contribue à renforcer l'appui.

La commande des soupapes se fait par excentriques dont les disques sont calés sur un même arbre tournant à la même vitesse que l'arbre moteur (fig. 22).

---

1. Entre les deux sièges la soupape est évidée, ce qui, au moment de l'ouverture, permet une pénétration ou une évacuation plus rapide de la vapeur.

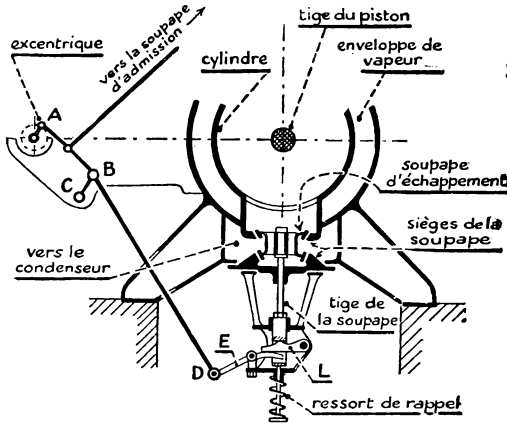


Fig. 21.

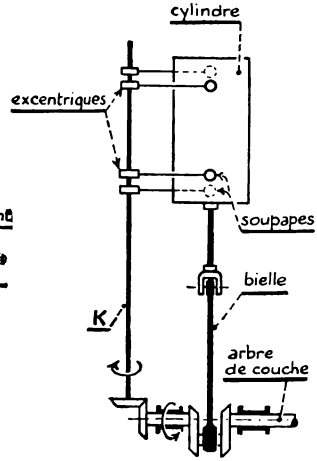


Fig. 22.

Fig. 21. — ***Distribution par soupapes*** *(la soupape d'échappement et son dispositif de commande sont seuls représentés ici).*

Fig. 22. — ***L'arbre K à excentriques*** **commande le mouvement des soupapes d'admission et d'échappement.**

Les soupapes d'échappement sont accompagnées de leur mécanisme de commande pendant l'ouverture et la fermeture; celles d'admission sont accompagnées pendant l'ouverture et se ferment, dans certains types de machines, sous l'action d'un déclic placé sous la dépendance du régulateur.

La distribution par soupapes se prête à l'emploi des hautes pressions et des surchauffes élevées car les soupapes n'ont pas besoin d'être graissées, comme les obturateurs précédents, sur les surfaces en contact avec la vapeur.

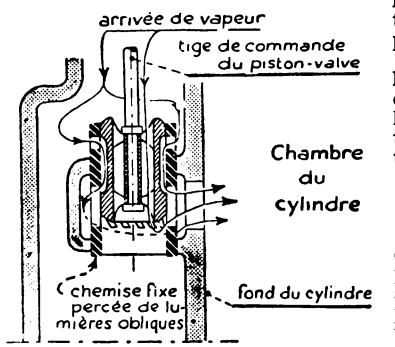


Fig. 23. — ***Piston-valve*** *(Ce piston porte extérieurement des segments élastiques non représentés sur la figure. Des nervures centrales permettent le passage de la vapeur).*

15. Piston-valve.

Le piston-valve est un fourreau cylindrique pouvant glisser dans une chemise percée de lumières obliques communiquant avec le cylindre (fig. 23). L'étanchéité du piston est assurée par des segments élastiques non représentés sur la figure.

La machine comporte 4 pistons-valves (deux pour l'admission; deux pour l'échappement) dont le mouvement est assuré par un dispositif analogue à celui des soupapes.

Les machines à soupapes et à pistons-valves ne tournent pas très vite: 125 à 150 *tr/mn.*

Résumé.

1. Lorsqu'une chaudière à vapeur est convenablement conduite et surveillée, la pression de la vapeur qu'elle fournit reste sensiblement constante. Le *timbre* de la chaudière est la pression effective que la vapeur ne doit jamais dépasser en service ; on l'exprime en *hectopièzes* (symbole *hpz*)

$$1\ hpz = 1{,}02\ kgp/cm^2 \simeq 1\ kgp/cm^2$$

2. Avant d'entrer en service toute chaudière est préalablement essayée par un ingénieur de l'État. Elle doit, obligatoirement, être munie d'appareils de sécurité et de contrôle :

2 *soupapes de sûreté*, 1 *manomètre*, 2 *indicateurs de niveau*, 1 *appareil de retenue* pour l'eau d'alimentation, 1 *soupape d'arrêt* à l'origine de la conduite de vapeur.

3. Il existe différents types de générateurs de vapeur : chaudières *à bouilleurs*, *à tubes de fumées*, *à tubes d'eau*, chaudières *à faisceaux tubulaires*. Ces dernières arrivent à produire de la vapeur surchauffée à 480° dont la pression atteint 80 *hpz*.

Dans les foyers de ces chaudières on brûle des combustibles divers : charbon, charbon pulvérisé, huiles lourdes, gaz de hauts fourneaux.

De nombreux progrès ont été accomplis dans la conduite et le contrôle de la chauffe qui s'effectuent d'une manière automatique, notamment, dans les grandes centrales thermiques.

4. Le *rendement thermique* d'une chaudière est le rapport de la chaleur utilisée à la chaleur dégagée par le combustible pendant le même temps. Il est de l'ordre de 0,55 à 0,60 et peut atteindre 0,80 à 0,85 dans les installations de grande puissance.

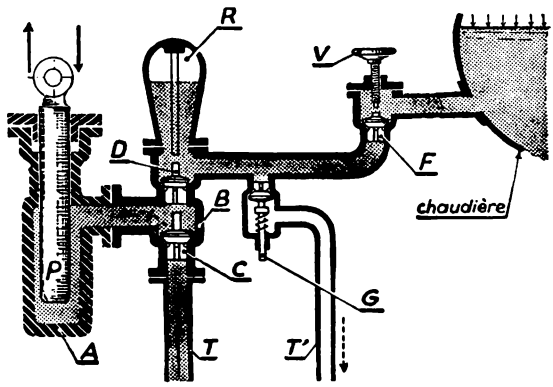


Fig. 24.

Exercice

1. Le schéma de la figure 24 représente un dispositif d'alimentation en eau d'une chaudière à vapeur. Le piston-plongeur P étant animé d'un mouvement rectiligne alternatif dans le corps de pompe A, expliquez ce qui se passe lorsque le piston monte et descend :

1er *cas* : la poignée-volant V est dévissée;

2e *cas* : la poignée volant V est vissée de manière à bloquer le clapet F.

Quelle est l'utilité du réservoir d'air R?

Turbines à vapeur.

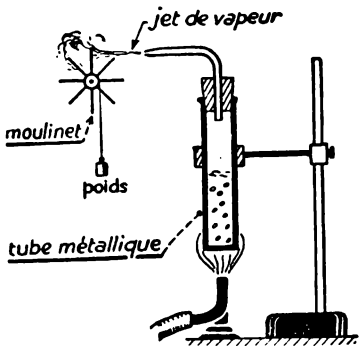


Fig. 1. — Le jet de vapeur a suffisamment d'énergie pour activer le moulinet et faire monter le poids.

1. De la vapeur d'eau sous pression peut, en se détendant, acquérir une vitesse suffisante pour produire du travail.

C'est ce que montre l'expérience de la figure 1. L'eau contenue dans le tube métallique se vaporise. La vapeur, dont la pression est supérieure à la pression atmosphérique, sort par le tube effilé sous forme d'un jet qui pousse les ailettes du moulinet et le fait tourner.

Il en est ainsi dans les *turbines à vapeur.*

TURBINES A DÉTENTE COMPLÈTE DANS LE DISTRIBUTEUR

La première turbine à vapeur a été réalisée en 1884 par l'ingénieur suédois *De Laval.* Ce modèle ne se construit plus à l'heure actuelle, mais il est bon d'en connaître le principe qui se rattache à l'expérience précédente.

2. La turbine De Laval comporte deux organes essentiels : le distributeur et la roue.

1° Le **distributeur** comprend une ou plusieurs *tuyères,* tubulures convergentes dont l'angle au sommet est d'environ 7° (fig. 2). L'axe de chaque tubulure est incliné par rapport aux joues de la roue, d'un angle minimum de 17°.

2° La **roue** est composée d'un grand nombre d'ailettes métalliques fixées à la périphérie d'un disque (fig. 2). Les ailettes sont cintrées; elles découpent dans l'épaisseur de la roue des canaux identiques, offrant partout la même section de passage à la vapeur.

La roue, qui tourne très vite (10 000 à 30 000 *tr/mn*) est montée sur un *arbre flexible,* de faible diamètre, afin de remédier aux inconvénients résultant d'un petit défaut d'équilibrage, surtout sensible aux très grandes vi-

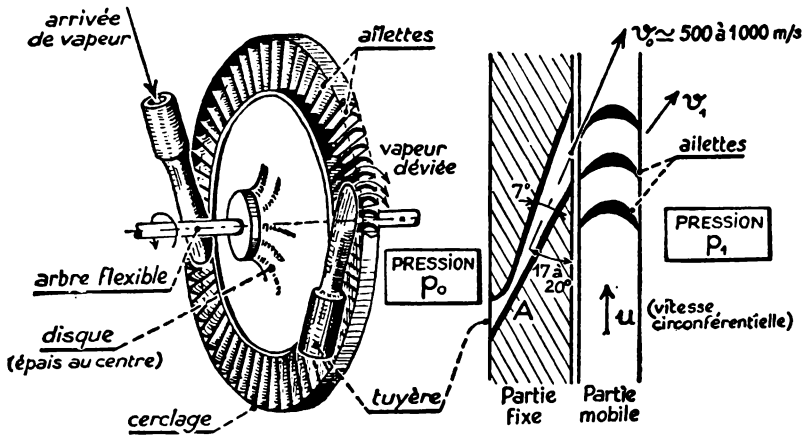


Fig. 2. — ***Turbine De Laval.*** *A gauche* : la roue à ailettes et ses tuyères. ***A droite*** : développement cylindrique de la roue précédente. La tuyère présente un col en A si $p_0 > 0{,}54\ p_1$. (p_0 : pression de la chaudière; p_1 : pression à la sortie de la roue.)

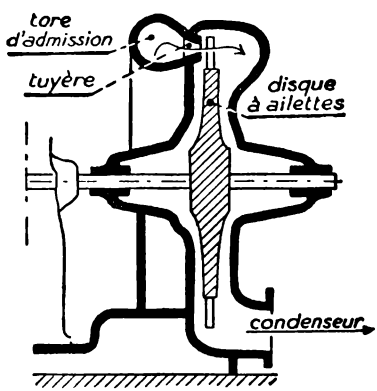


Fig. 3.

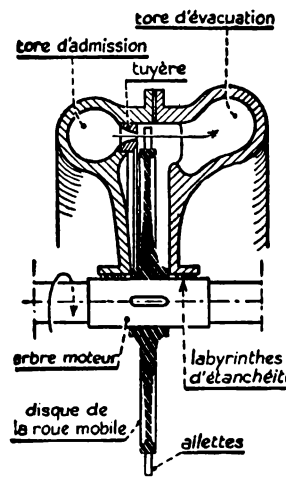


Fig. 4.

Fig. 3. — Schéma d'une *turbine De Laval* **entourée de son enveloppe. La roue est épaisse** au centre afin de mieux résister aux effets de la force centrifuge qui sollicite les ailettes.

Fig. 4. — *Turbine De Laval.* L'enveloppe est en deux parties. Les tuyères sont disposées sur un disque rapporté sur le tore d'admission. Des joints à labyrinthes permettent de remédier aux fuites de vapeur au niveau de l'arbre.

tesses de rotation. L'arbre flexible a la propriété de fléchir juste assez pour placer le centre de gravité de la roue à peu près sur la ligne des centres des paliers.

Les tuyères reçoivent la vapeur venant du surchauffeur. L'ensemble est entouré d'une enveloppe qui communique avec le condenseur (fig. 3 et 4).

3. Fonctionnement.

La vapeur qui pénètre dans chaque tuyère *se détend complètement* depuis la pression d'admission jusqu'à la pression du condenseur. Cette détente se produit dans la tuyère même, car le volume offert à la vapeur va croissant à partir de l'étranglement. A sa sortie, la vapeur est animée d'une très grande vitesse pouvant dépasser 1 000 *m/s*. Le jet de vapeur pénètre alors dans la roue où il se trouve dévié par la courbure des ailettes; il en sort avec une vitesse relativement faible après lui avoir cédé une grande partie de son énergie cinétique. Pendant la durée du contact avec les ailettes, sa pression demeure constante : pour cette raison la turbine est dite *à action*.

Remarquez l'analogie avec la turbine hydraulique *Pelton* : **injection partielle, pression constante** du fluide pendant la traversée de la roue. L'expression mathématique du rendement conduit à la même conclusion : *le rendement* est maximum lorsque la vitesse circonférentielle moyenne[1] de la roue est égale à la moitié de la vitesse du jet de vapeur.

4. Principaux inconvénients de la turbine De Laval.

1° *La roue tourne trop vite*; elle nécessite l'emploi d'un *réducteur de vitesse* par engrenages assez encombrant.

Tablons sur une vitesse de 1 000 *m/s* pour la vapeur sortant des tuyères. Le maximum de rendement est atteint pour une vitesse circonférentielle moyenne de 500 *m/s!*

Soient R le rayon de la roue (en *m*)

n le nombre de tours par minute.

On a : $$\frac{\pi . R . n}{30} = 500$$

Afin de réduire les pertes par frottement de la roue sur le fluide qui l'entoure, on est conduit à diminuer R. Pour $R = 0{,}25$ *m*, on trouve $n \simeq 19\ 100$ *tr/mn*. Vitesse trop grande pour les besoins courants de la pratique : 1 500 à 3 000 *tr/mn*.

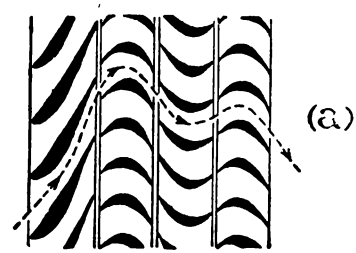
2° *L'emploi d'une roue unique ne permet pas d'obtenir* une puissance supérieure à quelques centaines de chevaux.

---

1. C'est-à-dire la vitesse linéaire sur la circonférence tangente à l'axe du jet.

REMARQUE. — La valeur trouvée précédemment pour la vitesse circonférentielle de la roue : 500 *m/s*, est incompatible avec la résistance des matériaux. Il faut donc faire tourner la roue moins vite. Mais alors le rendement est mauvais, car la vapeur sort des ailettes avec une vitesse résiduelle trop grande d'où une perte d'énergie cinétique importante.

Les turbines *multicellulaires*, qui tournent moins vite, permettent de récupérer l'énergie restante.



5. Turbine multicellulaire à étages de vitesse (type Curtis).

Elle comprend (fig. 5, *a*) :

1° un **distributeur** formé d'aubages fixes où se fait la *détente complète* de la vapeur;

2° une *couronne d'aubages mobiles* rapportés sur un disque solidaire de l'arbre de la turbine (1re *roue*);

3° une *couronne d'aubages fixes redresseurs* qui permettent d'injecter la vapeur en sens convenable dans la roue suivante;

4° une *seconde couronne d'aubages mobiles* montés sur un disque analogue au premier (2e *roue*).

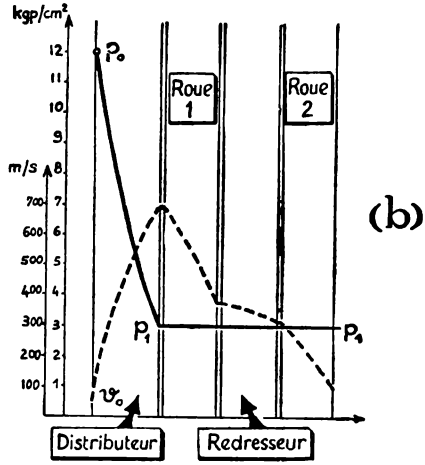


Fig. 5. — ***Diagramme d'une turbine à action à deux étages de vitesse.*** La pression de la vapeur reste constante pendant la traversée de la roue et du redresseur. Sa vitesse dans les aubages décroît constamment.

Pendant son passage sur les aubages successifs, fixes ou mobiles, la pression de la vapeur reste constante, mais sa vitesse à l'entrée des roues successives va en décroissant, d'où le nom de turbine à *étages de vitesse* (fig. 5, *b*).

En augmentant le nombre de chutes de vitesse, on comprend qu'il soit possible d'obtenir, pour la vapeur, une vitesse aussi petite que l'on veut à sa sortie de la dernière roue. Malheureusement la récupération de l'énergie cinétique à la sortie des roues successives n'est acquise qu'au

prix d'une augmentation des pertes par frottements internes[1], de sorte que le rendement devient inférieur à celui d'une turbine à disque unique.

Actuellement on emploie rarement plus de deux chutes et, pour faire l'économie d'une roue, on fixe les deux couronnes d'aubages mobiles sur le même disque (fig. 6). On obtient ainsi une *roue double* dans laquelle la deuxième couronne ne réalise que le 1/4 environ de la puissance totale.

Les turbines à roue double fonctionnent gé-

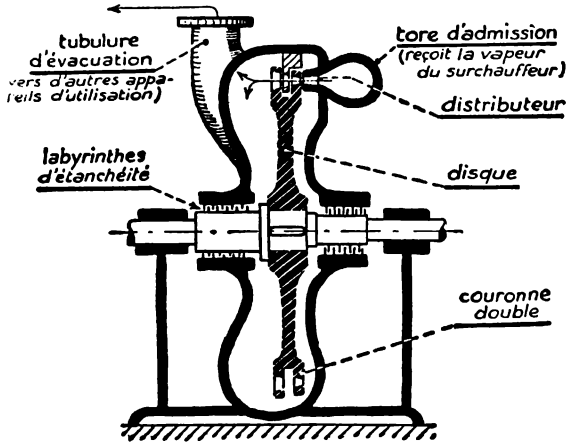


Fig. 6.

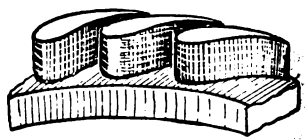


Fig. 7.

Fig. 6. — Schéma d'une ***turbine Rateau*** à double roue *Curtis*.
Entre les deux couronnes d'ailettes de la roue s'insère le redresseur. Pour un débit donné de vapeur, la section de passage doit augmenter quand la vitesse de la vapeur diminue; d'où la hauteur plus grande des ailettes de la deuxième couronne.

Fig. 7. — Primitivement les tuyères de la turbine *De Laval* étaient à section droite circulaire. Les tuyères actuelles sont conformes au schéma ci-dessus; on les réalise par fraisage.

néralement à *contre-pression*, c'est-à-dire que la vapeur échappe à une pression supérieure à la pression atmosphérique afin de pouvoir être utilisée ultérieurement dans d'autres appareils (chauffage de locaux, réchauffage de l'eau d'alimentation des chaudières, alimentation de l'étage moyenne pression des grandes turbines, etc.).

La figure 7 montre la forme des aubages du distributeur.

TURBINES A DÉTENTE FRACTIONNÉE

Toujours en vue d'obtenir des vitesses de rotation plus faibles, on a décomposé la détente totale entre le surchauffeur et le condenseur en un certain nombre de détentes partielles constituant des étages de pression. On réalise ainsi une vitesse moins grande du fluide à la sortie du distributeur.

1. Frottements de la vapeur sur les aubes et sur les faces de chaque disque mobile.

Si la pression reste constante dans les aubages mobiles, la vitesse seule de la vapeur allant en décroissant, on a une *turbine à action à détente fractionnée*; *si elle est variable* dans ces mêmes aubages, on a affaire à une *turbine à réaction.*

6. Turbine à détente fractionnée et à action (type Rateau).

1° La vapeur est distribuée par une couronne d'aubages fixes d'un *distributeur 1* où elle subit une première détente de p_0 à p_1 (fig. 8 *a* et *b*).

2° A sa sortie du distributeur, elle entre dans les aubages de la première roue d'où elle sort à la pression p_1.

3° Elle est alors *redressée* par une couronne d'aubages fixes (*distributeur 2*) où elle subit une seconde détente de p_1 à p_2 (fig. 8*b*). Corrélativement, sa vitesse qui avait diminué après son passage dans la 1re roue augmente pendant la traversée du redresseur.

4° La vapeur agit ensuite sur les aubages d'une seconde roue d'où elle sort à la pression p_2.

Et ainsi de suite jusqu'à la dernière roue où la vapeur entre et sort à la pression du condenseur. Il n'y a pas, comme dans les turbines à étages de vitesse, d'inconvénients à augmenter le nombre des roues car la vitesse de la vapeur est plus faible et les pertes par frottement plus petites.

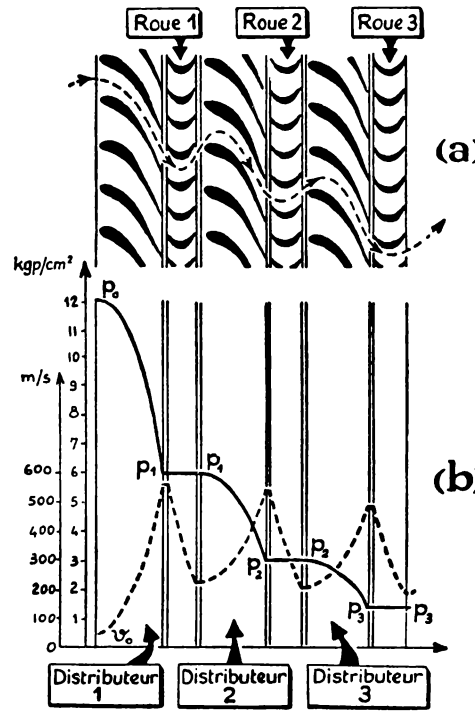


Fig. 8. — ***Diagramme d'une turbine à détente fractionnée et à action.*** Ce diagramme montre comment varient la pression et la vitesse de la vapeur à l'intérieur des aubages fixes et des aubages mobiles.

Pendant la durée de son contact avec les aubages mobiles, la vapeur cède la plus grande partie de l'énergie cinétique acquise pendant son passage sur les aubages fixes. Mais, à mesure qu'elle se détend, elle occupe un volume de plus en plus grand d'où la hauteur croissante des aubages.

Le montage des aubages peut être *multicellulaire* (fig. 9) — les aubages mobiles étant séparés par des diaphragmes portant les aubages fixes — ou en *tambour* comme dans la turbine *Parsons* que nous étudierons plus

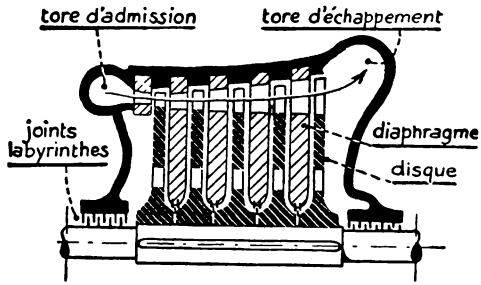


Fig. 9. — Schéma d'une *turbine à étages de pression et à action* (*type Rateau*). Des deux côtés d'une même roue la pression est la même (*voir* fig. 8), mais la vitesse de la vapeur est plus grande à l'entrée qu'à la sortie.

Des deux côtés d'un même diaphragme redresseur, les pressions sont différentes. Observez les hauteurs croissantes des aubages.

loin (fig. 10). La première disposition se recommande pour les vitesses de rotation élevées supérieures à 3 000 *tr/mn*; la seconde donne lieu à une *poussée axiale* due au fait que les faces extrêmes du tambour sont soumises à des pressions différentes. Cette poussée axiale intense doit être équilibrée par une butée ou un piston d'équilibrage.

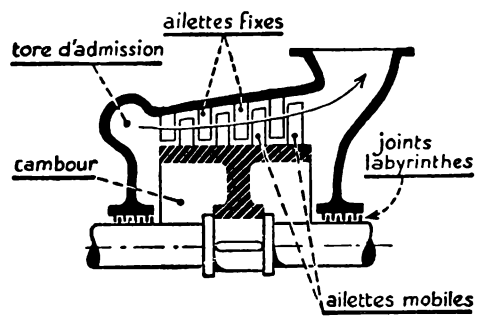


Fig. 10. — Schéma d'une ***turbine à étages de pression et à réaction*** (*type* **Parsons**). Par suite des différences de pression sur les deux faces du tambour celui-ci est soumis à une *poussée axiale*. Dites dans quel sens a lieu cette poussée en vous aidant de la figure 11.

7. Turbine à détente fractionnée et à réaction (type Parsons).

La turbine *Parsons* (fig. 10) a été réalisée à la même époque que la turbine De Laval. Elle est *à réaction*, c'est-à-dire que la vapeur se détend non seulement dans les aubages fixes qui dirigent la vapeur, mais aussi dans les aubages mobiles où elle se poursuit de manière continue (fig. 11).

L'analogie est complète avec les turbines hydrauliques Francis et roue-hélice : **injection totale, fluide agissant à la fois par sa vitesse et par sa pression.**

La différence essentielle avec les turbines à action réside dans la forme des aubages mobiles qui doivent être établis de manière à provoquer une détente.

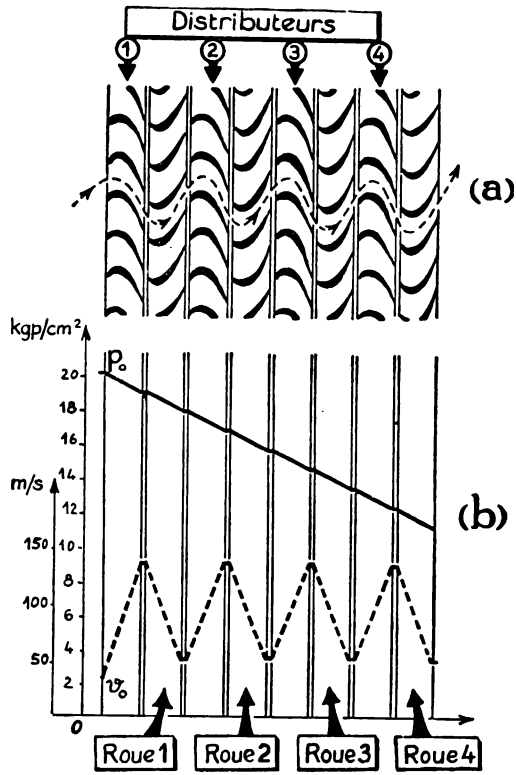


Fig. 11. — ***Diagramme d'une turbine à détente fractionnée et à réaction.*** Voyez comment varient la pression et la vitesse de la vapeur à l'intérieur des aubages fixes et des aubages mobiles.

8. Comment les turbines modernes sont-elles conçues?

Dans un grand nombre de turbines modernes nous retrouvons, *associées*, certaines des dispositions précédentes. Citons deux combinaisons courantes :

1° Une **roue de tête double** (éléments *Curtis*) avec *détente partielle* à l'entrée et, à sa suite, calées sur le même arbre, une série de **roues simples à action** (turbines multicellulaires *Curtis* et *Rateau*).

2° Une **roue de tête double** (éléments *Curtis*) avec *détente partielle* à l'entrée et, à sa suite, calées sur le même tambour, une série d'**aubages à réaction** (éléments *Parsons*).

Dans les turbines de grande puissance, la détente totale est divisée en trois fractions : *haute pression* pour la roue de tête, *moyenne pression* et *basse pression* pour les éléments suivants. Les aubages correspondant

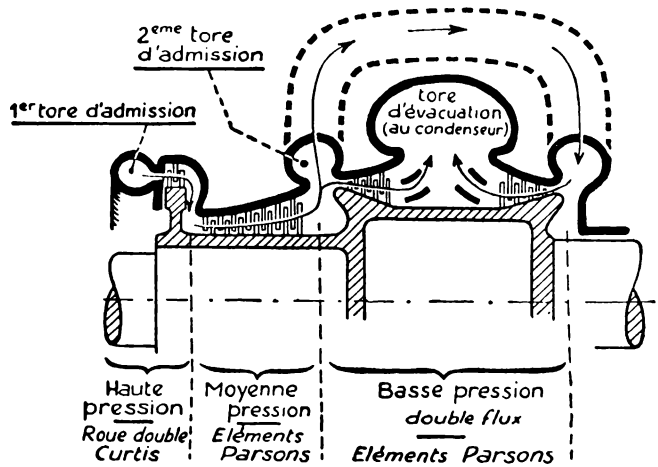


Fig. 12. — ***Schéma d'une turbine BBC*** (*Brown, Boveri, et Cie*) à un seul corps et 3 étages : ***H.P, M.P*** et ***B.P.***

La vapeur qui sort de la roue de tête ne s'échappe pas à la pression du condenseur mais à celle de l'étage à moyenne pression (*M. P.*). Pour cette raison, on dit que la roue de tête fonctionne à *contre-pression.*

Observez la disposition des aubages pour chacun des flux de vapeur de l'étage à basse pression; les poussées axiales correspondantes se trouvent ainsi équilibrées.

aux différentes fractions peuvent être enfermés dans un même corps (fig. 12) ou répartis dans des corps différents, sur la même ligne d'arbre (turbines *Brown-Boveri-Parsons*).

9. Avantages des turbines à vapeur.

1° Les turbines à vapeur ont une vitesse de rotation plus grande que les machines alternatives ce qui permet leur accouplement direct aux alternateurs des centrales (1 500 à 3 000 *tr/mn*); à égalité de puissance elles sont moins encombrantes.

2° En régime permanent, le couple moteur sur l'arbre est constant; par suite le volant est inutile.

3° Pas d'organes en mouvement alternatif, donc pas de trépidations et moins d'usure; par contre, nécessité d'un équilibrage rigoureux du rotor.

4° Elles s'adaptent, mieux que les machines alternatives, aux pressions

élevées et aux hautes surchauffes; elles permettent de réaliser des puissances supérieures à 50 000 *chevaux*[1].

5° Facilité de conduite et d'entretien.

6° Meilleur rendement global du groupe chaudière-turbine-condenseurs qui atteint la valeur 0,25 pour les unités de grande puissance.

Grâce à leurs perfectionnements, rendus possibles par les progrès de la métallurgie, les turbines à vapeur ont pris, depuis le début du xxe siècle, un essor si rapide qu'elles ont, peu à peu, supplanté la machine à vapeur alternative dans la plupart de ses applications.

LECTURE. — L'origine de la machine à vapeur.

Dès 1690, ***Denis Papin*** avait cherché à produire la force motrice au moyen de vapeur à l'aide d'un appareil faisant fonction à la fois de chaudière, de cylindre et de condenseur, mais il ne réussit pas à en faire une application pratique.

Partant du même principe, l'Anglais ***Newcomen*** réalise vers 1712 une machine à vapeur destinée à l'épuisement des eaux qui suintent dans les mines. Cette machine comportait une chaudière A (fig. 13) au-dessus de laquelle était disposé un cylindre B communiquant avec la chaudière par le robinet R_1. Entouré d'une chemise d'eau D le cylindre était refroidi extérieurement par l'eau froide d'un réservoir E. Le piston était attaché par une chaîne à un balancier dont le second fléau actionnait le piston de la pompe.

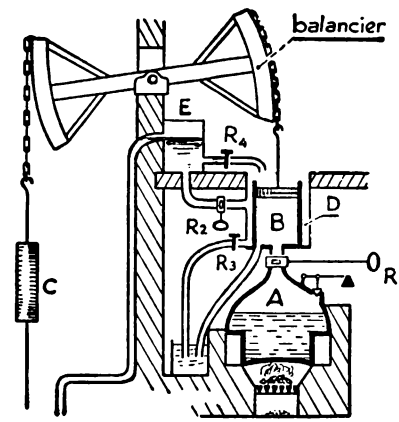


Fig. 13.

Mis en communication avec la chaudière dont la pression était extrêmement faible, le piston était tiré par les tringles de la pompe auxquelles un contrepoids C ajoutait son action. En haut de sa course on fermait *à la main* le robinet R_1 et l'on envoyait de l'eau dans la chemise de refroidissement. La vapeur se condensait et la pression atmosphérique faisait descendre le piston qui recevait d'ailleurs une petite couche d'eau servant à former joint étanche sur son pourtour. On pouvait de la sorte atteindre 10 à 12 coups de piston par minute selon la rapidité de la manœuvre des robinets. Plus tard, un jeune ouvrier, *Humphrey Potter*, imagina de commander les robinets par des ficelles actionnées par le balancier et le fonctionnement devint automatique.

Ces machines *atmosphériques* consommaient énormément de vapeur et de combustible et leur application était limitée aux mines riches dans lesquelles l'eau à

1. L'une des turbines *Alsthom* de l'usine génératrice thermique « *Saint-Denis II* » de la Société d'Électricité de Paris a une puissance de 50 000 *kW* à la vitesse de 3 000 *tr/mn*. La pression d'admission est de 54 *hpz* et la température de surchauffe 450°. Cette turbine est à 3 corps.

extraire n'était ni trop profonde, ni abondante. On en comptait une soixantaine en Angleterre au moment où *James Watt* commença ses recherches en 1763. Elles furent longues et pleines de difficultés.

La première invention de Watt fut de séparer le *cylindre* du *condenseur*, l'un devant recevoir la vapeur et rester chaud en permanence, l'autre devant réduire le volume de cette vapeur et la condenser. La nécessité d'évacuer l'eau condensée sous vide l'amena à imaginer une *pompe à air* pour maintenir constant le vide au condenseur.

Associé avec l'industriel *Boulton* il réussit à faire adopter sa machine par les propriétaires de mines et, dès 1780, le succès lui est assuré. La machine de Watt de cette époque est toujours une machine atmosphérique et à simple effet. Watt s'applique sans cesse à la perfectionner et à étendre le champ de ses applications. Pour remplacer les roues hydrauliques il est naturellement conduit à étudier les différents mécanismes susceptibles de transformer le mouvement de va-et-vient en mouvement de rotation. Le système bielle-manivelle existe, mais il est protégé par un brevet et Watt ne peut l'employer. Qu'importe; il imagine cinq autres mécanismes parmi lesquels le *train d'engrenages planétaires* qu'il appliqua à ses machines jusqu'au moment où le brevet protégeant la bielle et la manivelle fut tombé dans e domaine public. Il dote sa machine d'un *volant*.

Pour régler la puissance et la vitesse des machines, Watt eut l'idée d'étrangler la vapeur par une *vanne à papillon* commandée par un *régulateur* à force centrifuge. Il abandonne les robinets comme organes de distribution et adopte les *soupapes* qu'il perfectionna beaucoup pour les rendre étanches et faciles à manœuvrer.

Pour réduire la consommation de vapeur il a recours à la détente, et, pour se rendre compte de ce qui se passe à l'intérieur du cylindre, il réalise le premier instrument de contrôle et de mesure de la puissance : l'*indicateur*.

En 1784, il appliqua à sa machine le principe du *double effet*, ce qui l'obligea non seulement à mettre au point les presse-étoupes dont l'étanchéité n'était pas facile à obtenir avec des tiges de piston grossièrement exécutées[1], mais à guider les tiges de piston, de manière qu'elles aient toujours un mouvement rectiligne, puisque le double effet l'obligeait à abandonner la chaîne comme organe de tranmission au balancier; il y parvint par l'invention du *parallélogramme* qui porte son nom.

Bref, en 1787, les machines de Watt atteignent un tel degré de perfectionnement que certaines d'entre elles ont pu, malgré les progrès de l'industrie et de la mécanique au cours du XIXe siècle, fonctionner pendant quatre-vingts et même cent ans.

L'inventeur ne se laissa pas griser par le succès. Lorsqu'en 1800 ses brevets tombèrent dans le domaine public, il laissa à ses continuateurs le soin de poursuivre son œuvre et, en philosophe, il consacra les dernières années de sa vie à des études techniques, littéraires et artistiques. Le 19 août 1819 s'éteignit, à l'âge de 83 ans, l'un des plus grands ingénieurs dont le monde puisse se glorifier.

D'après *L'œuvre de James Watt*, par V. Kammerer.
BULLETIN DES ASSOCIATIONS FRANÇAISES DES PROPRIÉTAIRES D'APPAREILS A VAPEUR (Janvier 1936).

Résumé.

1. Une masse de vapeur sous pression que l'on détend dans certaines conditions acquiert une très grande vitesse et, par suite, une grande énergie cinétique. Les *turbines à vapeur* permettent de transformer cette énergie en travail.

---

1. A cette époque il n'y avait ni ateliers de construction, ni machines-outils. Les travaux de tournage et d'alésage s'exécutaient sans précision, à la main, par des artisans.

2. La vapeur provenant de la chaudière passe d'abord dans un *distributeur* où s'opère la détente ; à sa sortie elle agit sur les ailettes d'une *roue* mobile qu'elle entraîne.

3. Dans les turbines dites *à action* la détente de la vapeur est achevée dès la sortie du distributeur : la pression demeure constante pendant le passage dans la roue.

Toutefois l'emploi d'une roue unique présente un inconvénient : la vitesse de rotation est très grande et l'on doit, dans la plupart des applications, monter un réducteur de vitesse sur l'arbre de la turbine. Aussi a-t-on réalisé les turbines à étages de vitesse où plusieurs roues sont fixées sur le même arbre. La vapeur cède à chacune des roues une fraction de l'énergie qu'elle possède ; sa vitesse à l'entrée des roues successives va en décroissant.

4. Un autre procédé pour obtenir des vitesses de rotation directement utilisables consiste à fractionner la détente qui s'effectue dans le distributeur qui précède la première roue et les redresseurs interposés entre les roues suivantes.

Dans certaines turbines dites *à réaction*, la détente s'effectue en outre dans les aubages des roues mobiles.

5. Les turbines modernes permettent de réaliser des puissances très élevées, de l'ordre de 50 000 *ch* à la vitesse de 3 000 *tr/mn*. Elles comportent plusieurs corps.

Le rendement global du groupe chaudière-turbine-condenseur peut atteindre la valeur 0,25.

Exercices.

1. Calculez l'énergie cinétique d'une masse de vapeur pesant 1 *gp* animée d'une vitesse de 1 000 *m/s*. Le résultat n'est-il pas surprenant?

En admettant qu'un distributeur de turbine débite 1 *kgp par seconde* de cette même vapeur et que 85 % de l'énergie soit transformée en travail mécanique, quelle serait, en *chevaux*, la puissance effective recueillie sur l'arbre de la turbine?

2. En régime permanent les deux faces d'un disque de turbine multicellulaire à action (fig. 9) sont à la même pression, mais en régime troublé il n'en est plus de même. Calculez la poussée qui résulterait d'une différence de pression de 1 *kgp/cm²* sur une roue de 1 *m²* de surface. Cette poussée est capable de voiler le disque. Justifiez alors les évidements pratiqués sur celui-ci et qui sont généralement au nombre de 4.

3. Dans une turbine *De Laval* (fig. 14) le diamètre moyen de la roue est de 0,50 m, la vitesse circonférentielle moyenne 350 *m/s* et la puissance fournie 200 *ch*. Calculer :

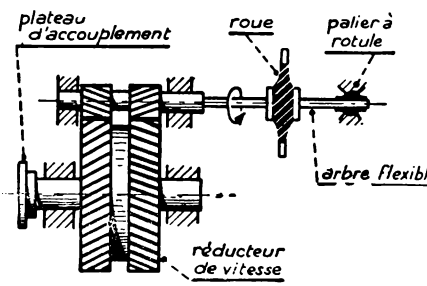


Fig. 14.

1° la vitesse de rotation en *tr/mn*;

2° le moment du couple moteur;

3° l'accélération centrifuge d'un point de la circonférence moyenne et la force

centrifuge sur une ailette pesant 40 *gp* dont le centre de gravité est supposé sur la circonférence précédente;

4° le rapport de réduction du réducteur sachant que la vitesse de rotation de l'arbre récepteur doit être de 1 500 *tr/mn.*

4. *A.* Dans une turbine à une seule roue la vapeur se détend complètement dans les tuyères du distributeur. Chaque *kilogramme-poids* de vapeur abandonne une quantité de chaleur *Q kilocalories* qui se transforme en énergie cinétique. On sait qu'*une kilocalorie* équivaut à une quantité de travail égale à 426 *kgm.*

1° Soit v la vitesse du jet de vapeur à la sortie de la *tuyère.* La vitesse v_0 à l'entrée étant négligée, montrer, en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à une masse de vapeur pesant 1 *kgp*, que la vitesse v est donnée par la relation :

$$\underset{m/s}{v} = 91{,}4\sqrt{\underset{kcal}{Q}}$$

2° Dans ces conditions, quelle serait la vitesse de sortie pour $Q = 120$ *kcal*? (*ne conserver que* 3 *chiffres significatifs au résultat obtenu*).

3° Quelle devrait être la vitesse périphérique de la roue qui assurerait le meilleur rendement?

B. La même chute de chaleur Q étant fractionnée en n parties égales (*auxquelles correspondent n étages de pression dans la turbine*), montrer que la vitesse d'écoulement des chutes partielles $v' = v\sqrt{\frac{1}{n}}$. Quel doit être le nombre des étages pour que la vitesse périphérique de la roue soit, théoriquement, le quart de la valeur précédente?

Le moteur à explosion.

CYCLE A 4 TEMPS

1. Qu'est-ce qu'une explosion?

Le gaz d'éclairage, le grisou, les vapeurs d'essence minérale provoquent chaque année des explosions qui tuent des hommes et font d'énormes dégâts. Comment de telles catastrophes peuvent-elles se produire?

Les combustibles solides, liquides ou gazeux ne peuvent brûler qu'à leur surface de contact avec l'air (fig. 1). Mais, *si un gaz combustible*

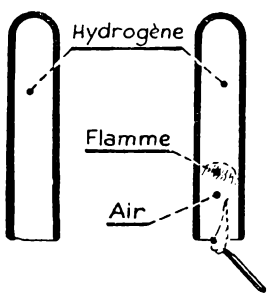


Fig. 1.

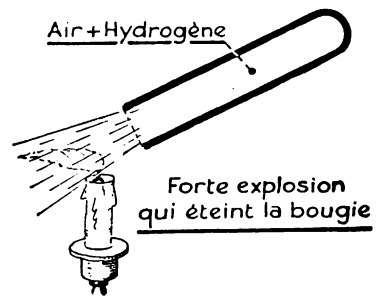


Fig. 2.

Fig. 1. — Comme un solide ou un liquide combustible, un ***gaz combustible*** *brûle progressivement* à mesure que l'air arrive à son contact.
Fig. 2. — Un ***mélange d'air*** et de ***gaz combustible*** brûle instantanément au contact d'une flamme : il y a ***explosion.***

est mélangé d'air, il peut brûler dans toute sa masse ; il suffit de l'enflammer en un point pour que la combustion se propage, *presque instantanément,* à tout le mélange (fig. 2).

La chaleur dégagée n'a pas le temps de se dissiper en chauffant les corps voisins. Elle porte les gaz provenant de la combustion à une très haute température : 1 800° par exemple ; leur pression s'accroît *subitement* ; ils exercent des forces pressantes énormes sur les corps avec lesquels ils sont en contact et les projettent au loin s'ils ne sont pas solidement fixés ou retenus.

Tel est le mécanisme d'une explosion.

Des hommes de génie ont maîtrisé ce phénomène. Ils ont réussi à utiliser la force d'expansion des mélanges explosifs gazeux pour produire des effets mécaniques utiles : ils sont créé le **moteur à explosion.**

2. Étudions le schéma d'un moteur à explosion à essence.

Nous y retrouvons deux organes essentiels de la machine à vapeur à piston (fig. 3) :

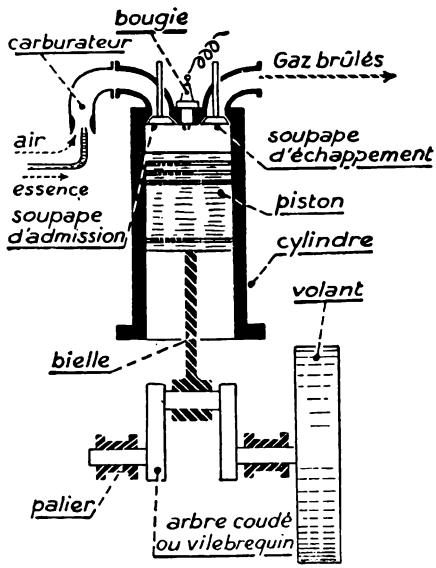


Fig. 3. — ***Schéma de principe d'un moteur à explosion.*** Décrivez ce moteur.

1° un **cylindre** soigneusement alésé, fermé d'un côté par une *culasse*, ouvert à l'autre. Il contient un **piston**, qui porte à sa périphérie des segments destinés à assurer l'étanchéité entre piston et cylindre.

2° un **système bielle-manivelle,** qui transforme le mouvement rectiligne alternatif du piston en mouvement circulaire continu de l'*arbre moteur*. Un **volant** est calé sur cet arbre.

Deux conduits pratiqués dans la culasse débouchent dans le haut du cylindre. L'un y amène le **mélange carburé** du gaz combustible et de l'air (*gaz frais*); son orifice porte une **soupape d'admission.** Par l'autre, s'échappent les gaz de la combustion (*gaz brûlés*); son orifice porte la **soupape d'échappement.**

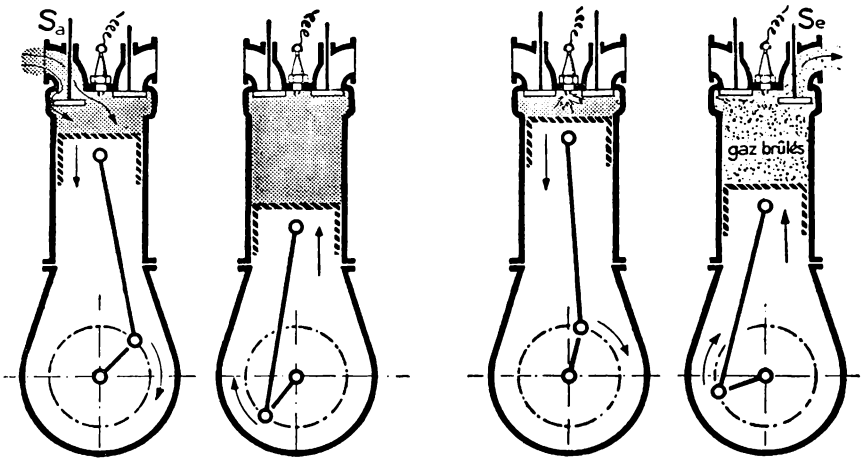
Enfin un appareil électrique, appelé **bougie,** permet de faire éclater une étincelle électrique et de provoquer ainsi, au moment voulu, l'explosion des gaz combustibles.

3. Fonctionnement d'un moteur à explosion : cycle à quatre temps.

Considérons un moteur en *marche*. Le piston va et vient dans le cylindre, comme celui d'une machine à vapeur. Suivons-le pendant deux allers et retours consécutifs, soit quatre courses ou quatre temps (fig. 4).

1er **Temps : Admission.** — Le piston arrive à bout de course, en haut. La soupape d'échappement S_e vient de se fermer; celle d'admission S_a s'ouvre. Grâce au volant qui continue à tourner et entraîne l'arbre moteur, la manivelle et la bielle, le piston est tiré par celle-ci jusqu'en bas du cylindre. A mesure qu'il descend, il *aspire* le mélange carburé; lorsqu'il atteint le point mort bas, la soupape d'admission se ferme.

On appelle *cylindrée* le volume engendré par le piston lorsqu'il passe du point mort haut au point mort bas.



1er TEMPS ASPIRATION	2e TEMPS COMPRESSION	3e TEMPS EXPLOSION-DÉTENTE	4e TEMPS CHAPPÉMENT
Le piston descend. La soupape d'admission se lève. Le mélange *air-essence* pénètre dans le cylindre.	Le piston remonte. Les soupapes étant fermées, le mélange admis au 1er temps est comprimé.	Une étincelle fait exploser le mélange comprimé. Les gaz brûlés poussent énergiquement le piston qui descend.	La soupape d'échappement se lève. Le piston remonte et chasse les gaz brûlés à l'extérieur.
PREMIER TOUR		DEUXIÈME TOUR	

Fig. 4. — ***Fonctionnement du moteur à explosion à 4 temps.***

2e **Temps : Compression.** — Les deux soupapes sont fermées. Toujours entraîné par le volant, le piston remonte et comprime le mélange au fond du cylindre dans un petit espace : *la chambre d'explosion.* Pendant cette deuxième course la pression du mélange carburé croît ainsi que sa température, ce qui facilitera l'allumage.

3e **Temps : explosion et détente.** — Les deux soupapes restent fermées. Une étincelle électrique éclate entre les électrodes de la bougie. Le mélange gazeux explose (*durée de l'explosion* : de l'ordre du millième de seconde). Les gaz brûlés, portés à haute température par l'explosion, acquièrent immédiatement une grande pression. *Le piston est refoulé vers le bas par leur force pressante.* Tandis que leur volume croît, leur pression et leur température diminuent : *ils se détendent.*

La détente est le **temps moteur.**

4e **temps : échappement.** — La soupape d'admission restant fermée, celle d'échappement s'ouvre. Tandis que le piston remonte, *entraîné par le volant*, les gaz brûlés sont chassés dans la tubulure d'échappement et, de là, dans l'atmosphère.

A la fin du quatrième temps, la soupape d'échappement se ferme.

Ces opérations recommencent dans le même ordre, aussi longtemps que le moteur fonctionne. L'ensemble des quatre temps forme un *cycle complet*, dit **cycle à quatre temps.**

REMARQUES. — 1. Le cycle à quatre temps comprend un temps moteur sur quatre. L'entretien du mouvement des organes mobiles pendant les trois autres temps nécessite de l'énergie mécanique ; celle-ci est empruntée à l'*énergie cinétique* du volant.

2. Chacune des soupapes s'ouvre et se ferme *une fois tous les deux tours* de l'arbre ; leur mouvement est commandé par un **arbre à cames** qui tourne deux fois moins vite que l'arbre moteur.

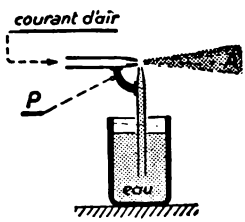


Fig. 5.

4. Le carburateur prépare automatiquement le mélange gazeux combustible.

EXPÉRIENCE. — Faites fonctionner un pulvérisateur (fig. 5) L'air soufflé dans le tube horizontal suffit à faire monter le liquide dans le tube vertical et à le réduire en fines goutelettes. Le carburateur fonctionne d'une manière semblable.

Il se compose essentiellement d'un *gicleur*, petit tube qui amène l'essence liquide au niveau d'une buse d'aspiration ou diffuseur (fig. 6).

Pendant le premier temps du cycle (admission), le vif courant d'air qui circule autour du gicleur aspire l'essence ; elle se volatilise aussitôt ; ses vapeurs se mêlent à l'air ; ainsi se forme le mélange explosif (gaz frais).

Un dispositif spécial règle l'arrivée d'essence et maintient constant son niveau au ras de l'orifice du gicleur.

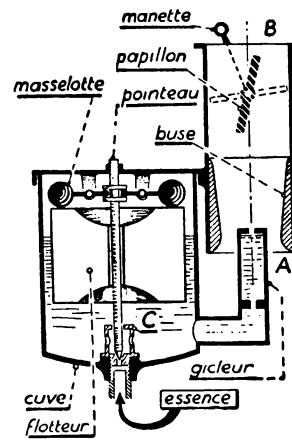


Fig. 6. — ***Schéma d'un carburateur.*** En se soulevant, le flotteur appuie sur les masselottes dont les leviers pivotent autour de leurs axes et font descendre le pointeau. Celui-ci obture alors l'orifice d'arrivée de l'essence. A mesure que l'essence est aspirée par le gicleur, le niveau baisse dans la cuve, le flotteur descend et le pointeau se soulève, permettant ainsi à l'essence de pénétrer.

5. L'étincelle électrique éclate automatiquement entre les électrodes de la bougie à la fin de la compression.

Bornons-nous au système d'allumage par *bobine d'induction*. Les deux *électrodes* de la bougie (fig. 7) sont reliées aux extrémités de l'enroulement secondaire d'une bobine (fig. 8) dont l'enroulement primaire est intercalé dans un circuit comprenant un *accumulateur* et un *rupteur*. Le rupteur est actionné par une came placée sous la dépendance de l'arbre moteur. Une fois tous les deux tours, le rupteur ouvre le circuit primaire, d'où un courant induit dans le secondaire dont la force électromotrice est suffisamment élevée pour produire une étincelle très chaude entre les deux électrodes.

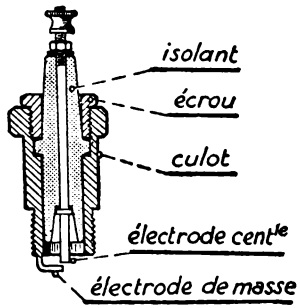


Fig. 7. — ***Coupe d'une bougie d'allumage.***

Un *condensateur* disposé en dérivation entre les bornes du rupteur, assure une rupture brusque du courant primaire, et, par suite, une force électromotrice de grande intensité dans le secondaire.

L'accumulateur est rechargé automatiquement par une dynamo entraînée par l'arbre moteur.

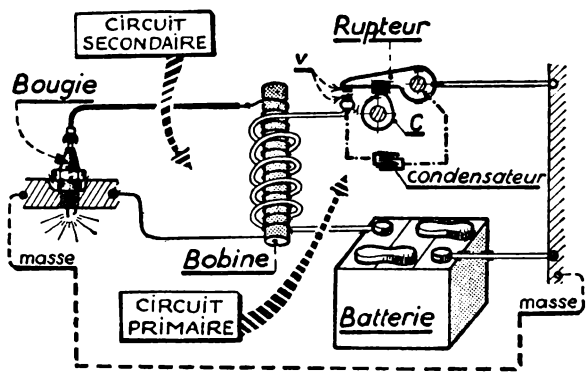


Fig. 8. — ***Allumage par batterie et bobine d'induction.*** La batterie d'accumulateurs a une tension de 6 ou 12 *volts*. A chaque rupture du courant primaire, la tension entre les électrodes de la bougie est de l'ordre de 10 000 *volts*; elle est suffisante pour qu'une étincelle très chaude jaillisse entre ces électrodes.

Chaque fois que les vis platinées *v* s'écartent, une étincelle jaillit entre elles (*rupture du courant primaire*); un *condensateur* est placé en dérivation pour en réduire l'effet.

6. L'évolution du mélange gazeux dans le cylindre peut être traduite par un diagramme.

Sur deux axes de coordonnées rectangulaires Ox et Oy (fig. 9) portons, après avoir choisi des échelles convenables :

en abscisses, les déplacements du piston mesurés à partir du point mort haut;

en ordonnées, les valeurs de la pression dans la chambre où évolue le mélange de gaz et d'air.

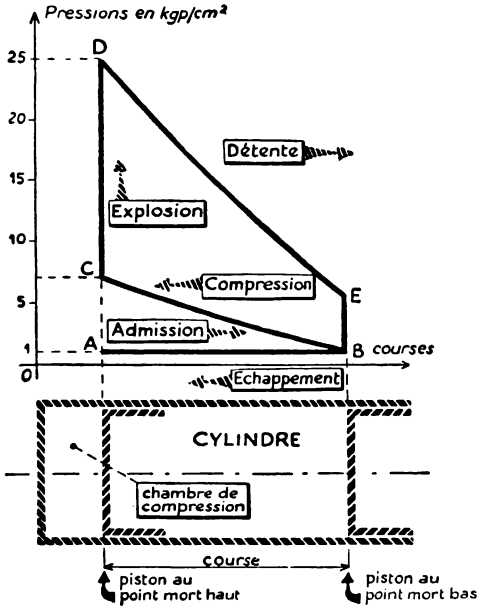


Fig. 9.
Diagramme théorique du moteur à explosion.

1° ADMISSION. — Si l'on suppose la pression du mélange air-vapeur d'essence (gaz frais) constamment égale à la pression atmosphérique pendant toute l'admission, la courbe des pressions est une droite ***AB*** parallèle à l'axe Ox.

2° COMPRESSION. — A mesure que le piston revient en arrière, le volume des gaz frais admis pendant le premier temps diminue; leur pression croît, d'où la *courbe de compression* ***BC***.

3° EXPLOSION ET DÉTENTE. — L'explosion porte brusquement la pression atteinte en fin de compression à une valeur 4 à 6 fois plus grande; d'où la droite ***CD*** parallèle à Oy. Puis la détente des gaz brûlés commence aussitôt; la pression diminue progressivement à mesure que le volume des gaz brûlés s'accroît; d'où la *courbe de détente* ***DE***.

4° ECHAPPEMENT. — A la fin du troisième temps, l'ouverture de la soupape d'échappement met le cylindre en communication avec l'atmosphère; la pression décroît brusquement (segment de droite E B) pour rester égale à la pression atmosphérique pendant la durée de la dernière course du cycle. La droite ***BA*** est la *courbe d'échappement*, confondue avec la courbe d'admission AB.

Le contour fermé *ABCDEBA* constitue le **diagramme théorique** du cycle à quatre temps.

Comme nous l'avons établi pour le diagramme de la machine à vapeur, le travail accompli par les gaz pendant la durée d'un cycle est proportionnel à l'aire du contour fermé BCDEB.

7. La compression préalable a pour effet d'accroître le travail fourni par les gaz.

Soient : v le volume de la chambre d'explosion (ou de compression);
V celui de la cylindrée (fig. 10).

En fin d'admission le mélange carburé occupe le volume $v + V$; en fin de compression il n'occupe plus que le volume v. Par définition, le **taux ou rapport de compression volumétrique** est égal à $\frac{v+V}{v}$. Imaginons que, sans changer la course du piston, donc sans modifier le volume V qu'il engendre, on réduise le volume v (fig. 10). Le taux de compression augmente[1]; par suite la courbe de compression se relève suivant BC'; la pression en fin d'explosion est plus élevée (point D') ainsi que la pression en fin de détente (point E'). Le diagramme BCDEB est remplacé par le diagramme BC'D'E'B et l'on démontre que l'aire du second est plus grande que celle du premier. Donc, *plus le taux de compression est élevé, plus le travail fourni au cours d'un cycle est grand.*

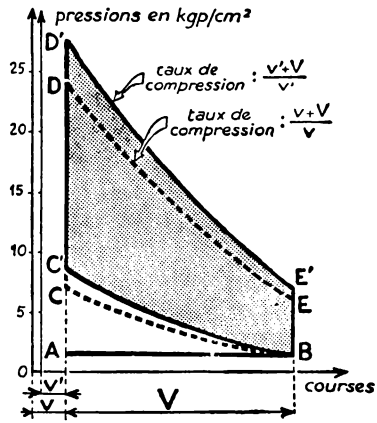


Fig. 10. — ***L'aire*** du diagramme augmente lorsque le ***taux de compression*** croît. **Le travail recueilli est plus grand.**

Il paraît donc logique de construire des moteurs à taux de compression élevé, mais on est limité dans cette voie car, **plus le mélange détonant** est comprimé, plus sa température en fin de compression est grande et celle-ci peut être suffisante pour en provoquer l'explosion prématurée au cours de la compression (phénomène d'*auto-allumage*). En outre, l'échauffement plus grand des parois rend plus difficile le problème du graissage.

---

1. Le rapport $\frac{v+V}{v}$ s'écrit $1 + \frac{V}{v}$. Sous cette forme on voit que lorsque v diminuée, le taux de compression croît.

Le taux de compression varie selon la nature du carburant. Pour un même carburant, il dépend du matériau constituant la culasse; c'est ainsi que les culasses en alliage d'aluminium autorisent des taux plus élevés car elles diffusent mieux la chaleur que les culasses en fonte. Les valeurs usuelles sont les suivantes :
pour l'essence : ***5*** à ***7***
pour le benzol et l'alcool : ***6*** à ***9***.

REMARQUE. — On pourrait, pour gagner du travail, prolonger la détente jusqu'à la pression atmosphérique. Le cylindre serait alors plus long, le moteur plus volumineux et les frottements des organes mobiles plus importants. Le gain de travail ainsi réalisé ne compenserait pas suffisamment les pertes correspondantes; c'est pourquoi en pratique on écourte toujours la détente.

8. Le diagramme réel diffère notablement du diagramme théorique.

Car, ni l'ouverture, ni la fermeture des soupapes, ni l'explosion, ne sont *instantanées*. Les gaz frais ou les gaz brûlés sont plus ou moins étran-

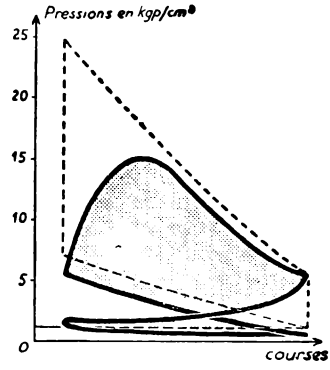


Fig. 11. — ***Diagramme réel d'un moteur non réglé.***

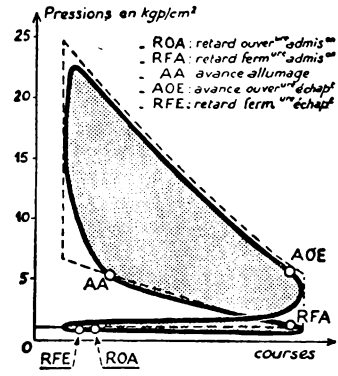


Fig. 12. — ***Diagramme réel d'un moteur réglé.***

glés au début de chaque ouverture ou de chaque fermeture, si bien que, sur un moteur non réglé, le diagramme relevé avec un indicateur de Watt spécial[1] est semblable à celui de la figure 11.

Pratiquement on procède aux réglages suivants (fig. 12).

---

1. L'indicateur de Watt peut être employé lorsque la vitesse de l'arbre moteur ne dépasse pas 800 à 1 000 *tr/mn*. Pour des vitesses supérieures il faut recourir à d'autres appareils, ayant moins d'inertie : manographe *L'Hospitalier*, manographe photocathodique de *Labarthe*, par exemple.

1° la soupape d'admission s'ouvre un peu après le passage du piston au point mort haut (*retard à l'ouverture de l'admission*); elle se ferme un peu après le passage au point mort bas (*retard à la fermeture de l'admission*); **on réalise ainsi un meilleur remplissage du cylindre;**

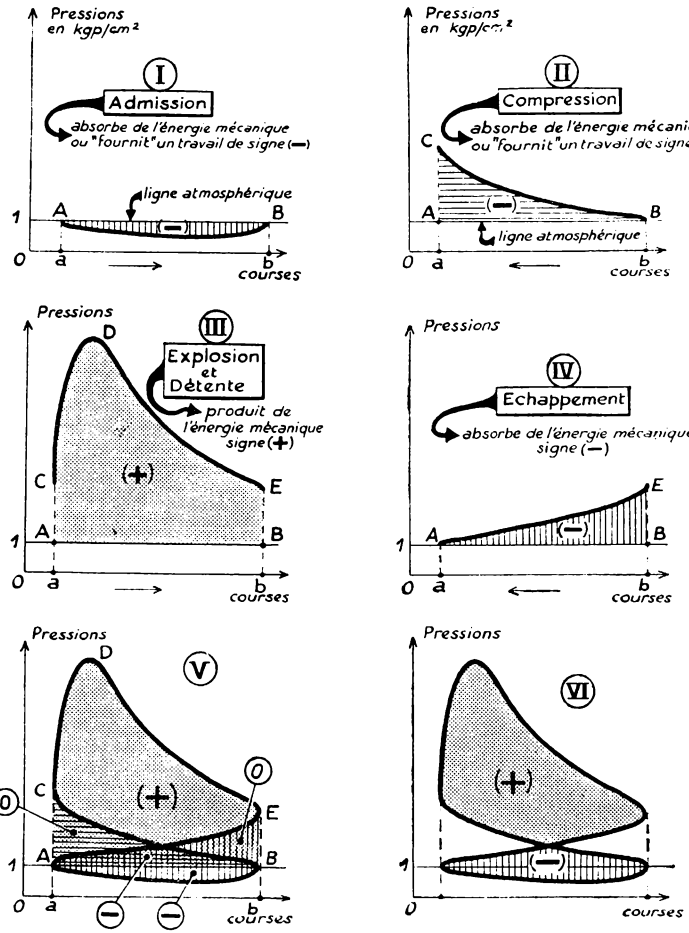


Fig. 13. — Voici les phases successives du cycle à 4 temps.
A chacune d'elles correspond un travail (signe + ou signe —).

Le travail fourni au cours d'un cycle est proportionnel à la différence des aires de la figure VI.

2° l'allumage est provoqué un peu avant la fin de la course de compression (*avance à l'allumage*), afin que la courbe correspondant à l'explosion atteigne son sommet vers la fin de cette course; plus le moteur tourne vite, plus l'avance à l'allumage augmente, grâce à un dispositif automatique;

3° la soupape d'échappement s'ouvre avant la fin de la course de détente (*avance à l'ouverture de l'échappement*); elle se ferme un peu après la fin du quatrième temps (*retard à la fermeture de l'échappement*).

Tous ces réglages ont pour but d'obtenir un diagramme ayant la plus grande surface possible.

Vous démontrerez, en vous aidant de la figure 13, que le travail correspondant à un cycle est proportionnel à la différence des aires (+) et (—).

Résumé.

1. Une *explosion* est la combustion instantanée d'un mélange en proportions convenables d'un gaz combustible et d'air : par exemple, d'un mélange de vapeur d'essence minérale et d'air.

Les gaz provenant de la combustion sont portés à une très haute température et, par suite, à une haute pression : ils peuvent, comme la vapeur, produire du travail en se détendant.

2. Un *moteur à explosion* comporte essentiellement :

1° un cylindre alésé dans lequel un piston forme paroi mobile;

2° un mécanisme bielle-manivelle;

3° un carburateur où se prépare un mélange explosif de vapeur d'essence et d'air;

4° un système d'allumage électrique.

3. Dans un moteur fonctionnant suivant le *cycle à 4 temps* les opérations suivantes se succèdent chaque fois que l'arbre moteur fait deux tours :

1er temps : admission dans le cylindre du mélange explosif;
2e — : compression de ce mélange dans la chambre d'explosion;
3e — : allumage, explosion et détente des gaz brûlés;
4e — : échappement des gaz brûlés.

Sur ces 4 temps, le troisième seul est moteur. L'énergie mécanique nécessaire pour déplacer les différentes pièces du mécanisme pendant les trois autres temps est fourni par un volant calé sur l'arbre moteur.

4. Le travail produit par les gaz qui évoluent dans le cylindre pendant la durée d'un cycle est proportionnel à l'aire d'un diagramme que l'on peut enregistrer d'une manière analogue au diagramme de la machine à vapeur.

Pour une même quantité de mélange explosif admise dans le cylindre on obtient plus de travail grâce aux réglages suivants :

retard à l'ouverture de l'admission;
retard à la fermeture de l'admission;
avance à l'allumage:
avance à l'ouverture de l'échappement;
retard à la fermeture de l'échappement.

Exercices

1. La figure 14 représente un ***carburateur Solex.*** *A gauche* : coupe du carburateur complet. *A droite* : vue agrandie du gicleur principal.

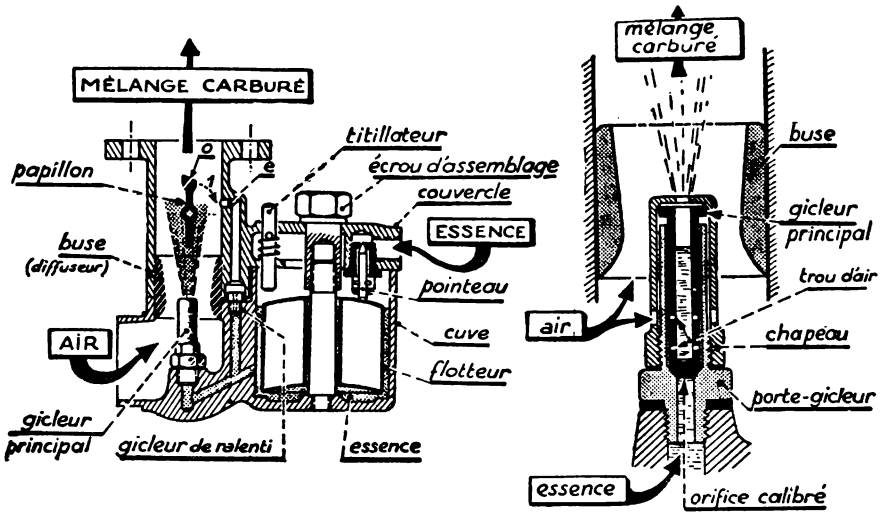


Fig. 14.

Observez bien les différentes pièces constitutives, notamment :

la *cuve*, le *flotteur*, le *pointeau*, le *titillateur* et son ressort grâce auquel on peut, d'une pression de l'index, appuyer sur le flotteur et faire arriver l'essence en plus grande quantité dans le gicleur principal au moment qui précède le démarrage;

le *gicleur principal*, le *papillon* percé d'un trou oblique *o*, le *gicleur de ralenti*.

A pleine puissance du moteur, le papillon est grand ouvert (*comme sur la figure*). La voiture étant arrêtée et le moteur continuant à tourner, le papillon est fermé; l'orifice *o* est alors en face de l'orifice *e* du conduit qui communique avec le gicleur de ralenti et l'essence arrive par ce gicleur.

2. La figure 15 représente le diagramme réel d'un moteur à explosion à 4 temps. Le carré *Oabc*, dont l'aire mesure 81 mm^2 correspond à un travail de 1 *kgm*. Calculer le travail qui équivaut à l'aire du diagramme.

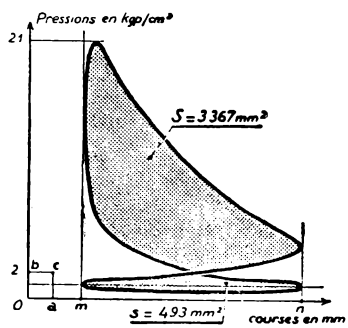


Fig. 15.

En déduire la puissance du moteur sachant que celui-ci comporte 4 cylindres et que son arbre tourne à la vitesse de 1200 *tr/mm.*

3. Un moteur à gaz monocylindrique fonctionnant suivant le cycle à 4 temps, a les caractéristiques suivantes :

$$\begin{cases} \textit{diamètre d'alésage} & : 300\ mm; \\ \textit{course} & : 500\ mm; \\ \textit{vitesse de régime} & : 400\ tr/mn. \end{cases}$$

Grâce à la vitesse relativement faible du moteur on a pu relever, à l'aide d'un indicateur de *Watt*, un diagramme dont l'aire totale $S - s = 1\,000\ mm^2$. Ce diagramme est inscrit entre des ordonnées extrêmes distantes de 600 *mm.*

1° Calculer la hauteur du rectangle dont l'aire est équivalente à celle du diagramme.

2° En déduire la *pression moyenne indiquée* sachant que le style de l'indicateur se déplace verticalement de 3 *mm* pour une variation de pression de 1 kgp/cm^2.

3° Quelle est, en *chevaux*, la valeur de la puissance indiquée?

4° Le *rendement thermique* du moteur est de 0,24 c'est-à-dire que 24 % de l'énergie fournie par le gaz combustible sont transformés en énergie mécanique transmise au piston. Sachant que le gaz combustible employé a un pouvoir calorifique de 5 200 $kcal/m^3$, quelle est la consommation de gaz par heure?

LECTURE.

Beau de Rochas, inventeur du cycle à 4 temps.

La question du moteur à explosion s'est posée dès l'invention du gaz d'éclairage par ***Philippe Lebon,*** à la fin du XVIIIe siècle. C'est Lebon lui-même qui s'avisa du parti qu'on pouvait tirer du combustible gazeux pour la production de la puissance motrice. En 1801, il imagine un moteur à double effet dans le cylindre duquel serait envoyé, alternativement à l'arrière et à l'avant, un mélange explosif de gaz et d'air allumé électriquement.

Pendant un demi-siècle plusieurs inventeurs prirent des brevets dont aucun ne conduisit à des résultats vraiment pratiques.

En 1860 un autre Français, ***Etienne Lenoir,*** réalise un moteur à gaz simple, fonctionnant à deux temps, *sans compression préalable.* Dans ce système, le piston aspire le mélange pendant la moitié de la course aller; l'explosion est alors provoquée et les gaz travaillent par détente pendant le reste de cette même course; la course du retour est employée à l'expulsion des produits. Le mélange combustible est dosé avec un excès d'air afin de modérer l'élévation de pression et de température lors de l'explosion.

L'inconvénient du moteur Lenoir était sa consommation élevée, inhérente à l'absence de toute compression préalable : 3 m^3 de gaz d'éclairage par *cheval-heure*; cependant il se répandit avec succès dans la petite industrie car il était d'un emploi commode; sa mise en marche notamment était immédiate. Ce fut le premier moteur à gaz industriel.

En 1861, ***Beau de Rochas*** (1815-1893), ingénieur à la Compagnie des Chemins de fer du Midi, précise dans un mémoire l'influence de la compression préalable du mélange de gaz et d'air et il montre :

1° qu'on peut obtenir un travail d'autant plus grand de la force élastique des gaz qu'on les comprime davantage avant leur inflammation;

2° qu'en pratique il y a une limite infranchissable : celle ou l'élévation de température due à la compression préalable détermine l'inflammation spontanée;

3° que la compression facilite l'allumage en rendant le mélange gazeux plus intime et en élevant sa température.

Voici, extrait du mémoire, le passage qui définit sans ambiguïté le cycle à 4 temps.

« *La question étant ainsi posée, le seul dispositif véritablement pratique consistait évidemment à n'employer qu'un seul cylindre, d'abord pour qu'il fût le plus grand possible, ensuite pour réduire les mouvements résistants des gaz à leur minimum absolu. Alors, et pour un même côté du cylindre, on est naturellement conduit à exécuter les opérations suivantes, dans une période de quatre courses consécutives :*

1° *Aspiration pendant une course entière du piston;*

2° *Compression pendant la course suivante;*

3° *Inflammation au point mort et détente pendant la troisième course;*

4° *Refoulement des gaz brûlés hors du cylindre au quatrième et dernier retour.* »

Beau de Rochas ayant pris un brevet en 1862, le proposa inutilement à plusieurs maisons de construction : l'auteur était en avance sur son temps, il ne fut pas compris. En 1863, son brevet tomba dans le domaine public et quelques années plus tard, la machine à quatre temps faisait son apparition sous d'autres noms et procurait à ses promoteurs les honneurs et la fortune.

L'application du cycle à 4 temps a reçu depuis un demi-siècle bien des perfectionnements, mais sa formule est demeurée parce qu'elle était simple, qu'elle pouvait être réalisée au moyen d'un petit nombre de pièces mécaniques et qu'elle se prêtait aux grandes vitesses à la suite des perfectionnements de l'allumage, de la distribution et du bon équilibrage des forces d'inertie dans les moteurs polycylindriques.

Beau de Rochas mourut dans une gêne voisine de la misère. Mais il laisse un nom illustre dans les annales de la Science; il a droit à notre reconnaissance.

Le moteur à explosion.

CYCLE A 2 TEMPS

Admission, compression, explosion suivie de *détente* et *échappement* sont les phases indispensables du fonctionnement d'un moteur à explosion. Dans le cycle à 4 temps, il faut quatre courses pour les réaliser et sur ces quatre courses une seule est motrice; dans le cycle à 2 temps, deux courses suffisent pour que ces opérations se succèdent dans l'ordre indiqué.

1. Schéma du moteur à explosion à deux temps (moteur de motocyclette).

La figure 1 est suffisamment explicite.

Le cylindre est solidaire d'un **carter étanche.** Il sert de guide au **piston** dont le fond présente une surface concave formant *déflecteur* et une surface plane oblique.

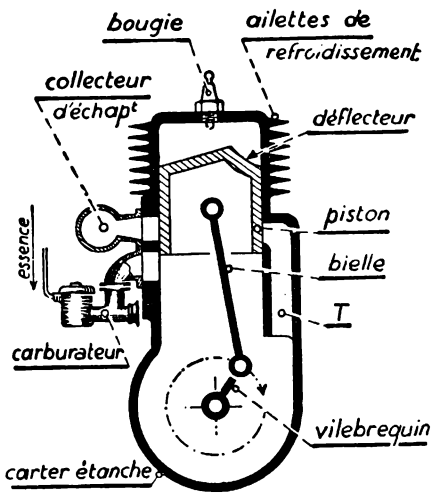


Fig. 1. — ***Schéma du moteur de motocyclette*** fonctionnant suivant le cycle à ***2 temps.*** Décrivez ce moteur.

Un système **bielle-manivelle** permet de transformer le mouvement rectiligne alternatif du piston en mouvement circulaire continu de l'arbre qui est muni d'un volant.

Deux ouvertures placées côte à côte communiquent, l'une avec la tubulure d'aspiration du mélange carburé, l'autre avec la tubulure d'échappement.

Un conduit latéral permet d'établir périodiquement une communication entre le carter étanche et la chambre du cylindre où évoluent les gaz.

Dans le fond du cylindre une **bougie** fournit l'étincelle qui provoque l'explosion.

Vous observerez que *ce moteur ne comporte pas de soupapes* comme dans le moteur à 4 temps. Cependant on en place généralement une, dite *soupape de décompression*, dans le fond du cylindre. Elle n'est pas représentée sur la figure, parce qu'elle n'est pas indispensable.

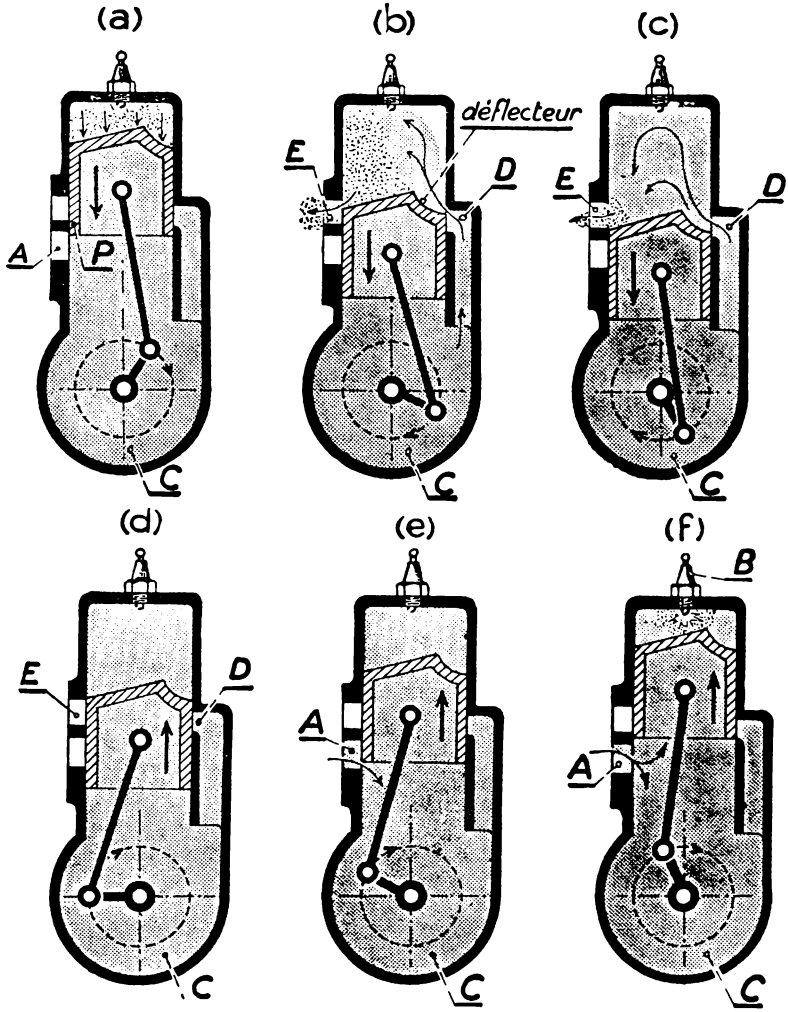


Fig. 2. — ***Fonctionnement du moteur à 2 temps d'une motocyclette.***

Les phases ***a, b, c*** correspondent à la ***détente*** des gaz, à l'***échappement*** et au ***remplissage*** du cylindre par de l'air carburé.

Les phases ***d, e, f*** correspondent à la ***compression*** du mélange carburé, à l'***introduction*** dans le carter étanche d'une nouvelle quantité de gaz frais et à l'***explosion*** du mélange comprimé.

2. Fonctionnement du moteur à deux temps.

Reportez-vous à la figure 2.

1er **Temps : Détente, échappement, admission.** — L'explosion vient de se produire peu avant que le piston n'atteigne son point mort haut (*avance à l'allumage*).

a) Sous l'action de la force pressante des gaz brûlés, le piston s'éloigne du fond du cylindre et la détente commence (fig. 2, *a*). Au-dessous du piston, les gaz frais, admis pendant la course précédente, commencent à se comprimer dès que l'orifice d'admission A est obturé.

b) Le piston découvre les orifices E et D (fig. 2, *b*). Les gaz brûlés s'échappent par le premier, *balayés* par les gaz frais que le déflecteur rejette vers le fond du cylindre.

c) Les gaz frais continuent à emplir le cylindre tout en chassant les derniers gaz brûlés (fig. 2, *c*). Nous arrivons ainsi à la fin de la première course qui est *motrice*.

2e **Temps : Compression, introduction du mélange carburé dans le carter, explosion.**

d) Le piston revient vers le fond du cylindre et comprime le mélange carburé au-dessus de lui dès que les orifices E et D sont fermés (fig. 2, *d*). D'autre part, il crée une dépression dans le carter étanche.

e) L'orifice A se découvre; sous l'action de la dépression qui continue à régner dans le carter, le mélange carburé pénètre dans celui-ci (fig. 2, *e*).

f) Avant que le piston atteigne son point mort haut, l'étincelle jaillit entre les électrodes de la bougie (fig. 2, *f*). L'explosion a lieu et, une fois la deuxième course terminée, la détente commence.

Les mêmes opérations se répètent ensuite, aussi longtemps que le moteur fonctionne.

3. Diagrammes du cycle à 2 temps.

1° **Diagramme théorique** (fig. 3). — La courbe CD représente la détente, DE la variation brusque de pression lorsque s'ouvre l'orifice d'échappement.

Les segments EF et FE caractérisent l'*échange des gaz*, les gaz frais balayant les gaz brûlés à une pression que l'on suppose être la pression atmosphérique.

Enfin, la courbe EB correspond à la compression et la droite BC à la variation brusque de pression due à l'explosion.

2° **Diagramme réel** (fig. 4). — Vous reconnaîtrez aisément la courbe de détente 2-3, l'échange des gaz qui correspond à la courbe 3-4-5, la courbe de compression 5-6, la courbe d'explosion 6-1-2.

Ici, il n'est plus question de régler l'ouverture et la fermeture des soupapes comme dans le moteur à 4 temps car les ouvertures de distribution sont fixes et disposées pour un régime moyen du moteur. Par contre, l'avance à l'allumage subsiste et varie selon l'allure.

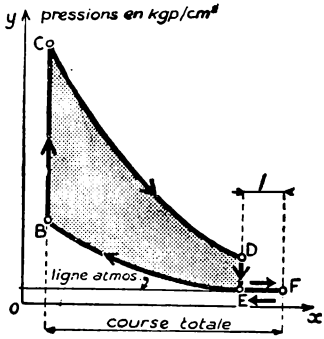


Fig. 3. — ***Diagramme théorique du cycle à 2 temps.***

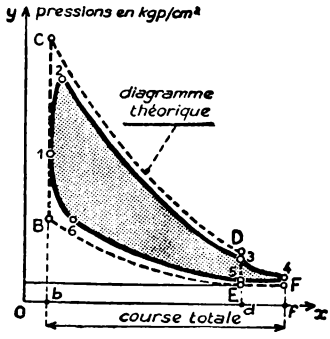


Fig. 4. — ***Diagramme réel du cycle à 2 temps.***

4. Comparons les cycles à 4 et à 2 temps.

Considérons deux moteurs de *même cylindrée* (même diamètre, même course du piston), tournant à la *même vitesse*. L'un fonctionne suivant le cycle à 4 temps, l'autre suivant le cycle à 2 temps. Le premier aspire une cylindrée tous les deux tours, le second une cylindrée par tour et produit, semble-t-il, deux fois plus de travail pendant le même temps.

Ce n'est là qu'une apparence. N'oubliez pas que ni l'admission, ni l'échappement ne sont des opérations instantanées et que la nécessité de découvrir les orifices d'aspiration et d'échappement a pour conséquence, dans le moteur à 2 temps, de réduire la course utile du piston.

D'autre part, le remplissage du cylindre est moins bon que dans le moteur à 4 temps : d'où un rendement inférieur.

Enfin la compression du mélange carburé dans le carter absorbe de l'énergie.

Pour toutes ces raisons, la puissance effective du moteur à essence à 2 temps n'est guère supérieure à celle du moteur à 4 temps, bien qu'il consomme deux fois plus d'essence.

Remarque. — Cependant, dans les moteurs de grande puissance fonctionnant suivant le cycle à 2 temps et utilisant les gaz de hauts four-

neaux comme combustible, la puissance atteint 1,8 fois la puissance d'un moteur à 4 temps de même cylindrée tournant à la même vitesse. Ici, plus de carter étanche. Le gaz et l'air nécessaire à sa combustion sont admis dans le cylindre par des soupapes et introduits par des compresseurs séparés. L'échappement se fait par des lumières découvertes en fin de course par le piston (fig. 5).

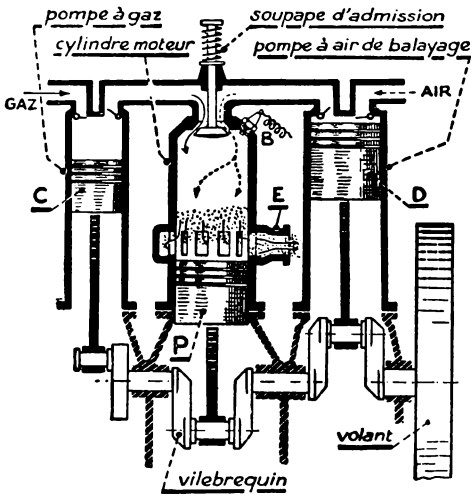


Fig. 5. — *Schéma de principe d'un moteur à gaz industriel.*
(*Les soupapes des pompes à air et à gaz sont schématisées ici par des clapets.*)

5. Rendement global d'un moteur à essence.

Les meilleurs moteurs actuels consomment 210 *g* d'essence minérale par cheval-heure effectif.

Or, 1 *kg* d'essence dégage en brûlant 11 000 *kilocalories*, soit pour 210 *g* ou 0,21 *kg* : 11 000 × 0,21 = 2 310 *kcal*.

Si cette chaleur était intégralement transformé en travail, on pourrait compter sur une quantité d'énergie égale à :

$$427 \times 2\,310 = 986\,370 \text{ } kgm$$

En réalité, on recueille 1 *ch.h* ou 270 000 *kgm*
Le rendement global est donc

$$\eta_g = 270\,000 : 986\,370 = \mathbf{0{,}27}$$

Il est du même ordre que celui des turbines à vapeur.

D'où viennent toutes les pertes?

D'abord les gaz brûlés s'échappant à haute température emportent 40% des calories produites; le refroidissement des cylindres en fait perdre 25%; les frottements des divers organes absorbent une quantité d'énergie mécanique équivalant à 4% de l'énergie calorifique. Enfin les organes secondaires : ventilateur, pompe à huile, dynamo, etc. absorbent également de l'énergie mécanique.

ÉTUDE SOMMAIRE DE QUELQUES TYPES DE MOTEURS A EXPLOSION

6. Moteur monocylindrique à 4 temps.

Reportez-vous à la figure 6.

Le cylindre et la culasse sont refroidis par une *chemise d'eau* afin d'éviter des températures exagérées qui rendraient le graissage impossible.

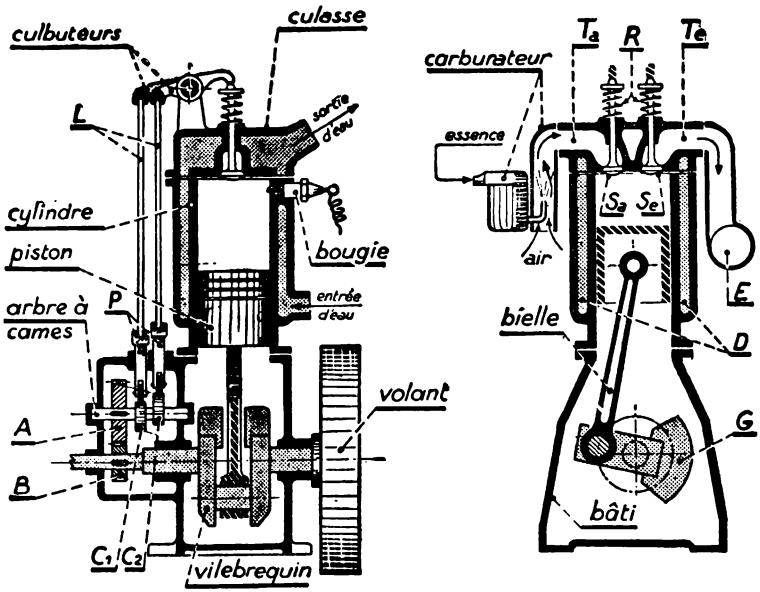


Fig. 6. — ***Moteur monocylindrique à 4 temps.***
Décrivez-le. Expliquez son fonctionnement.

Le piston porte à sa périphérie des *segments élastiques* qui assurent l'étanchéité de la chambre où évoluent les gaz.

La tête de bielle s'articule sur la soie d'un arbre coudé ou *vilebrequin* portant des *contre-poids d'équilibrage* G.

Les soupapes sont manœuvrées par des *culbuteurs* actionnés par les tringles L et les poussoirs P dont les galets s'appuient sur les cames C_1 et C_2 de l'*arbre à cames*. Ce dernier est entraîné par le vilebrequin par l'intermédiaire du couple d'engrenages A et B (rapport de réduction : 1/2).

Le dispositif d'allumage n'a pas été représenté, ni le dispositif de refroidissement de l'eau qui circule autour du cylindre.

Le graissage s'opère par *barbottage* de la tête de bielle dans l'huile contenue dans le fond du bâti.

La puissance ne dépasse guère 15 à 20 *chevaux*.

7. Moteurs d'automobile à quatre cylindres.

Les moteurs d'automobiles fonctionnent tous suivant le cycle à 4 temps. Si l'on n'utilisait qu'un seul cylindre, le couple moteur serait très irrégulier, car, pour des raisons d'encombrement et de poids, le volant ne pourrait avoir de grandes dimensions. Afin d'améliorer la valeur du moment de ce couple, on groupe plusieurs cylindres dans lesquels les différentes phases du cycle se succèdent suivant un ordre bien déterminé. Le nombre de ces cylindres peut être de 4, 6, 8.

Description (fig. 7). — Les cylindres sont alignés de manière à former un bloc sur lequel la culasse est rapportée à l'aide de goujons. L'ensemble est solidaire du carter contenant l'huile de graissage.

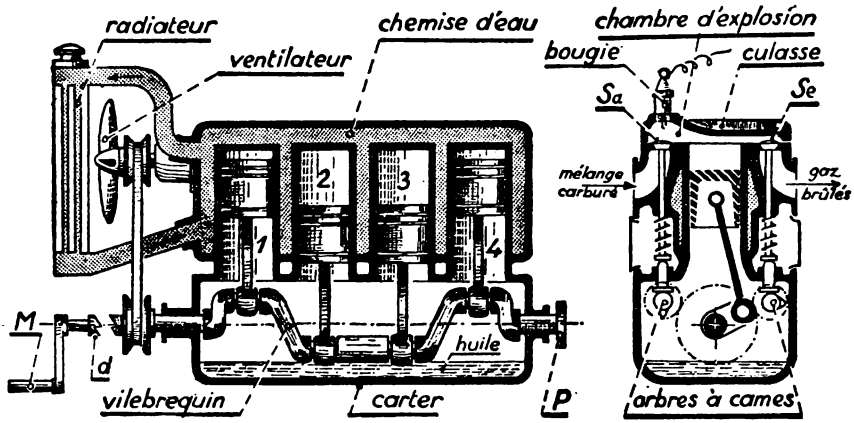


Fig. 7. — ***Moteur d'automobile à 4 cylindres à 4 temps.***

Nota. — Les arbres à cames tournent 2 fois moins vite que l'arbre moteur. Ici, les roues dentées qui assurent la transmission du mouvement ne sont pas représentées avec leurs proportions réelles.

Chaque cylindre est entouré d'une chemise d'eau, ainsi que la culasse.

Le vilebrequin est coudé de telle sorte que les pistons extrêmes *1* et *4* sont au point mort haut quand les pistons intermédiaires *2* et *3* sont au point mort bas. Il y a deux soupapes par cylindre. Sur la figure 7, les soupapes d'admission S_a et d'échappement S_e sont commandées par des arbres à cames différents. En pratique, elles sont généralement ali-

gnées d'un même côté du bloc moteur et commandées par un seul arbre à cames auquel le vilebrequin donne le mouvement par l'intermédiaire de deux roues dentées. La figure 8 représente le détail d'une soupape.

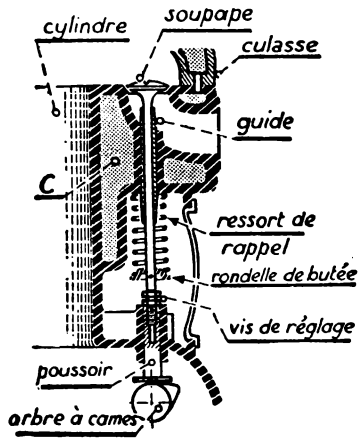


Fig. 8. — *Détail d'une soupape de moteur à explosion.*

Fonctionnement. — La manivelle M permet de faire tourner le vilbrequin à la main grâce à la dent de loup *d* qui vient se placer à l'extrémité de l'arbre. Le plus souvent, un moteur électrique auxiliaire appelé *démarreur* permet d'effectuer la même opération. Cette phase du démarrage a pour but d'introduire dans les cylindres le mélange carburé et de faire éclater une étincelle qui donnera la première impulsion au moteur. Celui-ci tourne ensuite de lui-même.

Ordre d'allumage. — L'expérience a montré que l'allumage le plus rationnel doit se faire dans l'ordre *1-3-4-2*. On a donc la succession suivante des temps dont le tableau est facile à compléter.

1er CYLINDRE.	*Explos. et dét.*	. . . . .	. . . . .	. . . . .
2e CYLINDRE.	. . . . .	. . . . .	. . . . .	*Explos. et dét.*
3e CYLINDRE.	. . . . .	*Explos. et dét.*	. . . . .	. . . . .
4e CYLINDRE.	. . . . .	. . . . .	*Explos. et dét.*	. . . . .

La figure 9 représente un dispositif d'allumage par bobine d'induction et batterie d'accumulateurs.

Un *charbon rotatif* A est entraîné par l'arbre moteur. Ses contacts successifs avec les plots reliés aux bougies doivent coïncider avec l'instant où le marteau du *rupteur* écarte les vis platinées *v*. Le régulateur R, représenté schématiquement, permet de faire varier l'avance à l'allumage.

Puissance. — Elle varie selon la richesse du mélange carburé; le conducteur la règle à volonté. Abstraction faite des modèles spécialement construits en vue de performances sportives, les moteurs courants dépassent rarement 60 *ch* effectifs et atteignent des vitesses de rotation parfois supérieures à 4 000 *tr/mn*.

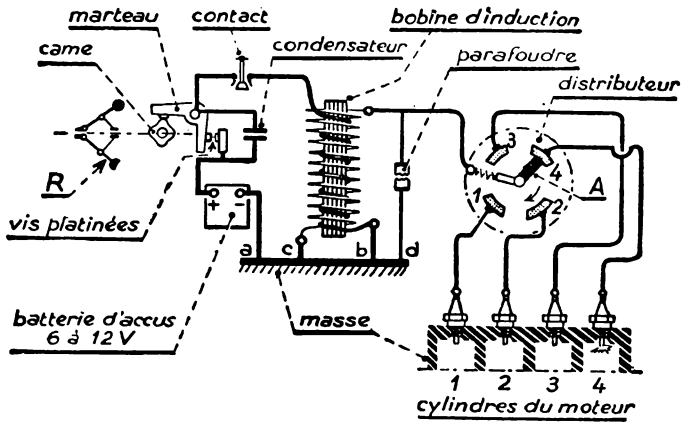


Fig. 9 — ***Schéma du dispositif d'allumage*** par bobine et accumulateurs pour un moteur à 4 cylindres à 4 temps. Quel est l'ordre d'allumage?

L'avance à l'allumage est obtenue automatiquement à l'aide du système *R*, analogue à un régulateur à boules (*son axe de rotation est en réalité perpendiculaire au plan de figure*).

Les moteurs d'aviation peuvent, avec 12 cylindres, développer une puissance de 600 *ch* à la vitesse de 1 800 à 2 000 *tr/mn*. Les moteurs sont construits avec le plus possible de métaux légers; certains pèsent moins de 0,7 *kgp* par cheval.

8. Moteur à gaz industriel.

La figure 10 représente un moteur à 4 temps, monocylindrique et à simple effet. L'axe du cylindre est horizontal; un lourd volant maintient la vitesse de l'arbre à peu près constante. Un régulateur[1], analogue à celui des machines à vapeur, permet d'agir sur l'admission, et de faire ainsi varier la puissance, selon la charge de l'arbre moteur,

Les combustibles employés sont les gaz de gazogènes, le gaz de haut-fourneau et le gaz de four à coke, ces deux derniers étant particulièrement abondants dans les usines sidérurgiques. A titre indicatif, une installation produisant 1 000 *tonnes* de fonte par jour fournit assez de gaz pour une puissance de 58 000 *ch* pouvant être vendue sous forme de courant électrique.

1. Non représenté sur la figure.

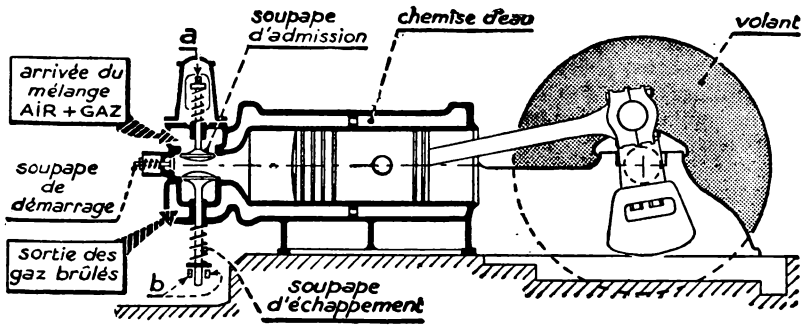


Fig. 10. — ***Schéma de moteur à gaz.*** Les soupapes d'admission et d'échappement sont commandées par les extrémités ***a*** et ***b*** de leviers actionnés par un arbre à cames. La soupape d'échappement, léchée par des gaz à haute température, est souvent refroidie par une circulation d'eau; à cet effet elle est évidée intérieurement.

La soupape de démarrage permet d'introduire de l'air comprimé pour mettre le moteur en route. Le dispositif d'allumage n'est pas figuré.

La puissance des moteurs à gaz peut atteindre plusieurs milliers de chevaux en groupant 2 ou 4 cylindres et en pratiquant le double effet. Les moteurs puissants sont très volumineux.

9. Les moteurs à explosion consomment des carburants liquides et des carburants gazeux.

Nous en avons déjà énuméré un certain nombre.

1° Les **carburants liquides** comprennent *l'essence de pétrole*, le *benzol*, l'*alcool éthylique*. Les deux premiers sont des carbures d'hydrogène respectivement obtenus en distillant les huiles de pétrole et de houille; l'alcool est un composé de carbone, d'hydrogène et d'oxygène obtenu par la distillation de liqueurs fermentées[1].

CARBURANTS	POIDS SPÉCIFIQUE	POUVOIR CALORIFIQUE INFÉRIEUR	QUANTITÉ D'AIR THÉORIQUEMENT NÉCESSAIRE A LA COMBUSTION
Essence de pétrole du commerce .	0,74 *kgp/dm³*	11 000 *kcal/kg*	15 *kg/kg*
Benzol	0,88 *kgp/dm³*	10 000 *kcal/kg*	13,5 *kg/kg*
Alcool éthylique .	0,79 *kgp/dm³*	6 000 *kcal/kg*	9 *kg/kg*

1. Pour l'étude des combustibles, voir Chimie industrielle, par Lignon (Delagrave éditeur).

Ce sont des produits volatifs qui dégagent, en brûlant, une grande quantité de chaleur. Leur abondance, la facilité de leur transport et de leur stockage, les désignent tout spécialement pour le moteur d'automobile ou d'aviation. Par contre, leur inflammabilité constitue un danger.

Leur combustion donne toujours lieu à la production de vapeur d'eau évacuée avec les gaz brûlés. On appelle **pouvoir calorifique inférieur** la quantité de chaleur dégagée par 1 *kg* de carburant, abstraction faite de la chaleur que pourrait abandonner la vapeur d'eau en se condensant.

2° Les **carburants gazeux** comprennent le *gaz de haut fourneau*, le *gaz de four à coke*, le *gaz pauvre des gazogènes à houille* (gaz mixte), le *gaz de ville*, le *gaz pauvre des gazogènes à bois* et les *gaz naturels*. Ces derniers, surtout abondants aux États-Unis, fournissent le butane du commerce et le propane particulièrement riches en calories.

Ces carburants sont des mélanges de gaz combustibles (hydrogène, oxyde de carbone, carbures d'hydrogène) et de gaz inertes (azote, acide carbonique, vapeur d'eau, quelquefois anhydride sulfureux). Certains contiennent un peu d'oxygène.

Étant donné leur volume, leur stockage nécessite des gazomètres de grande capacité. Par suite, leur emploi est réservé aux moteurs industriels fixes. Cependant, les gaz naturels et le gaz de ville peuvent être comprimés à très haute pression[1] dans des bouteilles d'acier facilement transportables par les véhicules automobiles qui les utilisent. De même, beaucoup de véhicules ont pu être équipés avec des gazogènes à bois, ceux-ci débitant le gaz pauvre à la demande du moteur.

NATURE DU GAZ	DENSITÉ PAR RAPPORT A L'AIR	POUVOIR CALORIFIQUE INFÉRIEUR	QUANTITÉ D'AIR THÉORIQUEMENT NÉCESSAIRE A LA COMBUSTION
Gaz de haut fourneau.	1	800 à 1 000 *kcal/m³*	0,9 *m³/m³*
Gaz de fours à coke.	0,49	3 500 à 4 000 —	
Gaz mixte de gazogène	0,83	1 200 —	1 —
Gaz de ville.	0,49	4 000 —	5 —
Gaz de gazogène à bois.	1,14	1 350 —	1,2 —
Gaz naturel.	0,52	9 000 —	

1. 150, 200 et même 250 *kgp/cm²* pour le gaz de ville.

Le pouvoir calorifique des combustibles gazeux varie selon leur nature; il est généralement rapporté au mètre cube de gaz sec, ramené aux conditions *normales* : température 0°, pression de 760 *mm* de mercure. Le tableau ci-avant donne quelques valeurs du pouvoir calorifique inférieur.

REMARQUE. — Qu'il s'agisse de carburants liquides ou de carburants gazeux, on admet toujours un excès d'air pour que la combustion soit complète.

Résumé.

1. Le moteur à explosion peut également fonctionner suivant le *cycle à 2 temps*. Les phases d'admission, de compression, d'explosion suivie de détente, d'échappement étant indispensables il faut, pour réaliser ce cycle, recourir à une conception mécanique différente de celle des 4 temps.

Par exemple, un moteur de motocyclette à 2 temps ne comporte ni soupape d'admission, ni soupape d'échappement. L'introduction du mélange explosif et l'échappement des gaz brûlés se font par des lumières que le piston découvre vers la fin de sa course motrice.

2. Le moteur à 2 temps a un temps moteur sur deux alors que le 4 temps n'a qu'un temps moteur sur quatre. A caractéristiques égales (même diamètre d'alésage, même course, même mélange explosif, etc.) le moteur à 2 temps est donc plus puissant que le moteur à 4 temps.

3. Le moteur à 2 temps fournit un couple moteur plus régulier que celui du moteur à 4 temps. Toutefois une amélioration sensible a été réalisée pour le 4 temps en alignant sur le même arbre coudé plusieurs cylindres dans lesquels les phases du cycle sont décalées d'un cylindre à l'autre. En particulier, pour un moteur d'automobile à 4 cylindres et à 4 temps, l'ordre d'allumage est 1-3-4-2.

4. Les moteurs à explosion consomment des combustibles divers, liquides ou gazeux : essence minérale, alcool, benzol, gaz de ville, gaz de haut fourneau, etc. Chacun de ces combustibles, en brûlant, dégage de la chaleur dont l'équivalent mécanique représente, théoriquement, une certaine quantité de travail. Pratiquement on ne recueille sur l'arbre qu'une fraction de cette énergie, de sorte que le *rendement global* est de l'ordre de *0,25* à *0,27*, c'est-à-dire du même ordre de grandeur que le rendement du groupe chaudière-turbine à vapeur-condenseur.

Exercices.

1. Un moteur à explosion à 4 temps et à 4 cylindres développe une puissance de 30 *ch* à la vitesse de 4 000 *tr/mn*.

1° Calculer le moment du couple moteur;

2° Quelle est la vitesse de l'arbre à cames qui commande les soupapes?

2. L'ordonnée moyenne d'un diagramme de moteur à explosion équivaut à une pression moyenne de 5,5 kgp/cm^2. Le moteur est à 4 temps et comporte 4 cylindres de 78 *mm* d'alésage. La course est de 92 *mm* et la vitesse de rotation à pleine puissance de 3 600 *tr/mn*. Calculer la puissance indiquée.

3. Un moteur d'une puissance effective de 40 *ch* consomme par heure 14 *l* d'essence de poids spécifique 0,75 kgp/dm^3 et de pouvoir calorifique 11 000 *kcal/kg*. Calculer :

1° la consommation par cheval-heure effectif;

2° la quantité d'énergie qu'on obtiendrait si la chaleur dégagée par le combustible était intégralement transformée en travail;
3° le rendement global du moteur.

4. On a mesuré au banc d'essais la puissance d'un moteur d'automobile en fonction du nombre de tours par minute. Les résultats ont été les suivants

Nombre de tours par minute.	1 500	2 000	2 500	3 000	3 500	4 000
Puissance en chevaux correspondante.	22,5	30	36,5	41	43	44,5
Couple moteur en *m.kg* correspondant.						

1° Compléter le tableau ci-dessus.
2° Tracer le diagramme de la puissance et celui du couple moteur en fonction de la vitesse de rotation (nombre de tours en abscisses; puissance et couple moteur en ordonnées). On choisira convenablement les échelles.
3° Le moteur tournant à la vitesse de 2 500 *tr/mn*, calculer la contrainte de l'arbre qui attaque la boîte de vitesses au sortir de l'embrayage sachant que son diamètre est de 20 *mm*.
Cet arbre est en acier au nickel-chrome de cémentation; sa limite élastique est de 70 kgp/mm^2, sa résistance à la rupture par traction : 85 kgp/mm^2.
4° Pour la vitesse de 2 500 *tr/mn*, la consommation d'essence est de 270 *g* par *ch.h* effectif. Calculer le rendement global sachant que le pouvoir calorifique du carburant est de 11 000 *kcal/kg*.

5. Un moteur à explosion, monocylindrique, à 4 temps, a les caractéristiques suivantes :
diamètre d'alésage : 80 *mm* *course* : 100 *mm*
vitesse de régime : 1 200 *tr/mn* *puissance* effective à cette vitesse : 5 *ch*
Il consomme 237 *g* d'essence par *cheval-heure*, essence dont le pouvoir calorifique est de 11 000 *kcal/kg*.
Le vilebrequin porte un volant et une poulie de 150 *mm* de diamètre; on le fait tourner, au démarrage, à l'aide d'une manivelle de 200 *mm* de rayon.
1° Lors de la mise en marche, au moment où, dans une course de compression, la bielle est perpendiculaire à la manivelle du vilebrequin la pression du mélange carburé est de 2 kgp/cm^2. Quelle est l'intensité de l'effort tangentiel supposé appliqué sur la poignée de manivelle (*déterminer graphiquement la poussée sur la bielle en supposant que celle-ci a une longueur égale à 2,5 fois la course*);
2° A la vitesse de régime, calculer le moment du couple moteur ainsi que l'intensité de l'effort tangentiel que la poulie est susceptible de transmettre.
3° Quel est le *rendement global* du moteur (*rapport du travail utile au travail fourni pour la combustion du mélange carburé*)?

6. Un moteur à gaz à 4 temps comporte deux cylindres à double effet disposés en tandem :
diamètre d'alésage : 1,50 *m*;

course : 1,60 *m*;
vitesse de rotation : 94 *tr/mn.*

La pression moyenne effective est de 4 *kgp/cm²*; calculer la puissance effective du moteur.

(*La pression moyenne effective ne doit pas être confondue avec la pression moyenne indiquée*; *la première est à la puissance effective ce que la seconde est à la puissance indiquée*).

LECTURE.

Le père de l'automobile : Fernand Forest (1851-1914).

A côté du savant théoricien *Beau de Rochas*, grâce à qui le fonctionnement du moteur à explosion fut dirigé vers la bonne voie, il convient de placer l'artisan de génie ***Fernand Forest***, qui perfectionna le mécanisme du moteur et en fit un instrument pratique.

La création du moteur à combustion interne remonte aux environs de 1800. Elle est due aux frères *Niepce*, les inventeurs de la photographie. Ils avaient construit un moteur dans le cylindre duquel ils brûlaient de la poudre de lycopode, injectée par de l'air comprimé. Mais ils ne réussirent pas à exploiter leur brevet d'invention, pris en 1807, malgré de nombreuses démarches à Paris et à Londres. Leur appareil ne devint pratique qu'en 1852, lorsque *Lenoir* remplaça le combustible solide par un combustible gazeux formant avec l'air un mélange explosif. Et le rendement ne devint bon que lorsque *Otto*, en 1877, appliqua la compression préalable imaginée par *Beau de Rochas* en 1862.

Fernand Forest fabriquait, à cette époque, des bicyclettes à Paris. Il n'avait fait que des études primaires, étant entré à 14 ans en apprentissage chez un coutelier à Thiers. Mais attiré par la mécanique, il était revenu travailler chez un mécanicien à Clermont-Ferrand, sa ville natale, puis à Paris.

D'une habileté et d'une curiosité extraordinaires, il se passionnait pour toutes les machines nouvelles. Le moteur *Otto* lui fut une révélation : « *C'était un bon temps...* écrit-il dans son livre « BATEAUX AUTOMOBILES ». *Il n'existait aucun traité, aucune théorie établie sur ce sujet; aussi toutes les fantaisies, tous les caprices, toutes les formes et tous les mouvements nous étaient-ils permis. Nous nous disions : « Lenoir a adopté la forme classique de la machine à vapeur, à nous les formes bizarres et inédites, l'allumage intensif et la consommation réduite, à nous la cinématique nouvelle ! »*

Il trouva, pour l'aider financièrement, un ingénieur qui l'installa dans un atelier modeste, quai de la Rapée. Ce fut le début de ses admirables inventions grâce auxquelles le moteur à explosion devint si pratique, si léger, si puissant, qu'on put l'installer sur des voitures. Ce furent les premières automobiles. Le grand savant mathématicien *Painlevé* lui rendit hommage en ces termes le 26 février 1911, dans le plus grand amphithéâtre de la Sorbonne :

« *Et puisque l'on parle ici de moteur, je veux parler de Fernand Forest, l'inventeur génial. On peut dire que, sans lui, ces machines merveilleuses, ces grands oiseaux artificiels ne voleraient pas; et c'est là une satisfaction suffisante qui compense pour lui bien des injustices, car il a travaillé pour la gloire et c'est le monde entier qui profite de ses efforts.* »

Forest était un inventeur, non un commerçant. Faute d'argent, il laissait souvent ses brevets tomber dans le domaine public. Il n'a jamais voulu les vendre à l'étranger. Aussi vécut-il modestement; il mourut pauvre, bien que comblé d'honneur, en 1914, à un meeting de canots automobiles à Monaco. Invité à parcourir le circuit le premier, il était à la barre de son canot, lorsqu'il mourut subitement, victime d'une embolie ou d'une rupture d'anévrisme.

Le moteur Diesel.

Le **moteur Diesel** est une *machine thermique* dans laquelle on brûle des huiles lourdes de pétrole ou de houille dégageant en moyenne 10 000 *kcal/kgp*. La combustion s'effectue de la manière suivante : à l'aide d'un piston, on comprime de l'air pur dans un cylindre jusqu'à ce que la pression soit de 30 à 40 *kgp/cm²*. En fin de compression, la température est telle que, si l'on injecte le combustible dans le cylindre, il s'enflamme *spontanément*. Il brûle alors au fur et à mesure de son introduction *sans produire d'explosion* et, par suite, sans augmentation brusque de pression.

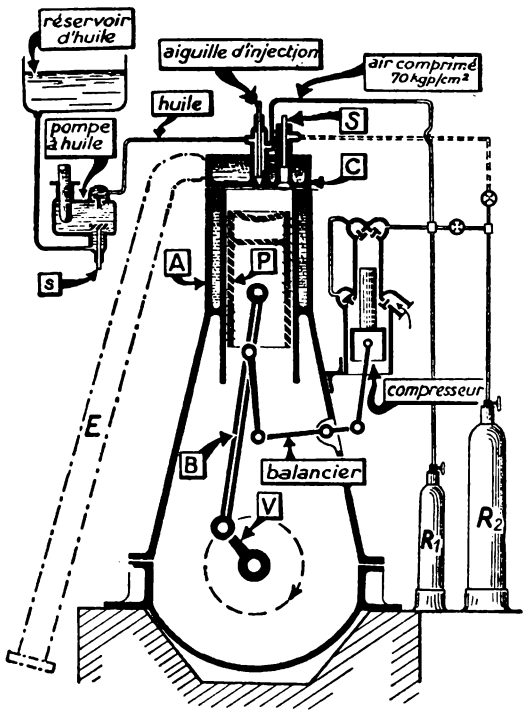


Fig. 1. — ***Schéma de moteur Diesel à 4 temps à injection pneumatique.*** Observez le moteur proprement dit, le compresseur d'air auxiliaire et la pompe à combustible.

Un régulateur non représenté sur la figure agit sur la queue de la soupape *s* de la pompe à huile, ce qui a pour effet de réduire la quantité d'huile envoyée dans l'injecteur.

MOTEUR DIESEL A 4 TEMPS

1. Étudions le schéma d'un moteur Diesel à 4 temps.

La figure 1 représente un moteur à *injection pneumatique*; dans les moteurs modernes l'injection est *mécanique*.

Vous reconnaissez le **cylindre** A et la **culasse** C refroidis par une circution d'eau. Le **piston** P est beaucoup plus long que dans le moteur à explosion. Il transmet son mouvement à l'arbre par un système **bielle-manivelle** B-V.

Dans la culasse nous trouvons :

au centre, l'*aiguille d'injection* du combustible;

sur le côté, la *soupape de mise en marche*;

de part et d'autre de l'aiguille, la *soupape d'aspiration* d'air frais et la *soupape d'échappement* disposées comme l'indique la figure 2.

Le déplacement de l'aiguille et des soupapes est obtenu à l'aide de leviers commandés par le même *arbre à cames* (fig. 2).

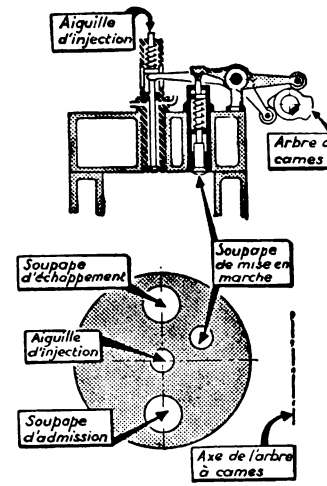


Fig. 2. — ***Répartition des soupapes*** sur une culasse de moteur Diesel à 4 temps. (*Elévation et vue de dessus*).

Le combustible est envoyé dans le fourreau de l'aiguille d'injection par une pompe à huile (fig. 1) dont le débit est réglé par un régulateur centrifuge. Il est introduit dans la *chambre de combustion* (espace compris entre le fond du cylindre et le fond du piston au point mort haut) par de l'air comprimé produit par un *compresseur à plusieurs étages*. Comme celui-ci fournit plus d'air qu'il n'en faut pour l'injection, le surplus est emmagasiné dans les bouteilles R_1 et R_2. L'une, R_1, sert à régulariser la pression de l'air d'injection; l'autre, R_2, à constituer une réserve employée à lancer le moteur au moment du démarrage.

2. Fonctionnement.

La figure 3 résume les 4 temps du cycle.

1er **Temps : aspiration d'air pur** (fig. 3, *a*). — Le piston qui était très rapproché du fond du cylindre s'éloigne, faisant le vide au-dessus de lui. La soupape d'admission se lève aussitôt et *l'air atmosphérique* frais pénètre dans le cylindre. En fin de course, la soupape se ferme.

2e **Temps : compression de l'air** (fig. 3, *b*). — Le piston remonte et comprime l'air aspiré pendant le premier temps. En fin de course, la pression atteint 30 à 40 kgp/cm^2 et la température 500° environ.

3e Temps : injection, combustion et détente (fig. 3, *c*). — L'aiguille se soulève. De l'huile finement divisée par des toiles et des trous en chicane est injectée dans le cylindre par de l'air comprimé dont la pression est de

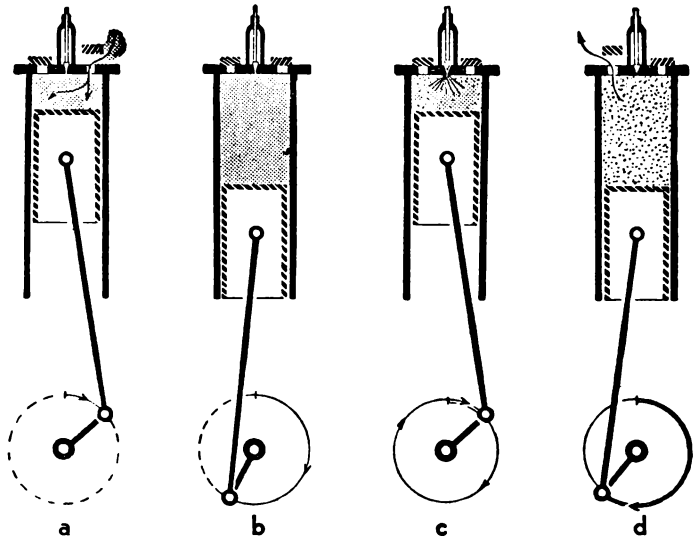


Fig. 3. — ***Moteur Diesel à 4 temps.***

a *: aspiration* d'air frais
b *: compression;* } ***1er tour*** de l'arbre
c *: injection, combustion et détente*
b *: échappement des* gaz brûlés } ***2e tour*** de l'arbre.

60 à 70 *kgp/cm²*. Les gouttelettes d'huile s'enflamment et brûlent dans un excès d'air tandis que le piston descend[1]. Lorsque celui-ci a parcouru 1/10 environ de sa course, l'injection et la combustion cessent; la détente des gaz se poursuit jusqu'au point mort bas.

4e Temps : échappement (fig. 3, *d*). — Au moment où le piston remonte, la soupape d'échappement se soulève. Les gaz brûlés sont évacués à l'extérieur par la manche E (fig. 1).

Sur les quatre temps *un seul est moteur*. Pendant les trois autres temps le piston doit vaincre les frottements des divers organes, aspirer l'air frais, le comprimer, refouler les gaz brûlés; il consomme donc de l'énergie qu'il emprunte au volant calé sur l'arbre moteur.

1. En fin de combustion, la température atteint 1 300° environ.

3. Diagrammes théorique et réel.

Diagramme théorique (fig. 4). — Les différentes phases du cycle se distinguent aisément :

AB : courbe d'aspiration d'air pur à la pression atmosphérique;

BC : courbe de compression;

CD : courbe d'injection et de combustion;

DE : courbe de détente;

EB : chute de pression résultant de l'ouverture de la soupape d'échappement;

BA : courbe d'échappement.

Le travail produit par les gaz au cours d'un cycle est proportionnel à l'aire BCDE.

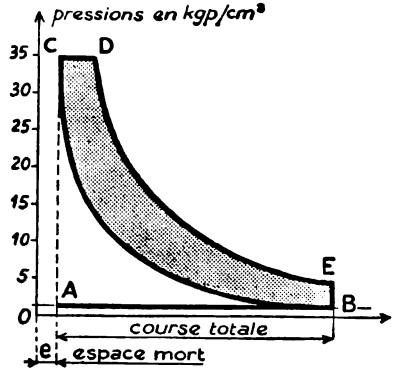


Fig. 4.

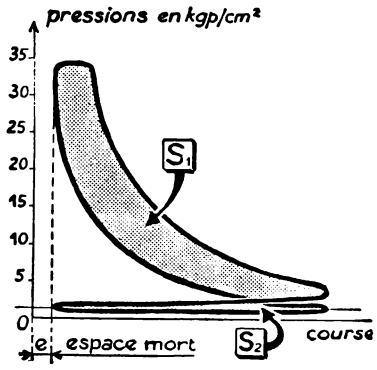


Fig. 5.

Fig. 4. — ***Diagramme théorique du moteur Diesel à 4 temps.***

Fig. 5. — ***Diagramme réel du moteur Diesel à 4 temps.***
Le travail indiqué est proportionnel à la différence des aires S_1 et S_2.

Diagramme réel (fig. 5). — Il diffère quelque peu du diagramme théorique. Les courbes d'aspiration et d'échappement sont distinctes. Au cours d'un cycle, le travail indiqué est proportionnel à la différence des aires $(S_1\text{-}S_2)$.

Ce diagramme peut être relevé à l'aide d'un indicateur de Watt, car les moteurs industriels à huile lourde ne tournent pas très vite (100 à 400 *tr/mn*).

4. Consommation d'un moteur Diesel. Rendement global.

On réalise couramment des moteurs *Diesel* qui consomment de 160 à 180 *g* de combustible par cheval-heure, ce qui correspond, dans le cas d'une huile de pétrole dégageant 10 000 *kilocalories* par kilogramme, à une quantité de chaleur variant entre 1 600 et 1 800 *kcal.*

Si toute cette chaleur était transformée en travail effectif, on obtiendrait, à raison de 427 *kgm* par *kcal*, de 683 000 à 768 000 *kgm*. On ne recueille en réalité qu'un cheval-heure, soit 270 000 *kgm*. Le rendement global est donc :

$$\eta_e = \frac{270}{683 \text{ à } 768} \qquad \text{soit} \qquad 0{,}35 \text{ à } 0{,}40$$

De toutes les machines thermiques que nous venons d'étudier **le moteur Diesel est donc celui qui a le meilleur rendement.** Aussi ne faut-il pas s'étonner du développement considérable et particulièrement rapide de ses applications dans l'industrie moderne.

5. Disposition des cylindres d'un moteur Diesel industriel.

Pratiquement, les moteurs *Diesel* comportent plusieurs cylindres séparés, alignés le long d'un vilebrequin : 4, 6, 8 cylindres, pouvant développer chacun une puissance de 400 *ch*[1] à une vitesse voisine de 100 *tr/mn*. Le moment du couple moteur est donc très élevé[2] et les organes fixes ou mobiles doivent résister en conséquence. Un moteur à 4 temps pèse environ 110 *kgp* par cheval, son encombrement en hauteur peut atteindre 8 *m* et sa longueur 1,5 *m* par cylindre ; il est très robuste.

Afin d'augmenter la puissance du moteur sans changer son poids on a essayé le double effet ; mais cette solution présentait de telles complications, notamment pour la commande des soupapes et l'exécution des culasses, qu'on l'a abandonnée dès la mise au point du *cycle à 2 temps*.

MOTEUR DIESEL A 2 TEMPS

6. Le moteur Diesel à 2 temps diffère notablement du moteur à 4 temps.

1° La culasse comporte *deux soupapes d'aspiration* au lieu d'une, mais il n'y a pas de *soupape d'échappement* (fig. 6, *a*).

2° L'échappement se fait par des *lumières* que découvre le piston lorsqu'il arrive au voisinage de son point mort bas (fig. 6, *b*).

3° Une *pompe de balayage* (non représentée sur la figure) a pour but de souffler de l'air dans le cylindre pour chasser les gaz brûlés.

---

1. Avec refroidissement du piston. Cette puissance est limitée à 135 *ch* par cylindre lorsque le piston n'est pas refroidi.

2. Les élèves feront le calcul en partant de la formule bien connue $\mathcal{M}_0 = 716 \frac{P}{n}$.

L'injection du combustible se fait comme dans le moteur à 4 temps, mais une fois par tour, au lieu d'une fois tous les deux tours ; l'arbre à cames qui assure la distribution doit donc tourner à la même vitesse que l'arbre moteur.

Le moteur à 2 temps et à simple effet peut développer 500 à 600 *ch* par cylindre.

7. Fonctionnement et diagramme.

1er Temps : injection, combustion, détente, balayage des gaz brûlés. — Le piston arrive au point mort haut après avoir comprimé de l'air frais pendant la course précédente. L'aiguille s'ouvre, la combustion commence et le piston se déplace vers le bas (fig. 6, *a*). A la combustion succède la détente, qui se poursuit jusqu'au moment où le piston découvre les lumières d'échappement (fig. 6, *b*). Les gaz brûlés commencent à s'échapper. A ce moment, les soupapes d'aspiration s'ouvrent et l'air de balayage entre, à une pression légèrement supérieure à la pression atmosphérique ; il chasse complètement les gaz brûlés (fig. 6, *c*).

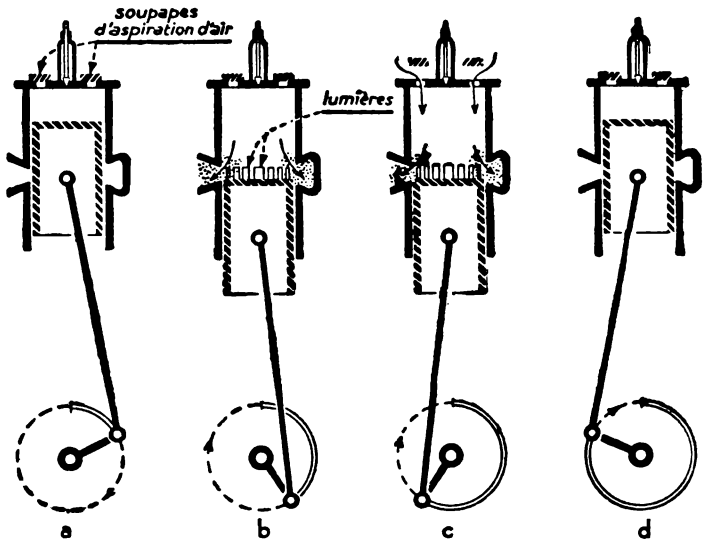


Fig. 6. — ***Moteur Diesel à 2 temps.***

a et ***b*** **:** *combustion*, *détente* et *échappement* par les lumières découvertes par le piston (***1er demi-tour*** de l'arbre) ;

c et ***d*** **:** *balayage* du cylindre et *remplissage* d'air frais ; *compression* de cet air, *injection* du combustible enfin de course (***2e demi-tour*** de l'arbre).

2e Temps : compression d'air frais. — Le piston remonte, obture les lumières d'échappement; les soupapes se ferment et la compression se poursuit jusqu'au point mort haut (fig. 6, *d*).

Le diagramme réel de la figure 7 traduit les variations de la pression dans le cylindre au cours d'un cycle.

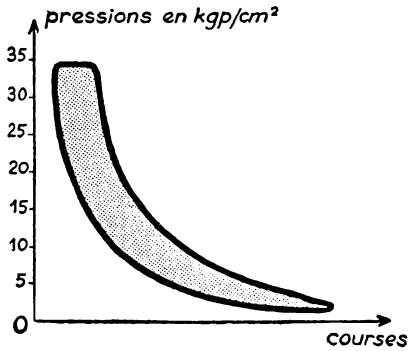


Fig. 7.
Diagramme réel d'un moteur à 2 temps.

8. Avantages du moteur à 2 temps.

1° A puissance égale, le moteur à 2 temps est moins encombrant et moins lourd que le moteur à 4 temps : 70 *kgp* par cheval effectif[1]. Conséquence de la réduction de poids : le prix est moins élevé.

2° Le moteur à deux temps comporte un temps moteur sur deux; le moment du couple est donc plus régulier et le volant peut être plus léger.

3° Les procédés modernes de réalisation du 2 temps ont permis des simplifications dans la distribution qui facilitent la manœuvre du changement de marche.

Par ces avantages, le moteur *Diesel* à 2 temps est devenu le moteur marin par excellence. De plus, il se prête au double effet, ce qui autorise les grandes puissances (jusqu'à 2 000 *ch* par cylindre).

APPLICATIONS DES MOTEURS DIESEL

Les moteurs *Diesel* peuvent être employés pour la commande des dynamos et des alternateurs des centrales de moyenne puissance (quelques centaines à quelques milliers de chevaux), des pompes centrifuges, des compresseurs d'installations frigorifiques et, d'une façon générale, dans toutes les installations nécessitant de la force motrice.

Nous avons signalé l'adoption du moteur à 2 temps dans la marine où il présente, sur la turbine à vapeur, les avantages suivants :

économie de combustible (180 *g* d'huile lourde par *ch.h* dans le Diesel contre 300 *g* de charbon);

pas de combustible dépensé avant le départ ou pendant l'arrêt; démarrage immédiat;

absence de fumées, économie d'eau douce.

---

1. Il s'agit là du poids d'un moteur *type-lourd*. Plusieurs constructeurs ont réussi, en allégeant la construction et en portant la vitesse de rotation à 600 *tr/mn*, à réaliser des moteurs de grande puissance pesant environ 6 *kgp* par *ch.h* effectif.

Depuis quelques années on a cherché à adapter le moteur Diesel à l'automobile, aux automotrices sur rails, aux locomotives, aux avions (suppression du danger d'incendie). La plus grande difficulté résidait dans l'introduction, par injection mécanique, de quantités extrêmement faibles de combustible à de très hautes pressions 400 *kgp/cm²*. Le problème a été résolu et l'on parvient à construire en série des moteurs de faible puissance, tournant à grande vitesse, et considérablement allégés[1].

UN MOTEUR SPÉCIAL : LE SEMI-DIESEL

Le **semi-Diesel** est un moteur simplifié dont la création remonte à l'époque où la construction du *Diesel* était encore délicate.

Dans ce moteur (fig. 8) :

1° le cycle est à 2 temps avec pompe de balayage constituée par le piston lui-même qui comprime l'air, en dessous de lui, dans un carter étanche;

2° la compression est plus faible que dans les moteurs *Diesel*, insuffisante pour provoquer l'allumage spontané en fin de course (selon les types de moteurs, elle varie de 8 à 24 *kgp/cm²*);

3° il n'y a pas de compresseur, car l'injection est mécanique, à pression modérée, ne dépassant pas 60 *kgp/cm²*;

4° pour faciliter le démarrage, la culasse, de forme sphérique, est chauffée avant le départ à l'aide d'une lampe à souder. Cette culasse, conserve une *tête chaude* après extinction

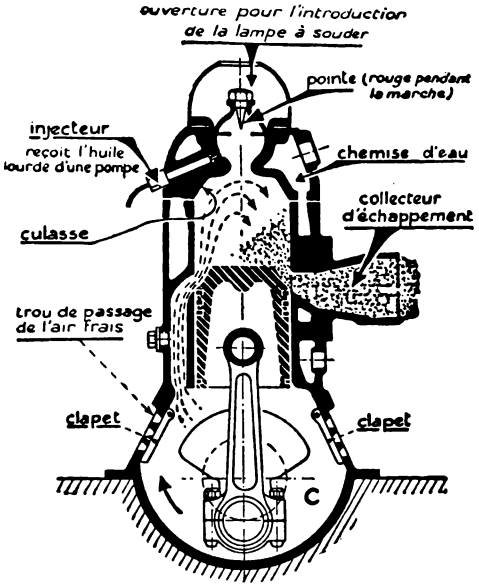


Fig. 8. — ***Moteur semi-Diesel.*** Lorsque le piston monte, il comprime l'air contenu dans le cylindre et il aspire l'air extérieur qui pénètre dans le carter étanche C. Lorsqu'il descend, il comprime l'air contenu dans le carter; cet air sert à remplir le cylindre et à balayer le reste des gaz brûlés qui s'échappent dans le collecteur latéral.

1. Un moteur Diesel à 4 cylindres et à 4 temps, pour camion automobile, développe couramment une puissance effective de 50 *ch* à la vitesse de 2 000 *tr/mn*. Son poids est inférieur à 300 *kgp*.

de la lampe, car les combustions successives entretiennent une température suffisante pour provoquer l'allumage spontané et, en cet endroit, il n'y a pas de circulation d'eau.

Ce moteur est robuste, bon marché, de conduite facile, mais son rendement est inférieur à celui du *Diesel*; il consomme de l'huile lourde à raison de 225 à 300 *gp* par *ch.h.*

Les moteurs *semi-Diesel* sont souvent monocylindriques et leur puissance ne dépasse guère 75 *ch* à la vitesse de 300 *tr/mn.* Les plus petits développent une puissance de 6 à 8 *ch* à la vitesse de 900 *tr/mn.* Tous ces moteurs conviennent pour les petits ateliers, travaux de ferme et exploitations peu importantes. Cependant, pour les bateaux de pêche, on a construit de ces moteurs jusqu'à 300 à 400 *ch* en accolant plusieurs cylindres.

Résumé.

1. Le *moteur Diesel* brûle des huiles lourdes de pétrole ou de houille. Tandis que dans le moteur à explosion on comprime le mélange explosif que l'on enflamme ensuite à l'aide d'une étincelle, dans le moteur Diesel on comprime de l'air pur. En fin de compression la pression est de 35 à 40 *kgp/cm²* et la température est assez élevée pour enflammer le combustible qu'on introduit à ce moment dans le cylindre. Pulvérisé en fines gouttelettes, le combustible brûle rapidement, mais n'explose pas.

2. Les moteurs Diesel fonctionnent suivant le cycle à 4 temps ou le cycle à 2 temps. Chaque cycle comprend les phases suivantes :
aspiration d'air frais;
compression;
injection du combustible, combustion et détente;
échappement des gaz brûlés.

3. Tout moteur Diesel industriel est mis en route au moyen d'air comprimé. A cet effet, un compresseur entraîné par l'arbre moteur permet d'emmagasiner l'air dans des bouteilles formant réservoirs.

4. Le Diesel à 4 temps est muni :
d'une soupape livrant passage à l'air comprimé nécessaire au démarrage;
d'une soupape d'aspiration d'air frais;
d'une soupape d'échappement;
d'une aiguille d'injection du combustible.
Sur le Diesel à 2 temps, la soupape d'échappement est inutile, car les gaz brûlés s'échappent par des lumières que le piston découvre en fin de course. Par contre, une pompe de balayage est nécessaire afin d'obtenir un bon remplissage du cylindre en air pur.
Sur ces deux types de moteurs, l'injection se fait à l'aide d'une pompe et non plus, comme autrefois, au moyen d'air comprimé.

5. Le Diesel est un moteur dont l'emploi s'est vite répandu en raison de ses nombreux avantages. De toutes les machines thermiques, c'est actuellement celle qui a le meilleur rendement global : *0,35* à *0,40*.

Exercices.

1. Un moteur Diesel à 4 temps et à 6 cylindres développe une puissance effective de 2 100 *ch* à la vitesse de 250 *tr/mn*. La course de chaque piston est de 740 *mm*. Calculer :

1° le moment du couple moteur (*supposé constant*) exprimé en *m.kg*;
2° le travail produit en une seconde par chacun des cylindres;
3° la vitesse moyenne de chaque piston exprimée en *m/s*;
4° la poussée moyenne *F* qui s'exerce sur chaque piston.
5° la pression moyenne sachant que le diamètre des pistons est de 0,30 *m*.

NOTA. — *A titre d'indication un tel moteur avec ses accessoires pèse* 90 tonnes, *c'est-à-dire* 43 kgp *par cheval effectif.*

2. Mêmes questions pour un Diesel à 2 temps et à 4 cylindres développant une puissance effective de 2 200 *ch* à la vitesse de 700 *tr/mn*. La course des pistons est de 390 *mm* et leur diamètre $d = 300$ *mm*.

NOTA. — *Le moteur en question pèse* 15 tonnes *avec ses accessoires, soit* 6,8 *kgp par cheval effectif.*

3. Un moteur Diesel monocylindrique à 2 temps et à simple effet a les caractéristiques suivantes :

Diamètre d'alésage : 220 *mm*;
Course du piston : 330 *mm*;
Vitesse de rotation du vilebrequin : 425 *tr/mn.*

1° Calculer la cylindrée;
2° Déterminer la valeur du *travail indiqué* sachant que la pression moyenne calculée d'après le diagramme relevé sur ce moteur est de 6,05 *kgp/cm²*;
3° On mesure le moment du couple moteur sur l'arbre à l'aide d'un frein de Prony équilibré. Pour maintenir le bras du frein en équilibre stable lorsque l'arbre tourne il faut placer une charge de 50 *kgp* sur le plateau situé à une distance de 2 *m* de l'axe de rotation. Calculer :
a) le moment du couple moteur;
b) la puissance effective en chevaux;
c) le *rendement organique* du moteur.

LECTURE. — Rudolf Diesel et le moteur à huile lourde.

D'origine allemande, ***Rudolf Diesel*** naquit en 1858 à Paris où il fit plus tard ses études.

C'est en août 1892 qu'il prit son premier brevet intitulé : *Procédé pour produire de la force motrice en faisant brûler un combustible.*

Au lieu de comprimer dans un cylindre un mélange explosif que l'on enflamme ensuite, *Diesel* comprime d'abord de l'air pur à une très haute pression afin que la température soit assez élevée pour qu'un combustible finement divisé, introduit dans le cylindre *en fin de compression*, s'enflamme et brûle de lui-même. L'idée n'était pas neuve car un Français, *Gardie*, avait déjà réalisé un moteur à gaz basé sur ce principe.

Mais, en même temps, *Diesel* imagine un cycle dont la figure 9 donne la représentation graphique. Ce cycle comporte les phases suivantes :

1-2 : compression;

2-3 : *combustion isothermique*, c'est-à-dire combustion réglée de telle manière que, pendant toute la durée du déplacement *a* du piston, l'abaissement de température corrélatif de l'accroissement de volume de la chambre soit compensé par l'apport de chaleur de la combustion;

3-4 : détente proprement dite;

4-1 : échappement.

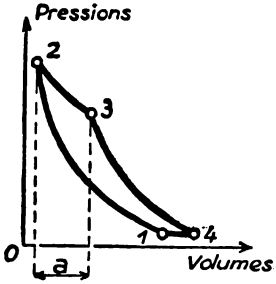


Fig. 9.

Pour le réaliser, *Diesel* comptait employer du charbon pulvérisé comme combustible et pousser la compression jusqu'à 250 *kgp/cm²* afin d'obtenir un rendement élevé. Des déboires l'attendaient.

Il obtint à grand'peine une pression de 35 *kgp/cm²* et dut alors prévoir un refroidissement par eau. La combustion isothermique apparut comme une chimère. Enfin il lui fallut revenir aux combustibles liquides parce qu'un corps solide, même divisé en fines particules, circule mal dans une tuyauterie et que les cendres résultant de la combustion du charbon s'évacuaient difficilement et rayaient rapidement le cylindre.

De tels mécomptes firent que *Diesel* dut abandonner une à une ses idées premières et accepter les résultats imposés par l'expérience de ceux qui l'avaient déjà devancé. Finalement, et grâce à l'appui d'une importante firme allemande, il construisit un moteur à huile lourde d'un rendement excellent de 33 %.

Depuis lors, des perfectionnements ont été apportés à ce moteur dont l'emploi s'est répandu bien que sa construction soit coûteuse parce qu'elle exige des matériaux de choix et un soin extrême.

Rudolf Diesel disparut mystérieusement en septembre 1913, alors qu'il se rendait en Angleterre, après avoir quitté le port d'Anvers.

CARRÉES. RACINES CARRÉES
CUBES. RACINES CUBIQUES

NOMBRES	CARRÉS	RACINES CARRÉES	CUBES	RACINES CUBIQUES
1	1	1,000	1	1,000
2	4	1,414	8	1,260
3	9	1,732	27	1,442
4	16	2,000	64	1,587
5	25	2,236	125	1,710
6	36	2,450	216	1,817
7	49	2,646	343	1,913
8	64	2,828	512	2,000
9	81	3,000	729	2,080
10	100	3,162	1 000	2,154
11	121	3,317	1 331	2,224
12	144	3,464	1 728	2,289
13	169	3,606	2 197	2,351
14	196	3,742	2 744	2,410
15	225	3,873	3 375	2,466
16	256	4,000	4 096	2,520
17	289	4,123	4 913	2,571
18	324	4,243	5 832	2,602
19	361	4,359	6 859	2,668
20	400	4,472	8 000	2,714
21	441	4,583	9 261	2,759
22	484	4,690	10 648	2,802
23	529	4,796	12 167	2,844
24	576	4.899	13 824	2,885
25	625	5,000	15 625	2,924
26	676	5,099	17 576	2,963
27	729	5,196	19 683	3,000
28	784	5,292	21 952	3,037
29	841	5,385	24 389	3,072
30	900	5,477	27 000	3,107
31	961	5,568	29 791	3,141
32	1 024	5,657	32 768	3,175
33	1 089	5,745	35 937	3,208
34	1 156	5,831	39 304	3,240
35	1 225	5,916	42 875	3,271
36	1 296	6,000	46 656	3,302
37	1 369	6,083	50 653	3,332
38	1 444	6,164	54 872	3,362
39	1 521	6,245	59 319	3,391
40	1 600	6,325	64 000	3,420
41	1 681	6,403	68 921	3,448
42	1 764	6,481	74 088	3,476
43	1 849	5,557	79 507	3,503
44	1 936	6,633	85 184	3,530
45	2 025	6,708	91 125	3,557
46	2 116	6,782	97 336	3,583
47	2 209	6,856	103 823	3,609
48	2 304	6,928	110 592	3,634
49	2 401	7,000	117 649	3,659
50	2 500	7,071	125 000	3,684

CARRÉS. RACINES CARRÉES
CUBES. RACINES CUBIQUES

NOMBRES	CARRÉS	RACINES CARRÉES	CUBES	RACINES CUBIQUES
51	2 601	7,141	132 651	4,708
52	2 704	7,211	140 608	3,733
53	2 809	7,280	148 877	3,756
54	2 916	7,349	157 464	3,780
55	3 025	7,416	166 375	3,803
56	3 136	7,483	175 616	3,826
57	3 249	7,550	185 193	3,849
58	3 364	7,616	195 112	3,871
59	3 481	7,681	205 379	3,893
60	3 600	7,746	216 000	3,915
61	3 721	7,810	226 981	3,937
62	3 844	7,874	238 328	3,958
63	3 969	7,937	250 047	3,979
64	4 096	8,000	262 144	4,000
65	4 225	8,062	274 625	4,021
66	4 356	8,124	287 496	4,041
67	4 489	8,185	300 763	4,062
68	4 624	8,246	314 432	4,082
69	4 761	8,307	328 509	4,102
70	4 900	8,367	343 000	4,121
71	5 041	8,426	357 911	4,141
72	5 184	8,485	373 248	4,190
73	5 329	8,544	389 017	4,179
74	5 476	8,602	405 224	4,198
75	5 625	8,660	421 875	4,217
76	5 776	8,718	438 976	4,236
77	5 929	8,775	456 533	4,254
78	6 084	8,832	474 552	4,273
79	6 241	8,888	493 039	4,291
80	6 400	8,944	512 000	4,309
81	6 561	9,000	431 441	4,327
82	6 724	9,055	551 368	4,345
83	6 889	9,110	571 787	4,362
84	7 056	9,165	592 704	4,380
85	7 225	9,220	614 125	4,397
86	7 396	9,274	636 056	4,414
87	7 569	9,327	658 503	4,431
88	7 744	9,381	681 472	4,448
89	7 921	9,434	704 969	4,465
90	8 100	9,487	729 000	4,481
91	8 281	9,539	753 571	4,498
92	8 464	9,592	778 688	4,514
93	8 649	9,644	804 357	4,531
94	8 836	9,695	830 584	4,547
95	9 025	9,747	857 375	4,563
96	9 216	9,798	884 736	4,579
97	9 409	9,849	912 673	4,595
98	9 604	9,900	941 192	4,160
99	9 801	9,950	970 299	4,626
100	10 000	10,000	1 000 000	4,642

DIVISION EN DEGRÉS

Degrés	Sinus	Tangente	Cosinus	Degrés	Sinus	Tangente	Cosinus
0	0,000	0,000	1,000				
1	017	017	1,000	46	0,719	1,036	0,695
2	035	035	0,999	47	731	072	682
3	052	052	999	48	743	111	669
4	070	070	998	49	755	150	656
5	0,087	0,087	0,996	50	0,766	1,192	0,643
6	105	105	995	51	777	235	629
7	122	123	993	52	788	280	616
8	139	141	990	53	799	327	602
9	156	158	988	54	809	376	588
10	0,174	0,176	0,985	55	0,819	1,428	0,574
11	191	194	982	56	829	483	559
12	208	213	978	57	839	540	545
13	225	231	974	58	848	600	530
14	242	249	970	59	857	664	515
15	0,259	0,268	0,966	60	0,866	1,732	0,500
16	276	287	961	61	875	804	485
17	292	306	956	62	883	881	469
18	309	325	951	63	891	1,963	454
19	326	344	946	64	899	2,050	438
20	0,342	0,364	0,940	65	0,906	2,145	0,423
21	358	384	934	66	914	246	407
22	375	404	927	67	921	356	391
23	391	424	921	68	927	475	375
24	407	445	914	69	934	605	358
25	0,423	0,466	0,906	70	0,940	2,747	0,342
26	438	488	899	71	946	2,904	326
27	454	510	891	72	951	3,078	309
28	469	532	883	73	956	271	292
29	485	554	875	74	961	487	276
30	0,500	0,577	0,866	75	0,966	3,732	0,259
31	515	601	857	76	970	4,011	242
32	530	625	848	77	974	4,331	225
33	545	649	839	78	978	4,705	208
34	559	675	829	79	982	5,145	191
35	0,574	0,700	0,819	80	0,985	5,671	0,174
36	588	727	809	81	988	6,314	156
37	602	754	799	82	990	7,115	139
38	616	781	788	83	993	8,144	122
39	629	810	777	84	995	9,514	105
40	0,643	0,839	0,766	85	0,996	11,430	0,087
41	656	869	755	86	998	14,301	970
42	669	900	743	87	999	19,081	052
43	682	933	731	88	999	28,636	035
44	695	966	719	89	1,000	57,290	017
45	0,707	1,000	0,707	90	1,000	∞	0,000

DIVISION EN GRADES

Grades	Sinus	Tangente	Cosinus	Grades	Sinus	Tangente	Cosinus
0	0,000	0,000	1,000				
1	016	016	1,000	**51**	0,718	1,032	0,696
2	031	031	1,000	**52**	729	065	685
3	047	047	0,999	**53**	740	099	673
4	063	063	998	**54**	750	134	661
5	0,078	0,079	0,997	**55**	760	1,171	0,649
6	094	095	996	**56**	0,771	209	637
7	110	110	994	**57**	780	248	625
8	125	126	992	**58**	790	289	613
9	141	142	990	**59**	800	332	600
10	0,156	0,158	0,988	**60**	0,809	1,376	0,588
11	172	175	985	**61**	818	423	575
12	187	191	982	**62**	827	471	562
13	203	207	979	**63**	836	522	549
14	218	224	976	**64**	844	576	536
15	0,233	0,240	0,972	**65**	0,853	1,632	0,522
16	249	257	969	**66**	861	691	509
17	264	274	965	**67**	869	753	495
18	279	291	960	**68**	876	819	482
19	294	308	956	**69**	884	889	468
20	0,309	0,325	0,951	**70**	0,891	1,963	0,454
21	324	342	946	**71**	898	2,041	440
22	339	360	941	**72**	905	125	426
23	353	378	935	**73**	911	215	412
24	368	396	930	**74**	918	311	397
25	0,383	0,414	0,924	**75**	0,924	2,414	0,383
26	397	433	918	**76**	930	526	368
27	412	452	911	**77**	935	646	353
28	426	571	905	**78**	941	778	339
29	440	490	898	**79**	946	2,921	324
30	0,454	0,510	0,891	**80**	0,951	3,078	0,309
31	468	529	884	**81**	956	251	294
32	482	550	876	**82**	960	442	279
33	495	570	869	**83**	965	655	264
34	509	591	861	**84**	969	3,895	249
35	0,522	0,613	0,853	**85**	0,972	4,165	0,233
36	536	635	844	**86**	976	4,474	218
37	549	657	836	**87**	979	4,829	203
38	562	680	827	**88**	982	5,242	187
39	575	703	818	**89**	985	5,730	172
40	0,588	0,727	0,809	**90**	0,988	6,314	0,156
41	600	751	800	**91**	990	7,026	141
42	613	776	790	**92**	992	7,916	125
43	625	801	780	**93**	994	9,058	110
44	637	827	771	**94**	996	10,579	094
45	0,649	0,854	0,760	**95**	0,997	12,706	078
46	561	882	750	**96**	998	15,895	063
47	673	910	740	**97**	0,999	21,205	047
48	685	939	729	**98**	1,000	31,821	031
49	696	969	718	**99**	1,000	63,657	016
50	0,707	1,000	0,707	**100**	1,000	∞	0,000

Table des matières.

I. LES MÉCANISMES DE TRANSFORMATION DU MOUVEMENT

Pages

1re leçon. — Poulies et courroies (*Transmission d'un mouvement de rotation continu*)..... 9
2e leçon. — Poulies et courroies (*Transmission du travail mécanique par le mécanisme poulies-courroie*) 19
3e leçon. — Roues de friction..... 24
4e leçon. — Roues dentées cylindriques droites 31
5e leçon. — Équipages de roues dentées..... 39
6e leçon. — Engrenages hélicoïdaux. Roue dentée et vis sans fin..... 46
7e leçon. — Engrenages coniques..... 55
8e leçon. — Pignon et crémaillère. Vis et écrou 62
9e leçon. — Le mécanisme bielle-manivelle 71
10e leçon. — Cames 80

II. RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

11e leçon. — Sollicitations simples. Déformations correspondantes..... 87
12e leçon. — Extension 95
13e leçon. — Compression. Cisaillement 105
14e leçon. — Torsion (*Etude expérimentale*) 115
15e leçon. — Torsion (*Déformations produites à l'intérieur d'un cylindre sous l'effet de la torsion. Contraintes produites par la torsion*) 123
16e leçon. — Flexion 131
17e leçon. — Flexion et cisaillement 140

III. PRODUCTION DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE

18e leçon. — L'aménagement d'une chute d'eau 149
19e leçon. — La turbine Pelton 163
20e leçon. — La turbine Francis et la turbine-hélice 169
21e leçon. — Machine à vapeur (*Notions générales*) 178
22e leçon. — Machine à vapeur (*Puissance, rendement, régulation*) 188
23e leçon. — Production et distribution de la vapeur..... 198
24e leçon. — Turbines à vapeur..... 212
25e leçon. — Le moteur à explosion (*Cycle à 4 temps*) 225
26e leçon. — Le moteur à explosion (*Cycle à 2 temps*) 238
27e leçon. — Le moteur Diesel..... 252

TABLEAU DES CARRÉS, RACINES CARRÉES, CUBES ET RACINES CUBIQUES des 100 premiers nombres entiers..... 263

TABLEAUX DES LIGNES TRIGONOMÉTRIQUES (sinus, tangente, cosinus)..... 265

LIBRAIRIE DELAGRAVE 15, rue Soufflot, PARIS (V^e^)

TECHNOLOGIE

DES FABRICATIONS MÉCANIQUES

Directeur : A. CHEVALIER

Professeur technique de mécanique à l'É. N. N. A. de Paris.

Cette nouvelle collection de 20 fascicules (22,5 × 28) est une œuvre collective à laquelle collabore toute une équipe de professeurs de l'enseignement technique et d'ingénieurs de production.

Fasc. 1. — LE LIVRET DE L'APPRENTI-DÉBUTANT,
par A. CHEVALIER et E. LECŒUR.

Fasc. 2. — TRAÇAGE ET TRAVAUX DE L'AJUSTEUR-MÉCANICIEN,
par E. LECŒUR.

Fasc. 3. — LE TOURNAGE DES MÉTAUX,
par A. CHEVALIER et R. JOLYS.

Fasc. 4. — LE FRAISAGE DES MÉTAUX,
par A. DOURNIER et R. SAGET,

Fasc. 5. — RABOTAGE ET BROCHAGE,
par R. DIÉTRICH et M. VIGNAUD.

Fasc. 6. — PERÇAGE, ALÉSAGE, FILETAGE,
par A. CHEVALIER, et L. LABURTE.

Fasc. 7. — USINAGE PAR ABRASION,
par A. CHEVALIER et R. LABILLE.

Fasc. 8. — ASSEMBLAGE ET MONTAGE,
par E. LECŒUR.

Fasc. 9. — MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION MÉCANIQUE,
par J. LIGNON et MIJON.

Fasc. 10. — USINAGE SANS COPEAUX,
par J. HIBOUT et M. ROGER.

Fasc. 12. — ÉTUDE FONCTIONNELLE DES MACHINES-OUTILS,
par R. JOLY, R. PASQUET, R. VACQUER.

Fasc. 13. — MÉTROLOGIE DIMENSIONNELLE,
par A. CHEVALIER et L. LABURTE.

Fasc. 14. — AUTOMATISATION DES MACHINES-OUTILS,
par M. BERNARD.

Fasc. 15. — ORGANISATION DES ATELIERS,
par A. HEURLEY et J. ROLLET.

Fasc. 16. — ANALYSE DES TRAVAUX,
par A. CHEVALIER et E. LECŒUR.

Fasc. 17. — ÉTUDE DES TEMPS D'EXÉCUTION,
par A. CHEVALIER et « BUREAU DES TEMPS ÉLÉMENTAIRES

Fasc. 18. — BUREAU D'ÉTUDES,
par M. DELANETTE.

Fasc. 19. — MONTAGES D'USINAGE,
par A. CHEVALIER et R. VACQUER.

Fasc. 20. — MÉTHODES DE DESSIN INDUSTRIEL,
par H. RIBEROL et A. CHEVALIER.

LOG

NOUVELLES TABLES DES LOGARITHMES DES NOMBRES ET FRACTIONS

par A. CHEVALIER et R. CLUZEL

Un vol. 16 × 25.

LIBRAIRIE DELAGRAVE, 15, rue Soufflot, PARIS (V^e^)

AIDE-MÉMOIRE TECHNOR

Collection publiée sous la direction de A. CHEVALIER

avec la collaboration de R. CLUZEL

Volumes 13,5 × 21 reliés

Dessin industriel
par H. RIBEROL.

Électricité appliquée
par P. HEINY.

Industries du bois
par E. BAILLEUL et J. HEURTEMATTE.

Technique de l'automobile
par M. DELANETTE.

Mécanique théorique et appliquée
par M. DELANETTE et H. DUBOIS.

Mathématiques
par R. CLUZEL.

Travail des tôles et profilés
par LETALNET et PASQUIER.

Travail des plastiques
par J. ROLLET.

Électronique appliquée
par BIBAL et P. HEINY.

DOSSIER D'ATELIER

par A. CHEVALIER

Un carnet, couverture forte en carte de Lyon (17 × 22), 72 pages dont 64 détachables en fiches, au gré de l'utilisateur, avec une notice d'utilisation.

LIBRAIRIE DELAGRAVE
Paris n° 2671
Dépôt légal : 1er trim. 1962

Imprimé
en France.

BRODARD-TAUPIN
Imprimeur-Relieur
Coulommiers-Paris
58293-3-1962.

TECHNOLOGIE DES FABRICATIONS MÉCANIQUES

Collection publiée sous la Direction de **A. CHEVALIER**
Professeur technique de mécanique à l'E. N. N. A. de Paris

20 Fascicules (22,5 x 28), de 64 à 80 pages
Planches en regard du texte

1. **Le Livret de l'apprenti débutant**
   Par A. CHEVALIER et E. LECŒUR.
2. **Traçage et travaux de l'ajusteur mécanicien**
   Par E. LECŒUR.
3. **Tournage des métaux**
   Par A. CHEVALIER et R. JOLYS.
4. **Fraisage des métaux**
   Par A. DOURNIER et R. SAGET.
5. **Rabotage et brochage**
   Par M. VIGNAUD et R. DIETRICH
6. **Perçage, alésage, filetage**
   Par A. CHEVALIER et L. LABURTE.
7. **Usinage par abrasion**
   Par A. CHEVALIER et R. LABILLE.
8. **Assemblage et montage**
   Par E. LECŒUR.
9. **Matériaux. Traitements**
   Par J. LIGNON et M. MIJON.
10. **Usinage sans copeaux**
    Par [illegible] et M. ROGER.
11. **Étude de coupe des métaux**
12. **Étude fonctionnelle des machines-outils**
    Par R. JOLY, R. PASQUET, R. VACQUER.
13. **Métrologie dimensionnelle**
    Par A. CHEVALIER et L. LABURTE.
14. **Automatisation des machines-outils**
    Par M. BERNARD.
15. **Organisation des ateliers**
    Par A. HEURLEY et J. ROLLET.
16. **Analyse des travaux**
    Par A. CHEVALIER et E. LECŒUR.
17. **Étude des temps d'exécution**
    Par A. CHEVALIER et le B. T. E.
18. **Bureau d'Études**
    Par M. DELANETTE.
19. **Montages d'usinage**
    Par A. CHEVALIER et R. VACQUER.
20. **Méthodes de dessin industriel**
    Par A. CHEVALIER et H. RIBEROL.

MICROFILMS DES PLANCHES pour chaque fascicule

Imprimé en France - DELAGRAVE-PARIS (3-62)